

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2024-25)

कक्षा : नौवीं

गणित

मार्गदर्शन:

श्री अशोक कुमार
सचिव (शिक्षा)

श्री आर. एन. शर्मा
निदेशक (शिक्षा)

डॉ. रीता शर्मा
अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयक:

श्री संजय सुभाष कुमार
उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)

श्रीमती रितु सिंघल
विशेष कार्यधिकारी (परीक्षा)

श्री राज कुमार
विशेष कार्यधिकारी (परीक्षा)

श्री कृष्ण कुमार
विशेष कार्यधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल
अनिल कुमार शर्मा

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में राजेश कुमार, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,
पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मुद्रक : एस जी प्रिंट पैक्स, प्रा0 लि0
एफ-478, सेक्टर-63, नोएडा-201301, उत्तर प्रदेश

ASHOK KUMAR
IAS



सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष: 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187, Telefax : 23890119
E-mail : secyedu@nic.in

DE.5|228|Exam|Message/SM/2018|555
Dated: 01/07/2024

MESSAGE

In the profound words of Dr. Sarvepalli Radhakrishnan, "**The true teachers are those who help us think for ourselves.**"

Every year, our teams of subject experts shoulder the responsibility of updating the Support Material to synchronize it with the latest changes introduced by CBSE. This continuous effort is aimed at empowering students with innovative approaches and techniques, thereby fostering their problem-solving skills and critical thinking abilities.

I am confident that this year will be no exception, and the Support Material will greatly contribute to our students' academic success.

The development of the support material is a testament to the unwavering dedication of our team of subject experts. It has been designed with the firm belief that its thoughtful and intelligent utilization will undoubtedly elevate the standards of learning and continue to empower our students to excel in their examinations.

I wish to extend my heartfelt congratulations to the entire team for their invaluable contribution in creating this immensely helpful resource for our students.

Wishing all our students a promising and bright future brimming with success.

(ASHOK KUMAR)

R.N. SHARMA, IAS
Director, Education & Sports



MESSAGE

Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Old Secretariat
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
E-mail : diredu@nic.in
DE-5/228(Exam/Message) SM/
2018/576
Dated: 04/07/2024

It brings me great pleasure to present the support material specifically designed for students of classes IX to XII by our dedicated team of subject experts. The Directorate of Education remains resolute in its commitment to empower educators and students alike, extending these invaluable resources at no cost to students attending Government and Government-Aided schools in Delhi.


The support material epitomizes a commendable endeavour towards harmonizing content with the latest CBSE patterns, serving as a facilitative tool for comprehending, acquiring and honing essential skills and competencies stipulated within the curriculum.

Embedded within this initiative is a structured framework conducive to nurturing an analytical approach to learning and problem-solving. It is intended to prompt educators to reflect upon their pedagogical methodologies, forging an interactive conduit between students and academic content.

In the insightful words of Rabindranath Tagore, "**Don't limit a child to your own learning, for he was born in another time.**"

Every child is unique, with their own interests, abilities and potential. By allowing children to learn beyond the scope of our own experiences, we support their individual growth and development, helping them to reach their full potential in their own right.

May every student embrace the joy of learning and be empowered with the tools and confidence to navigate and shape the future.


(R. N. SHARMA)

Dr. RITA SHARMA
Additional Director of Education
(School/Exam)



Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Ph.: 23890185

D.O. No. DE.S/228/Exam/Message/SM/
2019/570
Dated: ...02/07/2024.....

MESSAGE

"Children are not things to be molded, but are people to be unfolded." -
Jess Lair

In line with this insightful quote, the Directorate of Education, Delhi, has always made persistent efforts to nurture and unfold the inherent potential within each student. This support material is a testimony to this commitment.

The support material serves as a comprehensive tool to facilitate a deeper understanding of the curriculum. It is crafted to help students not only grasp essential concepts but also apply them effectively in their examinations. We believe that the thoughtful and intelligent utilization of these resources will significantly enhance the learning experience and academic performance of our students.

Our expert faculty members have dedicated themselves to the support material to reflect the latest CBSE guidelines and changes. This continuous effort aims to empower students with innovative approaches, fostering their problem-solving skills and critical thinking abilities.

I extend my heartfelt congratulations to the entire team for their invaluable contribution to creating a highly beneficial and practical support material. Their commitment to excellence ensures that our students are well-prepared to meet the challenges of the CBSE examinations and beyond.

Wishing you all success and fulfilment in your educational journey.

(Dr. Rita Sharma)

शिक्षा निदेशालय
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2024-25)

गणित
कक्षा : नौवीं

निःशुल्क वितरण हेतु

दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य - भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह -

- (क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;
- (ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे;
- (ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण बनाए रखे;
- (घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;
- (ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो महिलाओं के सम्मान के विरुद्ध हों;
- (च) हमारी सामाजिक-सांस्कृतिक गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;
- (छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;
- (ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे;
- (झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;
- (ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू सके; और
- (ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है तो छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य को शिक्षा के अवसर प्रदान करे।



Constitution of India

Part IV A (Article 51 A)


Fundamental Duties

It shall be the duty of every citizen of India —

- (a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
- (b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
- (c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
- (d) to defend the country and render national service when called upon to do so;
- (e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
- (f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
- (g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers, wildlife and to have compassion for living creatures;
- (h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
- (i) to safeguard public property and to abjure violence;
- (j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;
- * (k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

Note: The Article 51A containing Fundamental Duties was inserted by the Constitution (42nd Amendment) Act, 1976 (with effect from 3 January 1977).

* (k) was inserted by the Constitution (86th Amendment) Act, 2002 (with effect from 1 April 2010).



भारत का संविधान उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक ¹[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय,
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की स्वतंत्रता,
प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और ²[राष्ट्र की एकता
और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली बंधुता
बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर अपनी इस संविधान सभा में आज तारीख
26 नवंबर, 1949 ई. को एतद्वारा इस संविधान को
अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य" के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "राष्ट्र की एकता" के स्थान पर प्रतिस्थापित।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a ¹**[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the ²[unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)

2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

MATHEMATICS (IX)

The Syllabus in the subject of Mathematics has undergone changes from time to time in accordance with growth of the subject and emerging needs of the society. The present revised syllabus has been designed in accordance with National Curriculum Framework 2005 and as per guidelines given in the Focus Group of Teaching of Mathematics which is to meet the emerging needs of all categories of students. For motivating the teacher to related the topics to real life problems and other subject areas, greater emphasis has been laid on applications of various concepts

The curriculum at secondary stage primarily aims at enhancing the capacity of students to employ Mathematics in solving day-to-day life problem and studying the subject as a separate discipline. IT is expected that students should acquired the ability to solve problem using algebraic methods and apply the knowledge of simple trigonometry to solve problem of height and distances. Carrying out experiments with numbers and forms of geometry, framing hypothesis and verifying these with further observations form inherent part of Mathematics learning at this stage. The proposed curriculum includes the study of number system, algebra, geometry, trigonometry, mensuration, statistics, graphs and coordinate geometry etc.

The teaching of Mathematics should be imparted through activities which may involve the use of concrete materials, models, patterns, charts, pictures, posters, games, puzzles and experiments.

Objectives

The broad objectives of teaching of Mathematics at secondary stage are to help the learners to:

- consolidate the Mathematical knowledge and skills acquired at the upper primary stage; acquire knowledge and understanding, particularly by way of motivation and visualization, of basic concepts, terms, principles and symbols and underlying processes and skills; develop mastery of basic algebraic skills.
- develop drawing skills;
- feel the flow of reason while proving a result or solving a problem;
- apply the knowledge and skills acquired to solve problems and wherever possible, by more than one method.

- to develop ability to think, analyze and articulate logically;
- to develop awareness of the need for national integration, protection of environment, observance of small family norms, removal of social barriers, elimination of gender biases;
- to develop necessary skills to work with modern technological devices and mathematical software's.
- to develop interest in mathematics as a problem-solving tool in various fields for its beautiful structures and patterns, etc.
- to develop reverence and respect towards great Mathematicians for their contributions to the field of Mathematics;
- to develop interest in the subject by participating in related competitions;
- to acquaint students with different aspects of Mathematics used in daily life;
- to develop an interest in students to study Mathematics as a discipline.

TERM-WISE SYLLABUS
SESSION: 2024-25
CLASS: IX
SUBJECT: MATHEMATICS (CODE: 041)
COURSE STRUCTURE

Units	Unit Name	Marks
I	Number Systems	10
II	Algebra	20
III	Coordinate Geometry	04
IV	Geometry	27
V	Mensuration	13
VI	Statistics & Probability	06
	Total	80
	Internal Assessment	20
	Grand Total	100

UNIT I: NUMBER SYSTEMS

Chapter-1: Real Numbers

(18) Periods

1. Review of representation of natural numbers, integers and rational numbers on the number line. Rational numbers as recurring/terminating decimals. Operations on real numbers.
2. Examples of non-recurring/non-terminating decimals. Existence of non-rational numbers (irrational numbers) such as $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ and their representation on the number line. Explaining that every real number is represented by a unique point on the number line and conversely, viz. every point on the number line represents a unique real number.
3. Definition of nth root of a real number.
4. Rationalization (with precise meaning) of real numbers of the type $\frac{1}{a + b\sqrt{x}}$ and $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ (and their combinations) where x and y are natural number and a and b are integers.

5. Recall of laws of exponents with integral powers. Rational exponents with positive real bases (to be done by particular cases, allowing learner to arrive at the general laws.)

UNIT II: ALGEBRA

Chapter-2: Polynomials

(26) Periods

Definition of a polynomial in one variable, with examples and counter examples. Coefficients of a polynomial, terms of a polynomial and zero polynomial. Degree of a polynomial. Constant, linear, quadratic and cubic polynomials. Monomials, binomials, trinomials. Factors and multiples. Zeroes of a polynomial. Motivate and State the Remainder Theorem with examples. Statement and proof of the Factor Theorem. Factorization of $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ where a , b and c are real numbers, and of cubic polynomials using the Factor Theorem.

Recall of algebraic expressions and identities. Verification of identities:

$$x^2 + (y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 2z + 2xz$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)^3 - 3xy(x \pm y)$$

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \pm xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$$

and their use in factorization of polynomials.

Chapter-4: Linear Equations in Two Variables

(16) Periods

Recall of linear equations in one variable. Introduction to the equation in two variables. Focus on linear equations of the type $ax + by + c = 0$.

Explain that a linear equation in two variables has infinitely many solutions and justify their being written as ordered pairs of real numbers, plotting them, and showing that they lie on a line.

UNIT III: COORDINATE GEOMETRY

Chapter-3: Coordinate Geometry

(7) Periods

The Cartesian plane, coordinates of a point, names and terms associated with the coordinate plane, notations.

UNIT IV: GEOMETRY

Chapter-5: Introduction To Euclid's Geometry

(7) Periods

History - Geometry in India and Euclid's geometry. Euclid's method of formalizing observed phenomenon into rigorous Mathematics with

definitions, common/obvious notions, axioms/postulates and theorems. The five postulates of Euclid. Showing the relationship between axiom and theorem, for example:

(Axiom) 1. Given two distinct points, there exists one and only one line through them.

(Theorem) 2. (Prove) Two distinct lines cannot have more than one point in common.

Chapter-6: Lines and Angles

(15) Periods

1. (Motivate) If a ray stands on a line, then the sum of the two adjacent angles so formed is 180° and the converse.
2. (Prove) If two lines intersect, vertically opposite angles are equal.
3. (Motivate) Lines which are parallel to a given line are parallel.

Chapter-7: Triangles

(22) Periods

1. (Motivate) Two triangles are congruent if any two sides and the included angle of one triangle is equal to any two sides and the included angle of the other triangle (SAS Congruence).
2. (Prove) Two triangles are congruent if any two angles and the included side of one triangle is equal to any two angles and the included side of the other triangle (ASA Congruence).
3. (Motivate) Two triangles are congruent if the three sides of one triangle are equal to three sides of the other triangle (SSS Congruence).
4. (Motivate) Two right triangles are congruent if the hypotenuse and a side of one triangle are equal (respectively) to the hypotenuse and a side of the other triangle. (RHS Congruence).
5. (Prove) The angles opposite to equal sides of a triangle are equal.
6. (Motivate) The sides opposite to equal angles of a triangle are equal.

Chapter-8: Quadrilaterals

(13) Periods

1. (Prove) The diagonal divides a parallelogram into two congruent triangles.
2. (Motivate) In a parallelogram opposite sides are equal, and conversely.
3. (Motivate) In a parallelogram opposite angles are equal, and conversely.
4. (Motivate) A quadrilateral is a parallelogram if a pair of its opposite sides is parallel and equal.

5. (Motivate) In a parallelogram, the diagonals bisect each other and conversely.
6. (Motivate) In a triangle, the line segment joining the mid points of any two sides is parallel to the third side and is half of it and (motivate) its converse.

Chapter-9: Circles

(17) Periods

1. (Prove) Equal chords of a circle subtend equal angles at the centre and (motivate) its converse.
2. (Motivate) The perpendicular from the centre of a circle to a chord bisects the chord and conversely, the line drawn through the centre of a circle to bisect a chord is perpendicular to the chord.
3. (Motivate) Equal chords of a circle (or of congruent circles) are equidistant from the centre (or their respective centres) and conversely.
4. (Prove) The angle subtended by an arc at the centre is double the angle subtended by it at any point on the remaining part of the circle.
5. (Motivate) Angles in the same segment of a circle are equal.
6. (Motivate) If a line segment joining two points subtends equal angle at two other points lying on the same side of the line containing the segment, the four points lie on a circle.
7. (Motivate) The sum of either of the pair of the opposite angles of a cyclic quadrilateral is 180° and its converse.

UNIT V: MENSURATION

Chapter-10: Areas

(5) Periods

Area of a triangle using Heron's formula (without proof).

Chapter-11: Surface Areas and Volumes

(17) Periods

Surface areas and volumes of spheres (including hemispheres) and right circular cones.

UNIT VI: STATISTICS & PROBABILITY

Chapter-12: Statistics

(15) Periods

Bar graphs, histograms (with varying base lengths) and frequency polygons.

- Mental Maths Practice
- Revision from Support Material

MATHEMATICS
Code (041)
QUESTION PAPER DESIGN
Class-IX (2024-25)

Time: 3 Hrs.

Max. Marks: 80

S. No.	Typology of Questions	Total Marks	%Weight-age (approx.)
1.	Remembering: Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts and answers. Understanding: Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions and stating main ideas.	43	54
2.	Applying: Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.	19	24
3.	Analysing: Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations. Evaluating: Present and defend opinions by making judgments about information, validity or ideas, or quality of work based on a set of criteria. Creating: Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern proposing alternative solutions.	18	22
	Total	80	100

Internal Assessment	20 Marks
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5+5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

**List of Group Leader and Subject-Experts For
Preparation/Review of Support Material**

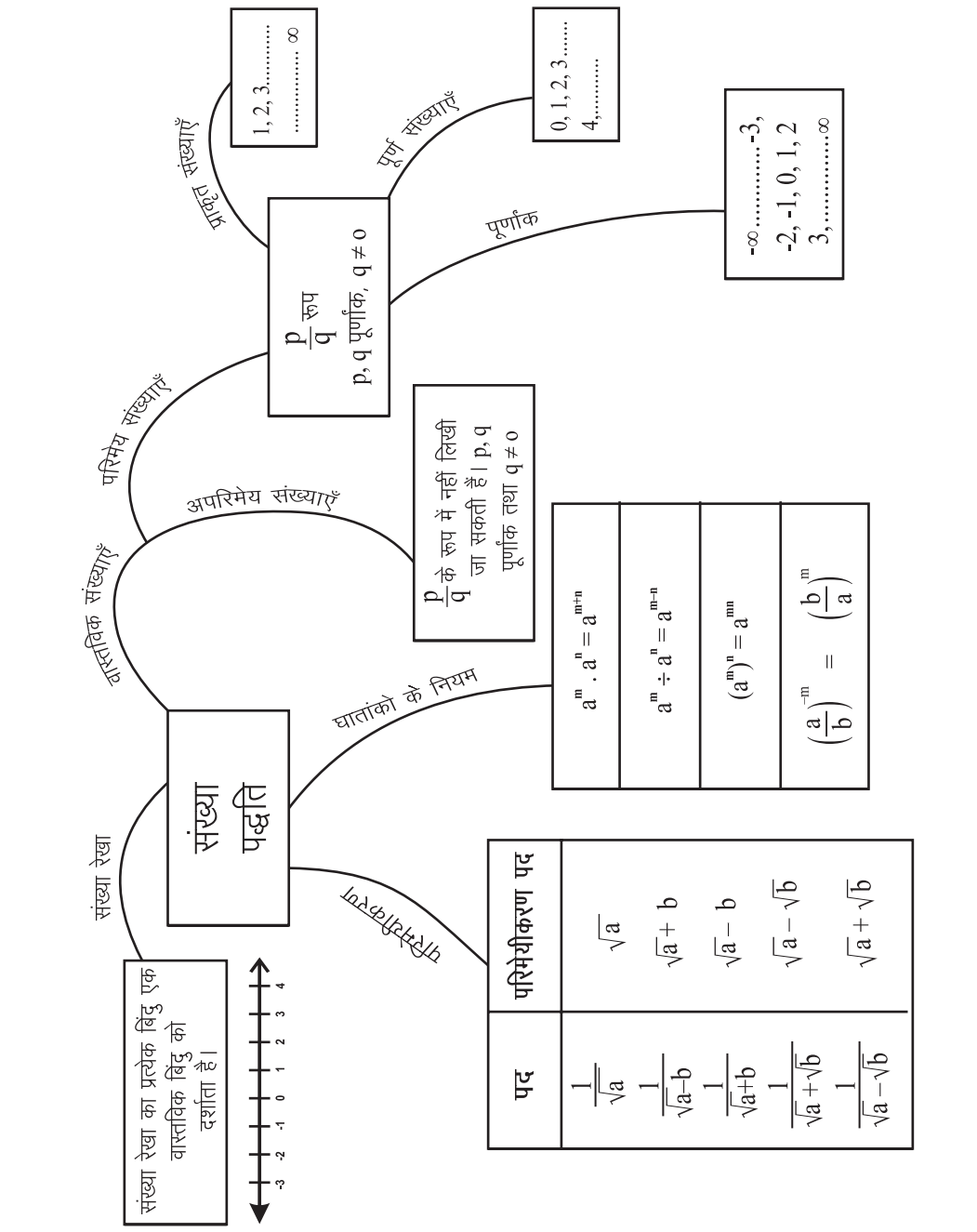
**Class-IX (2024-25)
Subject : Mathematics**

- | | |
|-----------------------|---|
| 1. Mr. Satyawan | Vice Principal
SKV, Aaram Bagh Lane,
Paharganj (2128018) |
| 2. Ms. Aakanksha | PGT (Mathematics)
Core Academic Unit (CAU) |
| 3. Ms. Neha Chaudhary | TGT (Mathematics)
Core Academic Unit (CAU) |
| 4. Ms. Gagandeep Kaur | TGT (Mathematics)
GGSS, Majlis Park, Delhi
(1309036) |
| 5. Ms. Rinku Gupta | TGT (Mathematics)
RPSKV Rithala, Delhi
(1413026) |
| 6. Mr. Vikas Dongre | TGT (Mathematics)
SBV, Rouse Avenue
DDU Marg (2127001) |
| 7. Mr. Julfikar Ahmad | TGT (Mathematics)
Dr. Zakir Hussain Memorial
Sr. Sec. School, Jafrabad
(1105137) |

विषय-तालिका

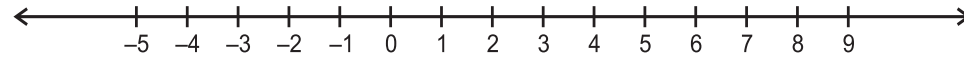
क्रमांक	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	संख्या पद्धति	1
2.	बहुपद	20
3.	निर्देशांक ज्यामिति	28
4.	दो चर वाले रैखिक समीकरण	39
5.	यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय	58
6.	रेखाएँ एवं कोण	69
7.	त्रिभुज	86
8.	चतुर्भुज	103
9.	वृत्त	123
10.	हीरोन का सूत्र	145
11.	पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन	154
12.	सांख्यिकी	164
	• अभिकथन-कारण प्रश्न	176
	• केस-स्टडी आधारित प्रश्न	183
	• अभ्यास प्रश्नपत्र-1 हल सहित	209
	• अभ्यास प्रश्नपत्र-2	221
	• अभ्यास प्रश्नपत्र-3	233

अध्याय-1 संख्या पद्धति माइंड मैप



अध्याय-1 संख्या पद्धति

महत्वपूर्ण बिंदु



- 1, 2, 3, प्राकृत संख्याएँ हैं, जिन्हें N से प्रदर्शित करते हैं।
- 0, 1, 2, 3 पूर्ण संख्याएँ हैं, जिन्हें W से प्रदर्शित करते हैं।
- -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, पूर्णांक हैं, जिन्हें Z या I से प्रदर्शित करते हैं।
- एक संख्या को परिमेय संख्या कहते हैं, यदि-
 - (a) उसे p/q के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q कोई पूर्णांक है तथा $q \neq 0$
या
 - (b) उसका दशमलव प्रसार सांत दशमलव है जैसे ($\frac{2}{5} = 0.4$)
या
 - (c) उसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) है, जैसे- ($0.\overline{1234} = 0.1234234.....$)
- किसी संख्या को अपरिमेय संख्या कहते हैं, यदि
 - (a) उस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$.
या
 - (b) उसका दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती है: जैसे ($0.1010010001.....$)
- सभी परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के समूह को वास्तविक संख्या कहते हैं।

- किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच में असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- संख्या रेखा पर किसी भी बिन्दु को एक अद्वितीय वास्तविक संख्या से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् संख्या रेखा के प्रत्येक बिंदु के संगत एक वास्तविक संख्या होती है। साथ ही, प्रत्येक वास्तविक संख्या के संगत संख्या रेखा पर एक बिंदु होता है।
- हर के परिमेयीकरण का तात्पर्य है अपरिमेय हर को परिमेय के रूप में बदलना।
- $\frac{1}{\sqrt{a \pm b}}$ के हर के परिमेयीकरण के लिए हम इसे $\frac{\sqrt{a \mp b}}{\sqrt{a \mp b}}$, से गुणा करते हैं जहाँ a एक प्राकृत संख्या है तथा b एक पूर्णांक है।
- यदि r परिमेय है और s अपरिमेय तो $r + s, r - s$ हमेशा अपरिमेय होगा, परन्तु $\frac{r}{s}, r \cdot s$ परिमेय या अपरिमेय हो सकता है। $r \cdot s$ और $\frac{r}{s}$ हमेशा अपरिमेय होंगे, यदि $r \neq 0$.
- घातांक के नियम: यदि $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है तथा m व n परिमेय संख्याएँ हैं, तब
 - (1) $a^m a^n = a^{m+n}$
 - (2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$
 - (3) $(a^m)^n = a^{mn}$
 - (4) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$
 - (5) $a^0 = 1$
 - (6) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- वास्तविक धनात्मक संख्याओं a तथा b के लिए निम्न सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं।
 - (1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
 - (2) $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
 - (3) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

$$(4) (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

$$(5) (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$$

सभी प्राकृत संख्याएँ, पूर्ण संख्याएँ और पूर्णांक 'परिमेय संख्या' होते हैं।

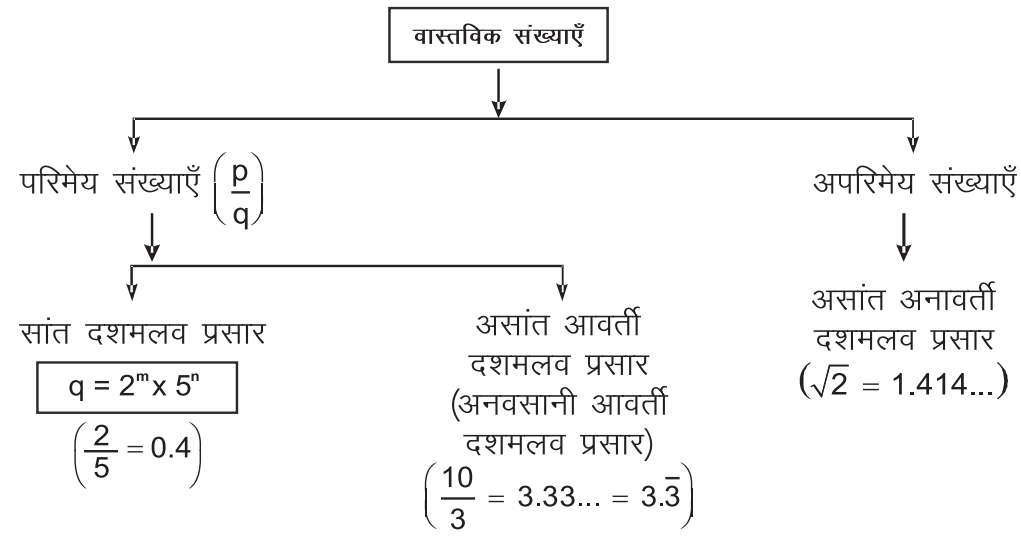
अभाज्य संख्या: सभी प्राकृत संख्याएँ जिनके केवल दो गुणखण्ड '1 और संख्या स्वयं' होते हैं, अभाज्य संख्याएँ कहलाती है। जैसे 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

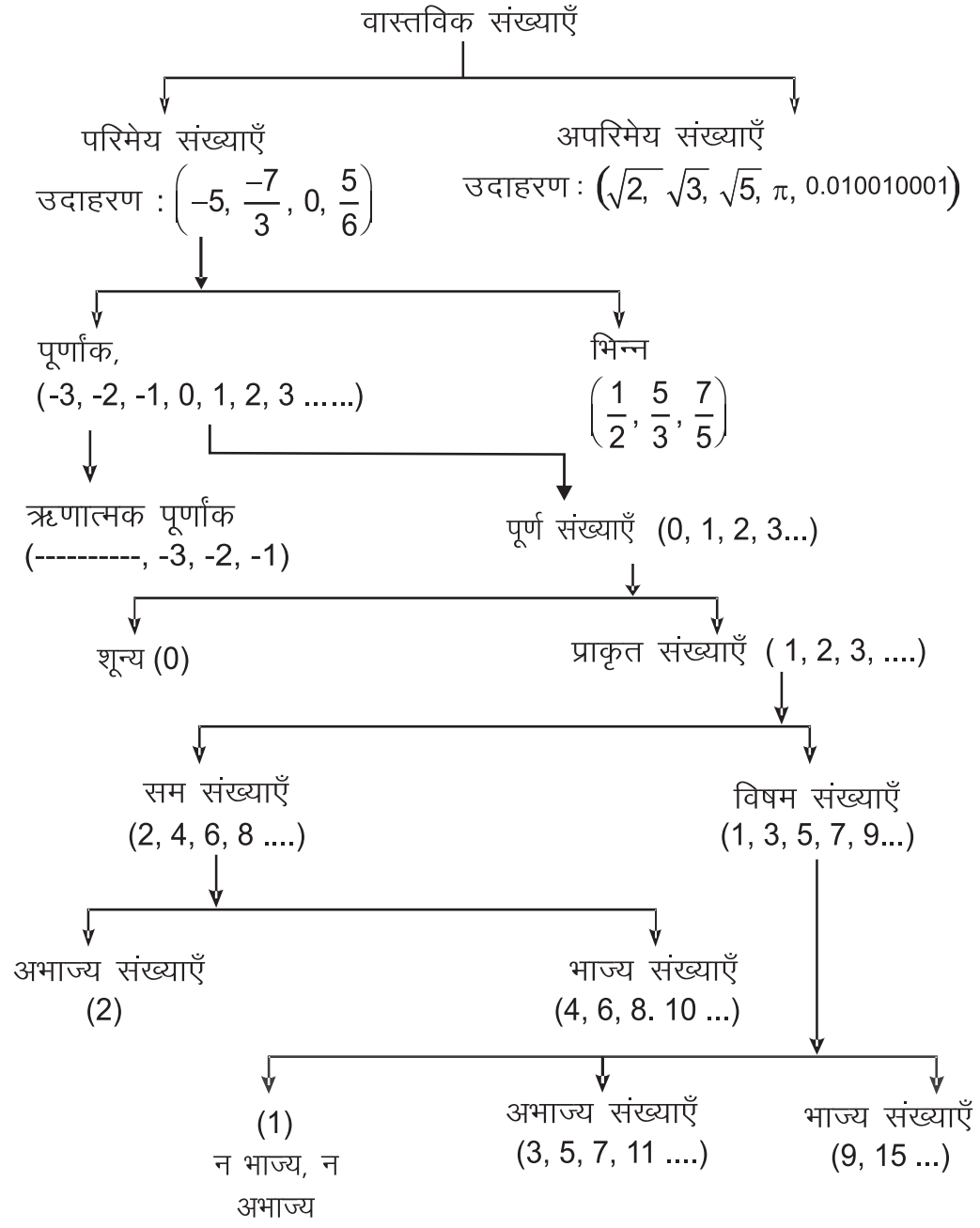
भाज्य संख्याएँ: प्राकृत संख्याएँ जिनके दो से अधिक गुणखण्ड होते हैं, भाज्य संख्याएँ कहलाती है। जैसे 4, 6, 8, 9, 12,

1 न तो भाज्य संख्या है न ही अभाज्य संख्या

$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ जहाँ 'a' एक धनात्मक वास्तविक संख्या है तथा n एक धनात्मक पूर्णांक है।

$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ जहाँ a एक धनात्मक वास्तविक संख्या है m और n पूर्णांक है तथा $n > 0$





अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. निम्नलिखित में से कौन-सी एक परिमेय संख्या है?
(a) $1 + \sqrt{5}$ (b) $2\sqrt{3}$
(c) 0 (d) π
2. निम्नलिखित में से कौन-सी अपरिमेय संख्या है?
(a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (b) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$
(c) $\sqrt{81}$ (d) $\sqrt{5}$
3. यदि $x = 2 + \sqrt{3}$ हो तो $(1/x)$ बराबर है
(a) $2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$
(c) $2 - \sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$
4. $\sqrt{2}$ तथा $\sqrt{3}$ के बीच एक अपरिमेय संख्या है
(a) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$
(c) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ (d) $\sqrt{5}$
5. यदि $5^{2y} = 25$ तब 5^{-y} बराबर है
(a) $\frac{-1}{5}$ (b) $\frac{1}{50}$
(c) $\frac{1}{625}$ (d) $\frac{1}{5}$

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

6. $\sqrt{6} \times \sqrt{8} = \dots\dots\dots$
7. संख्या $\sqrt{3}$ का दशमलव प्रसार $\dots\dots\dots$ तथा $\dots\dots\dots$ होगा।
8. $\dots\dots\dots$ एक पूर्ण संख्या है पर प्राकृत संख्या नहीं है।
9. $\sqrt[2]{(81)^{0.50}} = \dots\dots\dots$

10. किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्या होती है।
11. एक परिमेय संख्या तथा एक अपरिमेय संख्या का योगफल तथा अंतर सदैव संख्या होती है।
12. प्रत्येक परिमेय संख्या एक संख्या है।
13. $\frac{-2}{3}$ तथा $\frac{1}{4}$ के बीच एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
14. संख्या को $0.\overline{7}$ के $\frac{p}{q}$ रूप में दर्शाइए जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ है।
15. $0.\overline{23} + 0.\overline{22}$ का मान $\frac{p}{q}$ के रूप में दर्शाइए जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ है।
16. यदि $5^{x-3} \cdot 3^{2x-8} = 225$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।
17. $[(4 - 5(4 - 5)^4)]^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
18. प्रथम पाँच पूर्ण संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में प्रदर्शित कीजिए जहाँ p और q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ है।
19. $\sqrt{25}$ तथा $\sqrt{27}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ लिखिए।
20. दो संख्याएँ लिखिए, जिनका दशमलव प्रसार सांत है।
21. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ का मान ज्ञात कीजिए।
22. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{3}\right)^5$ का मान ज्ञात कीजिए।
23. $\frac{5}{7}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के आवर्ती खंड में अंकों की अधिकतम संख्या कितनी हो सकती है?

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

24. निम्नलिखित को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।

(i) $\frac{-7}{5}$

(ii) $\sqrt{3}$

25. x का मान ज्ञात कीजिए $\sqrt[3]{2x+3} = 5$
26. असांत आवर्ती दशमलव प्रसार $1.\overline{27}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए।
27. $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{80} + \sqrt{48} - \sqrt{45} - \sqrt{27}}$ को हल कीजिए।
28. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं में किसका सांत दशमलव प्रसार होगा या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) दशमलव प्रसार होगा?
- (i) $\frac{135}{50}$ (ii) $\frac{4}{11}$
- (iii) $\frac{5^2 \times 3^3}{2 \times 5^3 \times 27}$ (iv) $\frac{55}{9}$
29. नीचे दी गई संख्याओं का वर्गीकरण सांत दशमलव या असांत आवर्ती (अनवसानी आवर्ती) या असांत अनावर्ती दशमलव के रूप में व्यक्त कीजिए।
- (i) 0.1666 (ii) 0.27696
- (iii) 2.142857142857..... (iv) 2.502500250002.....
- (v) $4.\overline{123456789}$
- दी गई संख्याओं को परिमेय व अपरिमेय संख्याओं के रूप में भी व्यक्त कीजिए।
30. दी गई संख्याओं को परिमेय या अपरिमेय संख्या के रूप में वर्गीकृत कीजिए।
- (i) $\frac{7\sqrt{7}}{\sqrt{343}}$
- (ii) $5 + 2\sqrt{23} - (\sqrt{25} + \sqrt{92})$
- (iii) $\sqrt{360}$
- (iv) $\frac{22}{7}$
- (v) π

31. हल कीजिए:-

(i) जोड़िए $\sqrt{125} + 2\sqrt{27}$ तथा $-5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

(ii) गुणा कीजिए $(-3 + \sqrt{5})$ तथा $(7 + \sqrt{3})$

(iii) भाग कीजिए $(2\sqrt[3]{216} - 3\sqrt{27})$ को 3 से

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

32. यदि $\frac{3 + 2\sqrt{5}}{3 - 2\sqrt{5}} = p + q\sqrt{5}$, है तो 11 (p + q) का मान ज्ञात कीजिए।

33. हल कीजिए $\frac{(25)^{5/2} \times (81)^{1/4}}{(125)^{2/3} \times (27)^{2/3} \times 8^{4/3}}$

34. यदि $32^{2x-5} = 4 \times 8^{x-5}$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

35. मान ज्ञात कीजिए:-

(i) $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$

(ii) $(9 + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

(iii) $\left[5(8^{1/3} + 27^{1/3})^7\right]^{1/4}$

(iv) $(6 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$

36. यदि $5^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

37. यदि $x = 3 - 2\sqrt{2}$, सिद्ध कीजिए $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \pm 2$

38. यदि $xyz = 1$ तो हल कीजिए

$$\left(1 + x + y^{-1}\right)^{-1} + \left(1 + y + z^{-1}\right)^{-1} + \left(1 + z + x^{-1}\right)^{-1}$$

39. x का मान ज्ञात कीजिए यदि

(i) $25^{2x-3} = 5^{2x+3}$

(ii) $(4)^{2x-1} - (16)^{x-1} = 384$

40. हल कीजिए:-

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$$

41. $0.6 + 0.\bar{7} + 0.4\bar{7}$ को $\frac{p}{q}$, के रूप में व्यक्त कीजिए जहाँ p तथा q पूर्णांक है और $q \neq 0$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

42. मान ज्ञात कीजिए $\frac{64^{\frac{a}{6}}}{4^a} \times \frac{2^{2a+1}}{2^{a-1}}$

43. सरल कीजिए $\frac{1}{1+x^{b-a}+x^{c-a}} + \frac{1}{1+x^{a-b}+xb^{c-b}} + \frac{1}{1+x^{a-c}+x^{b-c}}$

44. सरल कीजिए $\left(\frac{x^a}{x^{-b}}\right)^{a-b} \times \left(\frac{x^b}{x^{-c}}\right)^{b-c} \times \left(\frac{x^c}{x^{-a}}\right)^{c-a}$

45. सिद्ध कीजिए $\frac{7\sqrt{3}}{(\sqrt{10}+\sqrt{3})} - \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})} - \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{15}+3\sqrt{2})} = 1$

46. यदि $a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ तथा $b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$, तो $a^2 + b^2 + ab$ का मान ज्ञात कीजिए।

47. यदि $x = 9 - 4\sqrt{5}$ तो ज्ञात कीजिए

(i) $x + \frac{1}{x}$

(ii) $x - \frac{1}{x}$

(ii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(iv) $x^2 - \frac{1}{x^2}$

(v) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

(vi) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

(vii) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

(viii) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

(ix) $x + \frac{14}{x}$

48. यदि $P = 5 - 2\sqrt{6}$ है तो ज्ञात कीजिए:-

(i) $P^2 + \frac{1}{P^2}$

(ii) $P^2 - \frac{1}{P^2}$

(iii) $P^4 + \frac{1}{P^4}$

49. निम्न का मान ज्ञात कीजिए $\frac{4}{(216)^{-2/3}} + \frac{1}{(256)^{-3/4}} + \frac{2}{(243)^{-1/5}}$

50. यदि $\frac{9^n \times 3^2 \times (3^{-n/2})^{-2} - (27)^n}{3^{3m} \times 2^3} = \frac{1}{729}$ है तो सिद्ध कीजिए $m - n = 2$

51. यदि $x = 2^y$ तथा $\frac{9 \times 3^{2x} - 3x \times 3^{x-2}}{2} = 360$ है तो y का मान ज्ञात कीजिए।

52. यदि $a = 2, b = 3$ है तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए:-

(i) $(a^b + b^a)^{-1}$

(ii) $(a^a + b^b)^{-1}$

53. यदि $ab + bc + ca = 0$, है तो ज्ञात कीजिए $\frac{1}{a^2 - bc} + \frac{1}{b^2 - ca} + \frac{1}{c^2 - ab}$

अध्याय-1
संख्या पद्धति
उत्तर

1. (c) 0
2. (d) $\sqrt{5}$
3. (c) $2 - \sqrt{3}$
4. (a) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$
5. (d) $\frac{1}{5}$
6. $4\sqrt{3}$
7. असांत तथा अनावर्ती
8. 0
9. 3
10. अपरिमित रूप से अनेक
11. अपरिमेय
12. वास्तविक
13. Hint: $\frac{a+b}{2}$ या हर को बराबर कीजिए
 $\frac{1}{12}$ (अन्य उत्तर भी संभव)
14. $\frac{7}{9}$
15. $\frac{5}{11}$
16. Hint: घात की तुलना
 $x = 5$
17. -1
18. $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}$

19. $\sqrt{25} = 5$
 $\sqrt{27} = 3\sqrt{3} = 3 \times 1.732 = 5.196$
दो अपरिमेय संख्याएँ 5.012301234012345.....
5.1378424134876.....
(अन्य उत्तर भी संभव है)
20. $\frac{17}{5}, \frac{43}{10}$ (अन्य उत्तर भी संभव)
21. 4
22. $\left(\frac{5}{3}\right)^2$
23. 6
25. Hint: दोनों तरफ घन करने पर

$$\left(\sqrt[3]{2x+3}\right)^3 = 5^3$$

$$2x+3 = 125$$

$$x = 61$$
26. $\frac{14}{11}$
27. 1
28. (i) सांत दशमलव
(ii) असांत आवर्ती दशमलव
(iii) Hint: पहले हल कीजिए। सांत दशमलव
(iv) असांत आवर्ती दशमलव
29. (i) सांत दशमलव-परिमेय
(ii) सांत दशमलव-परिमेय
(iii) असांत आवर्ती दशमलव-परिमेय
(iv) असांत अनावर्ती दशमलव-अपरिमेय
(v) असांत आवर्ती-परिमेय

30. (i) परिमेय
 (ii) परिमेय
 (iii) अपरिमेय
 (iv) परिमेय
 (v) अपरिमेय

31. (i) $5\sqrt{3}$
 (ii) $-21 - 3\sqrt{3} + 7\sqrt{5} + \sqrt{15}$
 (iii) $4 - 3\sqrt{3}$

32. Hint: हल का परिमेयकरण

$$p = \frac{-29}{11}, \quad q = \frac{-12}{11}$$

$$\Rightarrow 11(p + q) = -41$$

33. Hint: $\frac{(5^2)^{5/2} \times (3^4)^{1/4}}{5^2 \times 3^2 \times 2^4} = \frac{5^3}{3 \times 2^4} = \frac{125}{48}$

34. Hint:

$$2^{5(2x-5)} = 2^2 \times 2^{3(x-5)}$$

$$2^{10x-5} = 2^{3x-15+2}$$

$$10x - 25 = 3x - 13$$

$$x = \frac{12}{7}$$

35. (i) Hint: $\frac{2^{36}(2^2 + 2^1 + 1)}{2^{37}(2^2 + 2^1 + 1)} = \frac{1}{2}$

(ii) Hint: $(9)^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 2 \times 9(\sqrt{2} - \sqrt{3})$
 $= 2(43 - \sqrt{6} + 9\sqrt{2} - 9\sqrt{3})$

(iii) 25

(iv) $12 + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$

36. Hint:

$$5^{2x-1} - 5^{2(x-1)} = 5^4 \times 2^2$$

$$5^{2x-1} \frac{-5^{2x-1}}{5} = 5^4 \times 2^2$$

$$x = 3$$

37. Hint:

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} - 2 = 4$$

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \pm 2$$

38. Hint: $y = \frac{1}{xz}$ रखने पर

$$= (1 + x + xz)^{-1} + \left(1 + \frac{1}{xz} + \frac{1}{z}\right)^{-1} + \left(1 + z + \frac{1}{x}\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{1 + x + xz} + \left(\frac{xz + 1 + x}{xz}\right)^{-1} + \left(\frac{x + xz + 1}{x}\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{1 + x + xz} + \frac{xz}{1 + x + xz} + \frac{x}{1 + x + xz}$$

$$= \frac{1 + zx + x}{1 + x + xz} = 1$$

39. (i) Hint:

$$5^{2(2x-3)} = 5^{2x+3}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

(ii) Hint:

$$2^{2(2x-1)} - 2^{4(x-1)} = 2^7 \times 3$$

$$2^{4x-2} - 2^{4x-4} = 2^7 \times 3$$

$$2^{4x-2} (1 - 2^{-2}) = 2^7 \times 3$$

$$x = \frac{11}{4}$$

40. Hint:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} &= \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = -(1-\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{4} + \sqrt{6} - \sqrt{5} \\ &\quad + \sqrt{7} - \sqrt{6} + \sqrt{8} - \sqrt{7} + \sqrt{9} - \sqrt{8} \\ &= \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2\end{aligned}$$

41. $\frac{167}{90}$

42. 4

43. 1

44. 1

45. 1

46. Hint:

$$\begin{aligned}a &= 13 - 2\sqrt{42} \\ b &= 13 + 2\sqrt{42} \\ (a+b)^2 - ab &= a^2 + b^2 + ab \\ a^2 + b^2 + ab &= (13 - 2\sqrt{42} + 13 + 2\sqrt{42})^2 - (13 - 2\sqrt{42})(13 + 2\sqrt{42}) \\ a^2 + b^2 + ab &= (26)^2 - (169 - 168) \\ &= 676 - 1 = 675\end{aligned}$$

47. (i) 18

(ii) $-8\sqrt{5}$

(iii) 322

(iv) $-144\sqrt{5}$

(v) Hint:

$$\begin{aligned}x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 18^3 - 3 \times 18 = 5778\end{aligned}$$

(vi) Hint:

$$\begin{aligned}x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (-8\sqrt{5})^3 + 3x - 8\sqrt{5} \\ &= -2584\sqrt{5}\end{aligned}$$

(vii) $2\sqrt{5}$

(viii) 4

(ix) $135 + 52\sqrt{5}$

48. (i) 98

(ii) Hint: $P^2 - \frac{1}{P^2} = \left(P + \frac{1}{P}\right)\left(P - \frac{1}{P}\right) = -40\sqrt{6}$

(iii) Hint: $P^4 + \frac{1}{P^4} = \left(P^2 + \frac{1}{P^2}\right)^2 - 2 = 9602$

49. 214

50. Hint:

$$\frac{3^{2n} \times 3^2 \times 3^{\frac{-n}{2} \times -2} - 3^{3n}}{3^{3m} \times 3^2} = \frac{1}{729}$$

$$\frac{3^{2n+2+n} - 3^{3n}}{3^{3m} \times 2^3} = \frac{1}{729}$$

$$3^{3n-3m} = 3^{-6}$$

$$n - m = -2$$

$$\therefore m - n = 2$$

51. Hint:

$$\frac{3^2 \times 3^{2x} - 3^x \times 3^{x-2}}{2} = 360$$

$$\frac{3^{2x}(3^2 - 3^{-2})}{2} = 360$$

$$3^{2x} = 81$$

$$x = 2$$

$$y = 1$$

52. (i) $\frac{1}{17}$

(ii) $\frac{1}{31}$

53. Hint: $ab = -(bc + ca)$; $bc = -(ca + ab)$; $ca = -(ab + bc)$

$$= \frac{1}{a^2 + ac + ab} + \frac{1}{b^2 + ab + bc} + \frac{1}{c^2 + bc + ca}$$

$$= \frac{1}{a(a+b+c)} + \frac{1}{b(a+b+c)} + \frac{1}{c(a+b+c)}$$

$$= 0$$

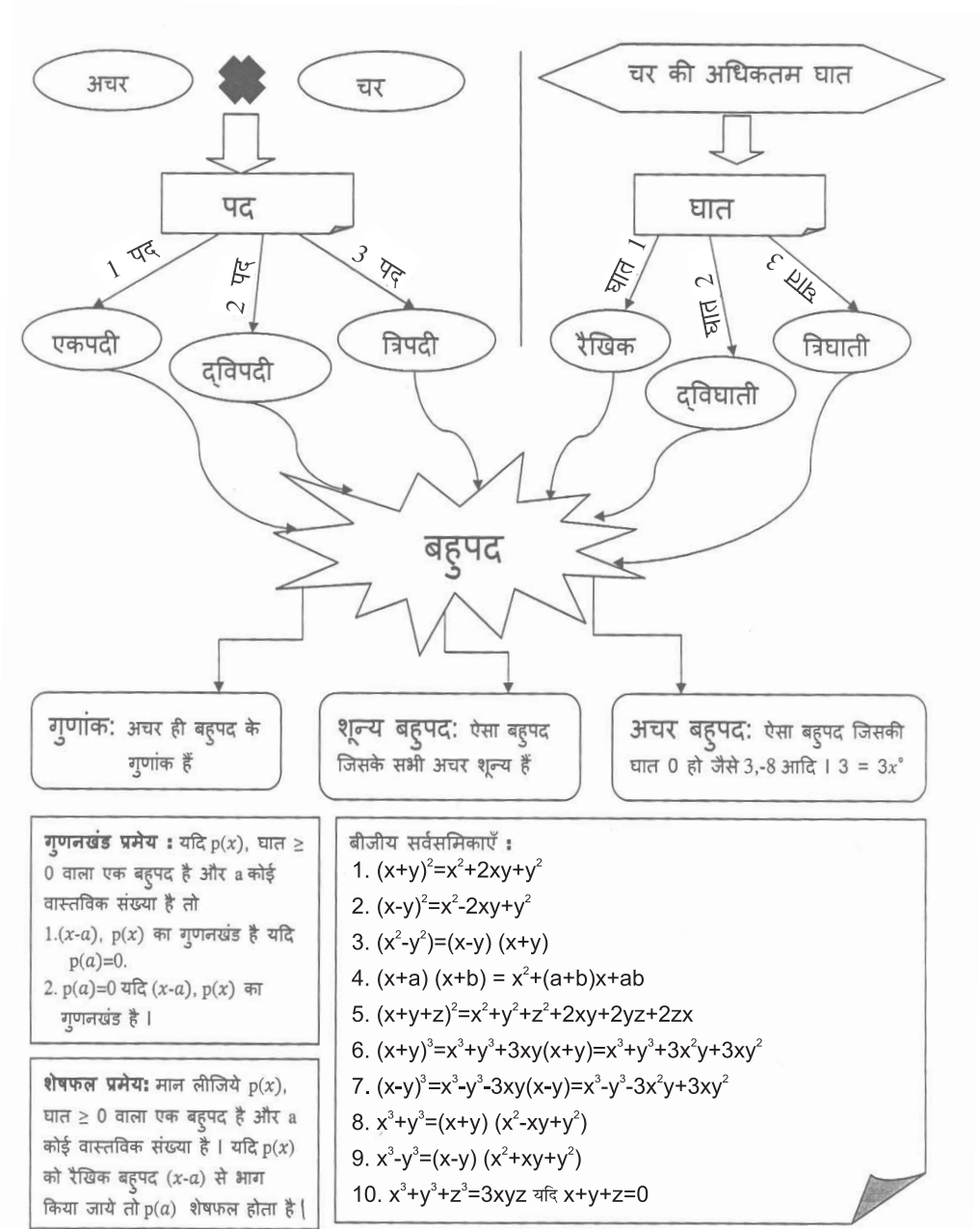
अध्याय-1
संख्या पद्धति
अभ्यास परीक्षा

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच एक परिमेय संख्या तथा एक अपरिमेय संख्या लिखिए। (1)
2. यदि $p = 5 - 2\sqrt{6}$ तो $\frac{1}{p}$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)
3. सरल कीजिए $4\sqrt{3} + 3\sqrt{48} - \frac{5}{2}\sqrt{12}$ (2)
4. यदि $(5)^{2x-1} - (25)^{x-1} = 2500$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. x और y का मान ज्ञात कीजिए।
$$\frac{\sqrt{11} - \sqrt{7}}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} = x - y\sqrt{77}$$
 (3)
6. $(2 + \sqrt{3})$ को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए। (3)
7. सरल कीजिए।
$$\frac{16 \times 2^{a+1} - 4 \times 2^a}{16 \times 2^{a+2} - 2 \times 2^{a+2}}$$
 (3)
8. निम्नलिखित को p/q में दर्शाइए यहाँ p तथा q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$
 $0.\bar{4} + 0.1\bar{8} + 0.\bar{2}$ (5)

अध्याय-2
बहुपद
माइंड मैप



परिभाषा:

एक चर x और घात n में बहुपद $p(x)$ निम्न प्रकार का एक बीजीय व्यंजक होता है,

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0, \text{ जहाँ}$$

- (i) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ अचर हैं और $a_n \neq 0$
- (ii) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$, क्रमशः $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$ के गुणांक हैं।
- (iii) प्रत्येक $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, a_{n-2} x^{n-2}, \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$ बहुपद के पद कहलाते हैं।
- (iv) n बहुपद की घात कहलाती है, जहाँ n एक पूर्ण संख्या है।

बहुपद के शून्यांक: किसी बहुपद $p(x)$ के लिए यदि $p(a) = 0$ जहाँ a एक वास्तविक संख्या है तो ' a ' बहुपद का शून्यक है।

बहुपद से जुड़े तथ्य

1. चार अथवा अधिक पदों वाले बहुपदों का कोई विशेष नाम नहीं होता है। इनको केवल बहुपद ही कहा जाता है।
2. घात 4 और उससे अधिक वाले बहुपद के लिए कोई विशेष नाम नहीं होता है।
3. शून्य बहुपद की घात परिभाषित नहीं है।
4. एक ' n ' घात के बहुपद के अधिकतम ' n ' शून्यक हो सकते हैं।
5. एक शून्येतर अचर बहुपद का कोई शून्यक नहीं होता है।
6. प्रत्येक वास्तविक संख्या किसी भी शून्य बहुपद की एक शून्यक होती है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. बहुपद $4x^2 - 7x^2 + 2x + 1$ में x^2 का गुणांक है
(a) 4 (b) 7
(c) -4 (d) -7
2. निम्नलिखित में कौन-सा बहुपद नहीं है?
(a) $x + 1$ (b) $\sqrt{x} + 1$
(c) $x^2 + 1$ (d) $\left(\frac{1}{x} + 1\right)x^2$

3. यदि $x = -1$ बहुपद $x^3 - 2x^2 + 3ax + 5$ का एक शून्यक हो तो a का मान होगा:
- (a) 2 (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) -5
4. यदि $(x + 2)$ बहुपद $x^2 - kx + 14$ का एक गुणखंड हो तो k का मान होगा:
- (a) -9 (b) 9
(c) -2 (d) 14
5. $p(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$ को $x - 2$ से विभाजित करने पर शेषफल प्राप्त होगा:
- (a) 16 (b) 24
(c) -16 (d) -24
6. यदि एक वर्ग की भुजा $(x + 2y - z)$ इकाई हो, तो उसका क्षेत्रफल होगा।
7. बहुपद $x^2 - a^2$ के शून्यक है।
8. एक द्विघात बहुपद में अधिकतम पद हो सकते हैं।
9. $(49)^3 + (-30)^3 + \dots = 3 \times 49 \times 30 \times 19$
10. बहुपद $x^3 - 64$ की घात है और इसके पद हैं।
11. जाँच कीजिए कि $x = 3$ बहुपद $x^3 - 3x^2 + x - 3$ का एक शून्यक है या नहीं।
12. यदि $p + q + r = 9$ है, तो $(3 - p)^3 + (3 - q)^3 + (3 - r)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
13. $x^3 + 3x^2 + 2x$ को x से भाग करने पर शेषफल ज्ञात कीजिए।
14. यदि $f(x) = x^2 - 3$ हो तो $f(1) + f(-1)$ का मान ज्ञात कीजिए।
15. बहुपद $3x^3 - 4x^2 + 5x + 3$ में x^2 और x के गुणाकों का योगफल ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

16. जाँच कीजिए कि $q(x), r(x)$ का गुणज है या नहीं, जहाँ $q(x) = 2x^3 - 11x^2 - 4x + 5$ तथा $r(x) = 2x + 1$.
17. दर्शाइए कि $(x - 5)$ बहुपद $x^3 - 3x^2 - 4x - 30$ का एक गुणखण्ड है।
18. उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके $(997)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

19. बहुपद $p(x) = x(x-2)(x+3)$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
20. $3x^2 - 7x - 6$ को $(x-3)$ से भाग देने पर शेषफल ज्ञात कीजिए।
21. गुणनखण्ड कीजिए: $8x^3 + \sqrt{27}y^3$.
22. यदि $p(x) = x + 9$ है तो $p(x) + p(-x)$ ज्ञात कीजिए।
23. सीधे गुणा न करके 106×94 का मान ज्ञात कीजिए।
24. बहुपद $5x^2 - 18x + 9$ के गुणनखण्ड $(ax + b)$ और $(x + b)$ है। a और b का मान ज्ञात कीजिए।
25. यदि $p(x) = x^2 - 3x + 2$ तो $p(1) + p(-1) + p(10)$ ज्ञात कीजिए।
26. $(x-y)^2$ ज्ञात कीजिए यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$
27. दर्शाइए कि -1 बहुपद $3x^4 - x^3 + 3x + 1$ का एक शून्यक है।
28. गुणनफल ज्ञात कीजिए $(x+1)(x-y)$

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

29. गुणनखण्ड कीजिए: $64a^2 + 96ab + 36b^2$
30. गुणनखण्ड कीजिए: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
31. यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
32. सरल करो: $(5a - 2b)(25a^2 + 10ab + 4b^2) - (2a + 5b)(4a^2 - 10ab + 25b^2)$
33. यदि $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ को $(x-1)$ तथा $(x+2)$ से भाग किया जाए जो इस प्रकार प्राप्त शेषफलों का योग ज्ञात कीजिए।
34. गुणनफल ज्ञात कीजिए: $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$
35. $7\sqrt{2}k^2 - 10k - 4\sqrt{2}$ का गुणनखण्ड कीजिए।
36. सरल कीजिए: $(3x - 4y)^3 - (3x + 4y)^3$
37. सरल कीजिए: $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2$.
38. गुणनखण्ड कीजिए: $125x^3 + 8y^3 + z^3 - 30xyz$
39. $(x+2)$ बहुपद $ax^3 + bx^2 + x - 2$ का एक गुणनखण्ड है तथा $(x-2)$ से इस बहुपद को भाग देने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a और b के मान ज्ञात कीजिए।

40. यदि बहुपदों $ax^3 + 4x^2 + 3x - 4$ और $x^3 - 4x + a$ को $(x - 3)$ से भाग करें तो समान शेषफल प्राप्त होता है a का मान ज्ञात कीजिए।
41. यदि $\left(\frac{9}{10}\right)^3 - \left(\frac{2}{5}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{x}{50}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।
42. यदि $(x - 3)$ तथा $\left(x - \frac{1}{3}\right)$ बहुपद $px^2 + 3x + r$, के गुणखंड हों तो सिद्ध कीजिए कि $p = r$.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

43. कक्षा IX द्वारा NSS के अंतर्गत एक साक्षरता अभियान आयोजित किया गया, रैली हेतु छात्राओं ने $(x - 5)$ पंक्ति (rows), $(3x - 4)$ स्तम्भ (Column) बनाए। कुल छात्राओं की संख्या को बीजीय व्यंजक के रूप में दर्शाइए।
44. (i) उपयुक्त सर्वसमिका का प्रयोग करके, $(-7)^3 + (5)^3 + (2)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
(ii) उस घन की विमाएँ ज्ञात करो जिसका आयतन व्यंजक $4x^2 + 14x + 6$ से प्रदर्शित होता है।
45. यदि $a + b + c = 0$ हो तो $\frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab}$ का मान ज्ञात कीजिए।
46. सरल कीजिए: $\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$
47. गुणखण्ड कीजिए: $(2a - b - c)^3 + (2b - c - a)^3 + (2c - a - b)^3$
48. यदि बहुपद $4x^3 - 16x^2 + ax + 7$, $x - 1$ से पूर्णतया विभाजित हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए। इसका प्रयोग करते हुए बहुपद का गुणखण्ड कीजिए।
49. यदि $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -1$ जहाँ $x \neq 0, y \neq 0$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
50. सरल कीजिए: $\frac{155 \times 155 + 155 \times 55 + 55 \times 55}{155 \times 155 \times 155 - 55 \times 55 \times 55}$

अध्याय-2

बहुपद

उत्तर और संकेत

1. (d) -7
2. (b) $\sqrt{x} + 1$
3. (b) $\frac{2}{3}$
4. (a) -9
5. (c) -16
6. $x^2 + 4y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 2xz$
7. दो
8. तीन
9. $(-19)^3$
10. 3, 2
11. हाँ
12. $p + q + r = 9$
 $(3 - p) + (3 - q) + (3 - r) = 0$
 $\therefore (3 - p)^3 + (3 - q)^3 + (3 - r)^3$
 $= 3(3 - p)(3 - q)(3 - r)$
13. 0
14. $f(1) + f(-1)$
 $= (-2) + (-2) = -4$
15. $(-4) + (5) = 1$
16. $\therefore, q\left(\frac{-1}{2}\right) = 4 \neq 0$
 $\therefore r(x), q(x)$ का गुणज नहीं है।
17. बहुपद में $x = 5$ रखिए।
18. 994009
19. 0, 2, -3
20. 0
21. $(2x + \sqrt{3}y)(4x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2)$
22. 18
23. $(100 + 6)(100 - 6) = 9964$
24. $a = 5, b = -3$
25. 78
26. 0
28. $x^2 - xy + x - y$
29. $(8a + 6b)^2$
30. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$
31. 207
32. $117a^3 - 133b^3$
33. -34

34. $p^8 - \frac{1}{p^8}$
35. $(k - \sqrt{2})(7\sqrt{2}k + 4)$
36. $-128y^3 - 216x^2y$
37. $4xy + 4xz$
38. $(5x + 2y + z)(25x^2 + 4y^2 + z^2 - 10xy - 2yz - 5zx)$
39. $a = 0, b = 1$
40. $a = -1$
41. $x = 27, a + b + c = 0$ हो तो $\{a^3 + b^3 + c^3 = 3abc\}$
43. $3x^2 - 19x + 20$
44. (i) -210 , (ii) $2, (x + 3), (2x + 1)$
45. 3
46. $(a + b)(b + c)(c + a)$
47. $3(2a - b - c)(2b - c - a)(2c - a - b)$
48. $a = 5, (x - 1)(2x + 1)(2x - 7)$
49. 0
50.
$$\frac{(155)^2 + 155 \times 55 + (55)^2}{(155)^3 - (55)^3} = \frac{(155)^3 - (55)^3}{(155 - 55)((155)^3 - (55)^3)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} = 0.01$$

अध्याय-2

बहुपद

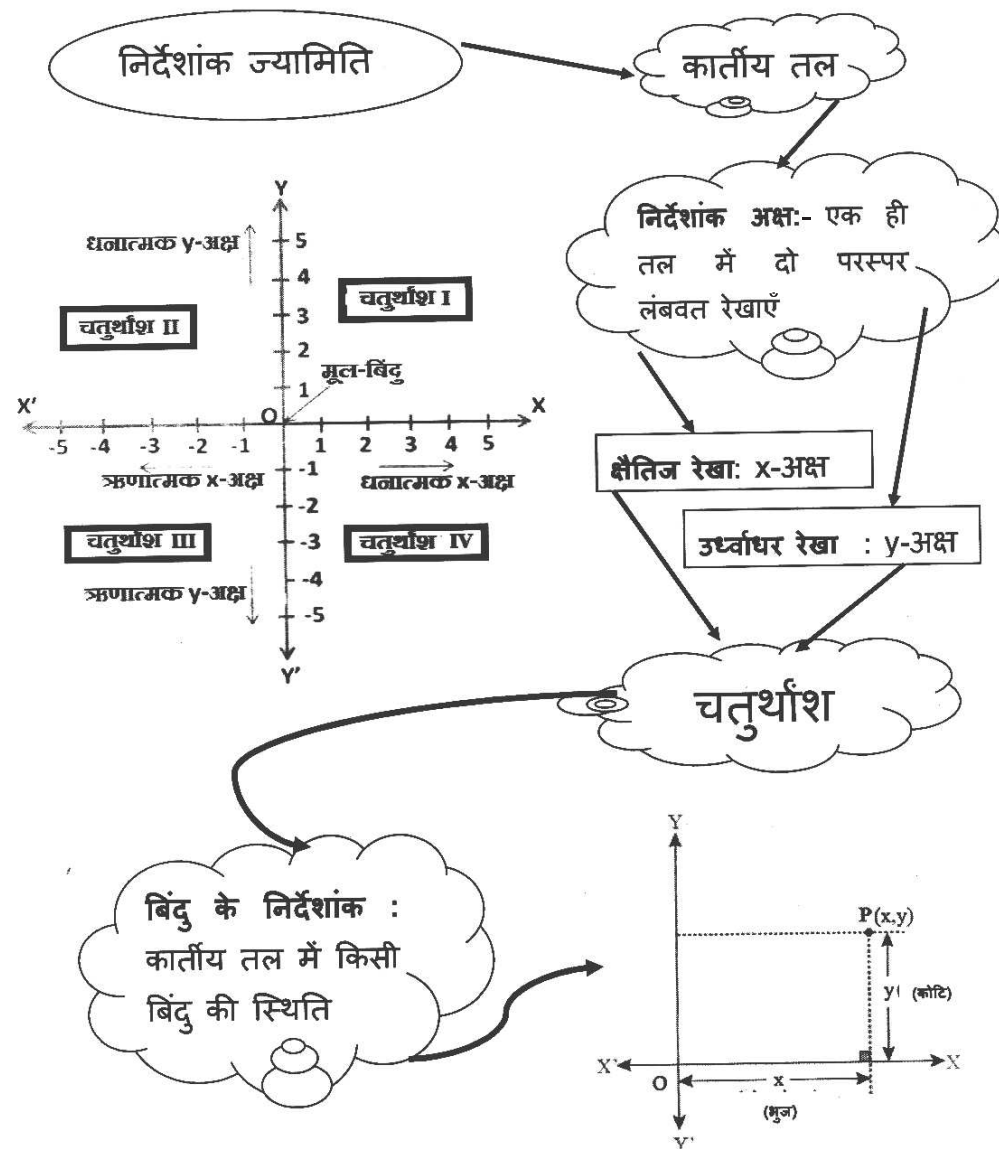
अभ्यास परीक्षा

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. दर्शाइए कि $x = 1$, बहुपद $3x^2 - 4x^2 + 8x - 7$ का एक शून्यक है। (1)
2. $x = -3$ पर बहुपद $2x + 5$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)
3. बहुपद $x^2 - 4x + 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। (2)
4. यदि $x + y + z = 6$, $xy + yz + zx = 11$ है तो $x^2 + y^2 + z^2$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)
5. यदि $3x - 4$ बहुपद $p(x) = 2x^3 - 11x^2 + kx - 20$ का एक गुणनखण्ड है तो k का मान ज्ञात कीजिए। (3)
6. गुणनखण्ड कीजिए: $a^2 + b^2 + 2(ab + bc + ca)$ (3)
7. गुणनखंड कीजिए: $2\sqrt{2}a^3 + 8b^3 - 27c^3 + 18\sqrt{2}abc$ (3)
8. गुणनखंड कीजिए : (5)
 - (i) $4x^2 + 20x + 25$
 - (ii) $6x^2 + 7x - 3$

अध्याय-3
निर्देशांक ज्यामिति
माइंड मैप



महत्वपूर्ण बिंदु

- निर्देशांक ज्यामिति, गणित की वह शाखा है, जिसमें हम कार्तीय तल में किसी वस्तु की स्थिति ज्ञात करते हैं।
- कार्तीय तल में दो परस्पर लंबवत् रेखाएँ XX' तथा YY' एक बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यह बिंदु O मूल-बिंदु कहलाता है।
- ये दो परस्पर लंबवत् रेखाएँ x -अक्ष और y -अक्ष, कार्तीय तल को चार चतुर्थांशों में विभाजित करती हैं।
- किसी बिंदु के निर्देशांक कार्तीय-तल में उस बिंदु की स्थिति को दर्शाते हैं। यह निर्देशांक उस बिंदु की x -अक्ष तथा y -अक्ष से लंबवत् दूरी के आधार पर निर्धारित किए जाते हैं।
- x -अक्ष से किसी बिंदु की लंबवत् दूरी कोटि (ordinate) तथा x -अक्ष से लंबवत् दूरी भुज (abscissa) कहलाती है।
- कार्तीय तल में कोई बिंदु $P(a, b)$ के रूप में दर्शाया जाता है जहाँ (a, b) उस बिंदु के निर्देशांक हैं। a भुज तथा b कोटि है।

भुज (x)	कोटि (y)	बिंदु की स्थिति
धनात्मक (+)	धनात्मक (+)	चतुर्थांश I
धनात्मक (+)	ऋणात्मक (-)	चतुर्थांश IV
ऋणात्मक (-)	ऋणात्मक (-)	चतुर्थांश III
ऋणात्मक (-)	धनात्मक (+)	चतुर्थांश II

- x -अक्ष पर किसी बिंदु की स्थिति $(x, 0)$ तथा y -अक्ष पर किसी बिंदु की स्थिति $(0, y)$ द्वारा दर्शायी जाती है।
 - यदि दो या अधिक बिंदुओं के भुज समान हों तो इन बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा y -अक्ष के समांतर होती है।
 - यदि दो या अधिक बिंदुओं की कोटि समान हो तो इन बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा x -अक्ष के समांतर होती है।
- नोट:** यदि कोई बिंदु x -अक्ष अथवा y -अक्ष पर स्थित हो तो वह किसी भी चतुर्थांश में स्थित नहीं होता है।
- किसी बिंदु का दर्पण प्रतिबिंब उस बिंदु का किसी एक अक्ष के समक्ष प्रतिबिंब के समान मात्र है।

x -अक्ष में दर्पण प्रतिबिंब - भुज समान रहता है, कोटि का चिन्ह बदल जाता है।
 y -अक्ष में दर्पण प्रतिबिंब - भुज का चिन्ह बदल जाता है, कोटि समान रहती है।
मूल बिंदु में दर्पण प्रतिबिंब - भुज तथा कोटि, दोनों के चिन्ह बदल जाते हैं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. किसी बिंदु का भुज उसकी दूरी होती है:
(a) x -अक्ष से (b) y -अक्ष से
(c) मूलबिंदु से (d) इनमें से कोई नहीं
2. किसी बिंदु का y -निर्देशांक उसकी दूरी होती है:
(a) x -अक्ष से (b) y -अक्ष
(c) मूलबिंदु से (d) इनमें से कोई नहीं
3. वह बिंदु जिसके दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं, वह किस चतुर्थांश में स्थित होगा:
(a) चतुर्थांश I (b) चतुर्थांश II
(c) चतुर्थांश III (d) चतुर्थांश IV
4. यदि किसी बिंदु का भुज शून्य है, तो वह बिंदु सदैव स्थित है:
(a) x -अक्ष पर (b) y -अक्ष
(c) मूलबिंदु पर (d) चतुर्थांश I में
5. यदि $x > 0$, $y < 0$ हो तो बिंदु $(x, -y)$ में स्थित है।
(a) चतुर्थांश I (b) चतुर्थांश II
(c) चतुर्थांश III (d) चतुर्थांश IV
6. बिंदु $(a, 0)$ स्थित है
(a) x -अक्ष पर (b) y -अक्ष पर
(c) चतुर्थांश III में (d) चतुर्थांश IV में

7. चौथे चतुर्थांश में स्थित किसी बिंदु के भुज और कोटि के क्रमशः चिन्ह हैं:
- (a) +, + (b) -, -
(c) -, + (d) +, -
8. किसी बिंदु का भुज धनात्मक होता है:
- (a) चतुर्थांश I और IV में (b) केवल चतुर्थांश I में
(c) चतुर्थांश I और II में (d) चतुर्थांश I और III में
9. वह बिंदु जो y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में y-अक्ष पर 10 मात्रक की दूरी पर स्थित है, होगा:
- (a) (10, 0) (b) (0, 10)
(c) (-10, 0) (d) (0, -10)
10. किसी रेखाखंड के अंतिम बिंदु प्रथम तथा तृतीय चतुर्थांश में हैं। यह रेखाखंड गुजरता है।
- (a) मूलबिंदु से (b) x-अक्ष से
(c) y-अक्ष से (d) चतुर्थांश II में
11. वे बिंदु जिनके भुज और कोटि विभिन्न चिन्हों के होते हैं, स्थित होंगे:
- (a) चतुर्थांश I और II में (b) चतुर्थांश I और III में
(c) चतुर्थांश II और III में (d) चतुर्थांश II और IV में
12. बिंदुओं $P(0, 3)$, $Q(1, 0)$, $R(0, -1)$, $S(-5, 0)$ और $T(1, 2)$ में से कौन-कौन से बिंदु x-अक्ष पर स्थित नहीं हैं?
- (a) केवल P और R (b) केवल Q और S
(c) P , R और T (d) Q , S और T
13. यदि दो बिंदुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः $(-2, 3)$ और $(-3, 5)$ हैं तो $(P$ का भुज) $- (Q$ का भुज) बराबर है:
- (a) -5 (b) 1
(c) -1 (d) -2

14. बिंदु $(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)$
- (a) चतुर्थांश I में स्थित हैं (b) चतुर्थांश III में स्थित हैं
(c) चतुर्थांश I और III में स्थित हैं (d) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं
15. वह बिंदु, जहाँ दोनों निर्देशांक अक्ष मिलते हैं, कहलाता है:
- (a) भुज (b) कोटि
(c) चतुर्थांश (d) मूलबिंदु
16. मूलबिंदु के भुज और कोटि हैं:
- (a) $(1, 0)$ (b) $(1, 1)$
(c) $(0, 1)$ (d) $(0, 0)$
17. दोनों निर्देशांक अक्ष के बीच बनने वाला कोण है:
- (a) शून्य कोण (b) समकोण
(c) न्यून कोण (d) अधिक कोण
18. x -अक्ष से बिंदु $P(-4, -3)$ की लांबिक दूरी है:
- (a) -4 इकाई (b) -3 इकाई
(c) 4 इकाई (d) 3 इकाई
19. y -अक्ष से बिंदु $P(-7, 2)$ की लांबिक दूरी है:
- (a) -7 इकाई (b) 7 इकाई
(c) 2 इकाई (d) -2 इकाई
20. मूल बिंदु से बिंदु $P(3, 4)$ की दूरी है:
- (a) 3 इकाई (b) 4 इकाई
(c) 7 इकाई (d) 5 इकाई

21. बिंदुओं $A(-5, 0)$, $B(0, -3)$, $C(3, 0)$, $D(0, 4)$ में से कौन-से बिंदु मूल बिंदु के नजदीक हैं?
- (a) A (b) B
(c) D (d) बिंदु B और C दोनों
22. बिंदु $(0, 3)$ का y -अक्ष में दर्पण प्रतिबिंब है:
- (a) $(0, -3)$ (b) $(0, 3)$
(c) $(3, 0)$ (d) $(-3, 0)$
23. निर्देशांक अक्ष तल को चार भागों में विभाजित करता है जो कहलाते हैं।
24. यदि किसी बिंदु के निर्देशांक $(-2, 5)$ हैं तो इसकी कोटि और भुज है।
25. बिंदु $(200, -111)$ चतुर्थांश में स्थित है।
26. y -अक्ष पर किसी बिंदु का भुज होता है।
27. x -अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि होती है।
28. बिंदु $(0, 0)$, $(0, 4)$ और $(4, 0)$ एक त्रिभुज बनाते हैं।
29. यदि (x, y) एक बिंदु को प्रदर्शित करता है तथा $xy > 0$ है तो बिंदु या चतुर्थांश में स्थित होगा।
30. बिन्दु $(3, -1)$ और $(-1, 3)$ कार्तीय तल में (एक ही/अलग-अलग) स्थान पर स्थित हैं।
31. यदि किसी बिंदु की कोटि और भुज क्रमशः 7 और -5 है तो इसके निर्देशांक हैं।
32. वह बिंदु, जिसका भुज 5 है और वह x -अक्ष पर स्थित है, के निर्देशांक हैं।
33. किसी बिंदु के निर्देशांक उसको कार्तीय तल में रूप से प्रदर्शित करते हैं।
34. उस बिंदु के निर्देशांक, जो x -अक्ष की ऋणात्मक दिशा में x -अक्ष पर 6 मात्रक की दूरी पर स्थित है, हैं।
35. दो बिंदुओं $P(0, -1)$ तथा $Q(2, 1)$ के लिए $(P$ का भुज) $- (Q$ का भुज) का मान है।
36. दोनों अक्ष के मध्य बनने वाले कोण का माप होता है।

37. निम्न बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित हैं:
- | | |
|---------------|-----------------|
| (i) (3, -2) | (ii) (17, -30) |
| (iii) (-2, 5) | (iv) (-50, -20) |
| (v) (10, 100) | (vi) (-81, 80) |
38. निम्न बिंदु किस अक्ष पर स्थित है:
- | | |
|---------------|--------------|
| (a) (11, 0) | (b) (-11, 0) |
| (c) (0, -100) | (d) (0, 14) |
39. किसी बिंदु की भुज व कोटि क्रमशः -3 और -5 हों तो बिंदु के निर्देशांक लिखिए।
40. क्या बिंदु $P(7, 0)$ व $Q(0, 7)$ समान बिंदु को प्रदर्शित करते हैं?
41. निर्देशांक तल में x का मान किस चतुर्थांश में ऋणात्मक होता है?
42. ग्राफ पेपर पर कार्तीय तल में बिंदुओं $(0, 0)$, $(4, 4)$ व $(0, 4)$ को निरूपण करने पर कौन-सी आकृति प्राप्त होती है?
43. $x > 0$ व $y > 0$ के मान वाला बिंदु $A(x, y)$ किस चतुर्थांश में स्थित होगा?
44. यदि किसी वर्ग के तीन शीर्ष बिंदु $(1, 2)$, $(5, 2)$, $(5, -2)$ हों तो चौथे शीर्ष बिंदु के निर्देशांक लिखिए।
45. यदि किसी बिन्दु का भुज धनात्मक हो और कोटि ऋणात्मक हो तो वह बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित होगा?
46. उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए जिसकी x -अक्ष तथा y -अक्ष से लंबवत् दूरी क्रमशः 5 और 3 इकाई है तथा वह बिंदु दूसरे चतुर्थांश में स्थित है।
47. यदि किसी बिन्दु के दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं तो वह बिन्दु किस चतुर्थांश में स्थित होगा?
48. उस बिन्दु के निर्देशांक लिखिए जहाँ पर दोनों अक्ष परस्पर प्रतिच्छेद करते हैं।
49. यदि एक बिन्दु x -अक्ष से x -इकाई तथा y -अक्ष से y -इकाई की दूरी पर स्थित है तो उस बिन्दु के निर्देशांक लिखिए।
50. x -अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक लिखिए जो y -अक्ष से 5 इकाई दूरी पर स्थित है।
51. y -अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक लिखिए जो x -अक्ष से 9 इकाई दूरी पर स्थित है।
52. कार्तीय तल में किस चतुर्थांश में भुज ऋणात्मक तथा कोटि धनात्मक होगी?
53. बिन्दु $A(-3, 0)$ किस अक्ष पर स्थित होगा?

54. बिंदुओं (2, 4) और (2, -5) को जोड़ने वाली रेखा किस अक्ष के समांतर है?
55. x -अक्ष के समक्ष बिन्दु (2, 3) के दर्पण प्रतिबिंब के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
56. y -अक्ष के समक्ष बिन्दु (-5, 6) के दर्पण प्रतिबिंब के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
57. बिंदु (-1, -4) का y -अक्ष के समक्ष दर्पण प्रतिबिंब किस चतुर्थांश में स्थित है?

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

58. कोई बिंदु चतुर्थांश II में स्थित है। इस बिंदु का x -अक्ष के समक्ष दर्पण प्रतिबिंब किस चतुर्थांश में होगा?
59. ऐसे दो बिंदुओं को निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिनकी मूल बिंदु से दूरी समान हो तथा एक बिंदु x -अक्ष तथा दूसरा y -अक्ष पर है।
60. वह चतुर्थांश बताइए जिसमें बिंदु $A(x, y)$ स्थित होगा जबकि
 (a) $x > 0$ व $y > 0$ (b) $x < 0$ व $y < 0$
61. एक कार्तीय तल के तृतीय चतुर्थांश में बनी आयताकार आकृति के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसकी एक भुजा x -अक्ष पर p मात्रक लंबी है व दूसरी भुजा y -अक्ष पर q मात्रक चौड़ी है।
62. एक कार्तीय तल में बिन्दुओं $A(1, -1)$ व $B(4, 5)$ दर्शाएँ व एक रेखाखण्ड द्वारा इन्हें मिलाएँ। किन्हीं दो बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो A व B के बीच में स्थित हों।

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

63. यदि हम कार्तीय तल पर बिंदुओं $P(5, 0)$, $Q(5, 5)$, $R(-5, 5)$ और $S(-5, 0)$ को जोड़ते हैं तो कौन सी आकृति प्राप्त होगी? इस आकृति की सममिति अक्ष को भी लिखिए।
64. उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए जो कि बिंदु $(-4, 0)$ और $(4, 0)$ से समदूरस्थ है। इस स्थिति को दर्शाने के लिए ऐसे कितने बिंदु संभव हैं?
65. एक आयताकार मैदान की लंबाई 10 इकाई व चौड़ाई 8 इकाई है। यदि इसका एक शीर्ष मूल बिंदु पर हो और लंबी भुजा x -अक्ष तथा एक शीर्ष प्रथम चतुर्थांश में स्थित हो तो इसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
66. बिंदुओं $B(5, 3)$, $E(5, 1)$, $S(0, 1)$ और $T(0, 3)$ को कार्तीय तल में जोड़ने पर प्राप्त आकृति का नाम लिखिए। आकृति का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।
67. कार्तीय तल में बिंदु $P(-5, 4)$ को दर्शाएँ और इससे x -अक्ष व y -अक्ष पर क्रमशः PM व PN लम्ब डालें। बिन्दु M व N के निर्देशांक लिखिए।

अध्याय-3
निर्देशांक ज्यामिति (उत्तर)

1. (b) y-अक्ष
2. (a) x-अक्ष
3. (c) चतुर्थांश III
4. (b) y-अक्ष
5. (d) चतुर्थांश IV
6. (a) x-अक्ष पर
7. (d) +, -
8. (a) चतुर्थांश I और IV में
9. (d) (0, -10)
10. (a) मूल बिंदु से
11. (d) चतुर्थांश II और IV में
12. (c) P, R और T
13. (b) 1
14. (d) एक ही चतुर्थांश में स्थित नहीं हैं।
15. (d) मूलबिंदु
16. (d) (0, 0)
17. (b) समकोण
18. (d) 3 इकाई
19. (b) 7 इकाई
20. (d) 5 इकाई
21. (d) बिंदु B और C दोनों
22. (b) (0, 3)
23. चतुर्थांश
24. 5, -2
25. IV चतुर्थांश
26. 0
27. 0
28. समद्विबाहु
29. I, III
30. अलग-अलग
31. (-5, 7)
32. (5, 0)
33. अद्वितीय
34. (-6, 0)
35. -2
36. 90°
37. (i) चतुर्थांश IV (ii) चतुर्थांश IV (iii) चतुर्थांश II
(iv) चतुर्थांश III (v) चतुर्थांश I (vi) चतुर्थांश II
38. (a) व (b) x-अक्ष पर (c) व (d) y-अक्ष पर

39. $(-3, -5)$
40. नहीं, क्योंकि भुज तथा कोटि के मान अलग हैं।
41. II व III चतुर्थांश में
42. त्रिभुज
43. चतुर्थांश I
44. $(1, -2)$
45. चतुर्थांश IV
46. $(-3, 5)$
47. चतुर्थांश I
48. $(0, 0)$
49. (y, x)
50. $(5, 0)$
51. $(0, 9)$
52. चतुर्थांश II में
53. x-अक्ष पर
54. y-अक्ष के
55. $(2, -3)$
56. $(5, 6)$
57. चतुर्थांश IV में
58. चतुर्थांश III में
59. $(\pm a, 0), (0, \pm a)$ जहाँ a कोई वास्तविक संख्या है।
60. (i) चतुर्थांश I (ii) चतुर्थांश III
61. $(o, o), (-p, o), (-p, -q), (o -q)$
62. कोई भी दो बिंदु जिनमें भुज = 4 तथा कोटि का मान -1 और 5 के बीच हो।
63. आयत, y-अक्ष
64. y-अक्ष पर कोई भी बिंदु, अनंत
65. $(0, 0), (10, 0), (10, 8), (0, 8)$
66. आकृति-आयत
क्षेत्रफल 10 वर्ग इकाई
67. M $(-5, 0)$
N $(0, 4)$

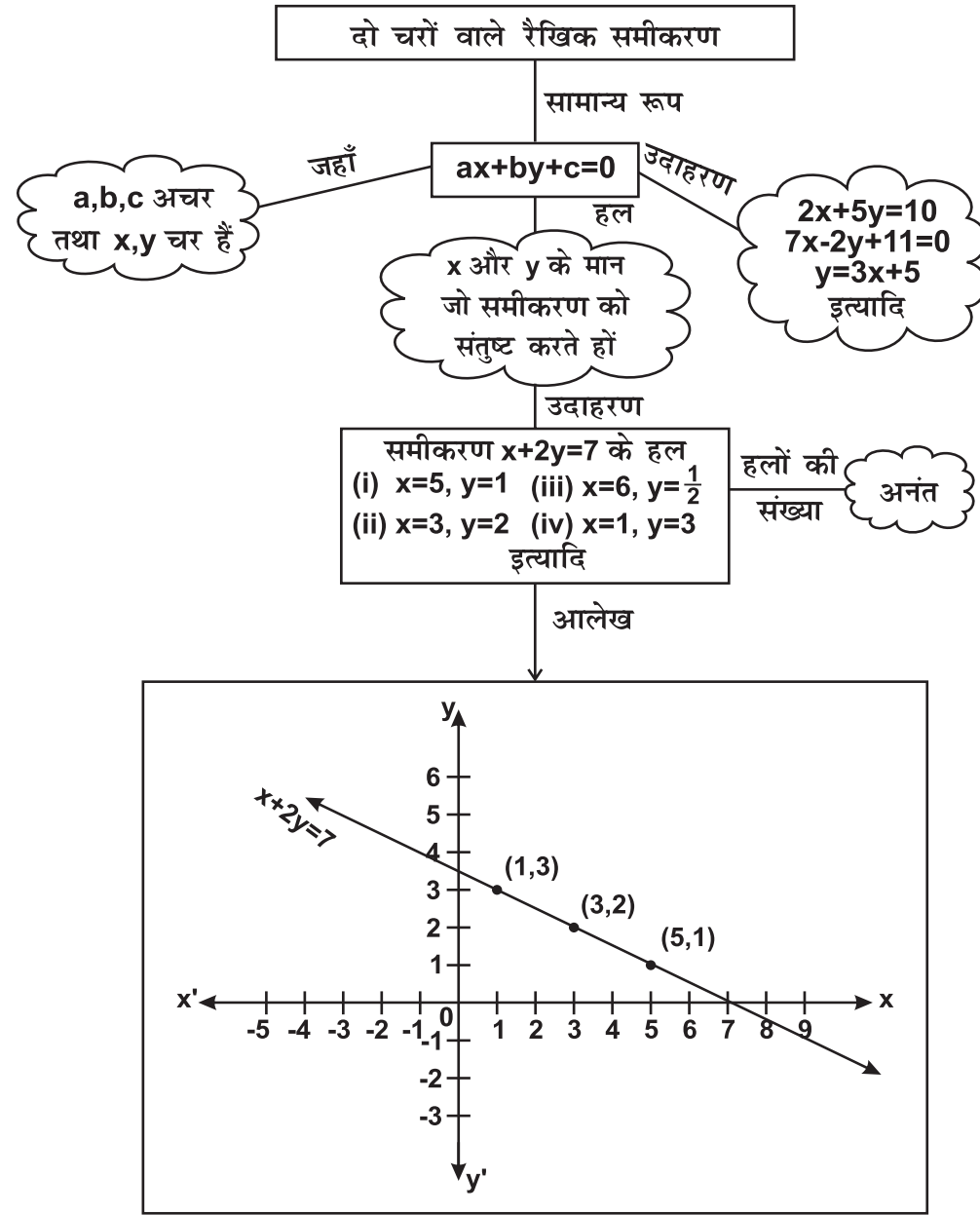
अभ्यास परीक्षा
निर्देशांक ज्यामिति

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. बिंदु (x, y) किस चतुर्थांश में स्थित है? (जहाँ x एक धनात्मक संख्या है तथा y एक ऋणात्मक संख्या है) (1)
2. उस बिंदु के निर्देशांक लिखिए जो x -अक्ष से 5 मात्रक दूरी पर II चतुर्थांश में स्थित है। (1)
3. x और y का मान ज्ञात कीजिए यदि (2)
(a) $(x - 4, 7) = (4, 7)$
(b) $(1, 2y - 3) = (1, 7)$
4. बिंदु $(7, -6)$ की x -अक्ष व y -अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए। (2)
5. निम्न बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित हैं? (3)
(i) $(4, -2)$
(ii) $(-3, 7)$
(iii) $(-1, -2)$
6. निम्न बिंदुओं का x -अक्ष के समक्ष दर्पण प्रतिबिंब लिखिए। (3)
 $(-3, 5)$ $(2, 0)$ $(-4, -7)$
7. बिंदुओं $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ और $B(4, 6)$ को देखिए। OA तथा AB की लंबाई ज्ञात कीजिए। यदि $OABC$ एक आयत है तो चौथे बिंदु C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (3)
8. दो समबाहु त्रिभुजों ABC और ABD , जिसकी भुजा $2a$ है, का आधार AB , x -अक्ष पर इस प्रकार स्थित है कि AB का मध्य बिन्दु मूल बिन्दु पर है। C और D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। $ABCD$ किस प्रकार का चतुर्भुज है? (5)

अध्याय-4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण
माइंड मैप



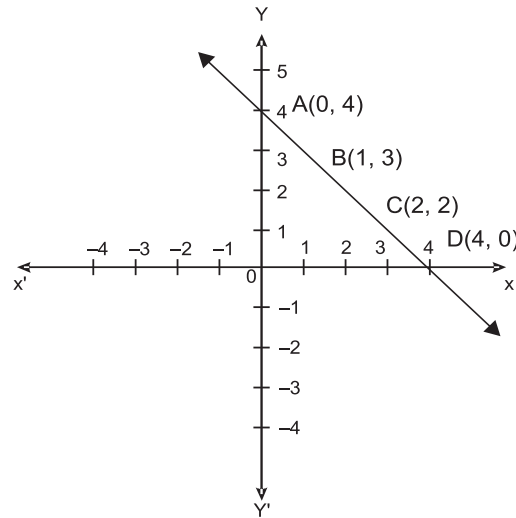
महत्वपूर्ण बिंदु

- एक चर वाला रैखिक समीकरण- एक समीकरण जिसे हम $ax + b = 0$, जहाँ a और b वास्तविक संख्याएँ हैं और $a \neq 0$, के रूप में लिख सकें, एक चर वाला रैखिक समीकरण कहलाता है।
- दो चरों वाले रैखिक समीकरण- एक समीकरण जिसे हम $ax + by + c = 0$, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं और $a, b \neq 0$, के रूप में लिख सकें, दो चरों वाला रैखिक समीकरण कहलाता है।
- एक चर वाले रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

- दो चर वाले रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
- दो चर में रैखिक समीकरण का आलेख एक सीधी रेखा ही बनती है।
- रेखा पर प्रत्येक बिंदु रेखा के समीकरण को संतुष्ट करता है।
- समीकरण का प्रत्येक हल रेखा पर स्थित एक बिंदु को दर्शाता है। इस प्रकार दो चर में रैखिक समीकरण का आलेखीय रूप एक रेखा होगी, जिसका प्रत्येक बिंदु उसका हल होगा।
- आलेख (ग्राफ): x तथा y के वे मान जो दिए गए समीकरण को संतुष्ट करते हैं दो चर में रैखिक समीकरण के हल कहलाते हैं।

उदाहरण: $x + y = 4$ के अनेक हल $(0, 4)$ $(1, 3)$ $(2, 2)$ $(4, 0)$ इत्यादि हैं।



अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. निम्नलिखित में से कौन-सा रैखिक समीकरण नहीं है?
(a) $3x + 3 = 5x + 2$ (b) $x^2 + 5 = 3x - 5$
(c) $\frac{7}{3}x - 5 = 4x - 3$ (d) $(x + 2)^2 = x^2 - 8$
2. निम्नलिखित में से कौन-से दो चर में रैखिक समीकरण नहीं है?
(a) $2x + 3y = 5$ (b) $3t + 2s = 6$
(c) $ax^2 + by = c$ (d) $ax + by = c$
3. दो चरों वाले रैखिक समीकरण के अधिकतम हल हैं:
(a) केवल एक हल (b) दो हल
(c) अपरिमित रूप से अनेक हल (d) चार हल
4. $ax + by + c = 0$ का आलेख है:
(a) x-अक्ष के समांतर एक सीधी रेखा (b) y-अक्ष के समांतर एक सीधी रेखा
(c) एक सीधी रेखा (d) सीधी रेखा नहीं
5. यदि $x = 1, y = 1$ समीकरण $9ax + 12ay = 63$ का एक हल है तो a का मान है:
(a) 3 (b) 0
(c) -3 (d) 4
6. x-अक्ष का समीकरण है:
(a) $x = k$ (b) $x = 0$
(c) $y = k$ (d) $y = 0$
7. $y = x$ द्वारा आलेखित रेखा पर स्थित बिंदु के निर्देशांक हैं:
(a) $(a, 0)$ (b) $(0, a)$
(c) (a, a) (d) $(a, -a)$
8. समीकरण $x = 0$ दर्शाता है :
(a) x-अक्ष को (b) y-अक्ष को
(c) x-अक्ष के समांतर एक रेखा को (d) y-अक्ष के समांतर एक रेखा को

9. $x = 2, y = 3$ निम्नलिखित में से किस रैखिक समीकरण का एक हल है:
- (a) $2x + y = 8$ (b) $x + 2y = 8$
(c) $x + y = 8$ (d) $-x + y = 8$
10. रैखिक समीकरण $2x + 3y = 6$ का आलेख एक रेखा है जो y -अक्ष को निम्न बिंदु पर मिलती है:
- (a) (2, 0) (b) (3, 0)
(c) (0, 2) (d) (0, 3)
11. किस बिंदु पर समीकरण $3x + 2y = 9$ का आलेख y -अक्ष को काटेगा?
12. माना x, y के अनुक्रमानुपाती हैं। यदि $x = 5$ होने पर $y = 15$ है, तो रैखिक समीकरण लिखिए।
13. रेखाओं $x = 2$ और $y = -3$ का प्रतिच्छेदी बिंदु लिखिए।
14. बिंदु (3, -7) की x -अक्ष से दूरी लिखिए।
15. बिंदु (-5, -4) की y -अक्ष से दूरी लिखिए।
16. समीकरण $\sqrt{2}x - 4 = 5y$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए तथा a, b और c का मान लिखिए।
17. समीकरण $3x + 4y = 7$ में x का मान y के रूप में व्यक्त कीजिए।
18. समीकरण $3y + 5x = 9$ में y का मान x के रूप में व्यक्त कीजिए।
19. बिंदु (9, 0) किस अक्ष पर स्थित है?
20. $x + y = 5$ का वह हल ज्ञात कीजिए जो y -अक्ष पर स्थित है।
21. समीकरण $5y = 9$ को दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में लिखिए।
22. x -अक्ष के समांतर तथा मूल बिंदु से 2 इकाई ऊपर स्थित एक रेखा का समीकरण लिखिए।
23. जाँचिए क्या बिंदु (1, -2), समीकरण $2x - y = 6$ का हल है?
24. जाँचिए क्या $x = 2$ और $y = 2$ समीकरण $2x + y = 6$ का हल है?
25. समीकरण $y = 5x + 2$ के कितने हल हैं?
26. K , का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x = -1, y = 1$ समीकरण $Kx - 2y = 0$ का एक हल है।
27. यदि समीकरण $2x + Ky = 10K$ का ग्राफ x -अक्ष को बिंदु (5, 0) पर प्रतिच्छेद करता है तो K का मान ज्ञात कीजिए।

28. रैखिक समीकरण $4x = 6$ का आलेख किस अक्ष के समांतर है?
29. समीकरण $2x - y = 6$ का आलेख x -अक्ष को किस बिंदु पर काटता है?
30. समीकरण $x + 3 = 0$ का आलेख, y -अक्ष के किस ओर स्थित है?
31. समीकरण $2y - 1 = 0$ का आलेख, x -अक्ष के किस ओर स्थित है?
- रिक्त स्थान भरिए:
32. (a) x -अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण = a है। (जहाँ $a \neq 0$)
 (b) y -अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण = a है। (जहाँ $a \neq 0$)
33. प्रत्येक दो चरों वाले रैखिक समीकरण का आलेख होता/होती है।
34. $ax + b = 0$ के रूप का समीकरण, जहाँ a, b वास्तविक संख्याएँ और $a \neq 0$ है, का एक चर में ज्यामितीय निरूपण है।
35. समीकरण $2(x + y) - x = 7$ में x का गुणांक है।
36. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य।
 (a) रैखिक समीकरण $7x + 9y = 8$ का एक अद्वितीय हल है।
 (b) सभी बिंदु $(2, 0), (-3, 0), (4, 2)$, x -अक्ष पर स्थित हैं।
 (c) $x = -5$, y -अक्ष के समांतर एक रेखा जो y -अक्ष के बाँयी ओर 5 मात्रक की दूरी पर स्थित है, को निरूपित करता है।
 (d) यह आवश्यक नहीं है कि प्रत्येक दो चर वाले रैखिक समीकरण का आलेख एक रेखा हो।
 (e) रैखिक समीकरण $x + 2y = 5$ का आलेख, बिंदु $(0, 5)$ से गुजरता है।

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

37. समीकरण $2x + y = x + 5$ के दो हल ज्ञात कीजिए।
38. यदि $x = 2, y = 3$ समीकरण $5x + 3Py = 4a$ का हल है, तो P का मान ज्ञात कीजिए।
39. यदि बिंदु $A(3, 5)$ तथा $B(1, 4)$ रेखा $ax + by = y$ के आलेख (ग्राफ) पर स्थित है तो a का मान ज्ञात कीजिए।
40. बिना आलेख बनाए, उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $5x - 2y = 10$ का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।
41. बिंदु $(3, 10)$ से गुजरती हुई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए।

42. एक रंगीन कागज का मूल्य, एक सफेद कागज के मूल्य के एक तिहाई से ₹7 अधिक है। इस कथन का दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए।
43. समीकरण $x + y = 5$ का ग्राफ बनाइए।
44. समीकरण $2x - y = 6$ का आलेख किन चतुर्थांशों से गुजरता है?
45. समीकरण $3x - 2 = x - 3$ के निम्न पर कितने हल हैं:
 (i) संख्या रेखा (ii) कार्तीय तल
46. उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $x + y = 4$ का आलेख ऐसी रेखा पर मिलता है जो:
 (i) मूल बिंदु से 3 इकाई धनात्मक y -अक्ष की ओर x -अक्ष के समांतर हो
 (ii) मूल बिंदु के बायीं ओर 2 इकाई दूरी पर y -अक्ष के समांतर हो।

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

47. बकरियों और मुर्गियों के एक झुंड में कुल पैरों की संख्या 40 है। इस स्थिति को दो चरों वाले रैखिक समीकरण के रूप में दर्शाइए।
48. यदि $6ax + by = 24$ बिंदुओं $(2, 0)$ और $(1, 2)$ से गुजरती हो, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।
49. समीकरण $2x + 5y = 19$ के ग्राफ पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जिसमें कोटि, भुज का $1\frac{1}{2}$ गुना है।
50. वह बिंदु ज्ञात कीजिए, जहाँ समीकरण $2x = 1 - 5y$ का ग्राफ x -अक्ष और y -अक्ष पर काटता है।
51. x -अक्ष के समांतर एक रेखा का समीकरण लिखिए जो मूल बिंदु से 4 इकाई ऊपर हो।
52. यदि बिंदु $A(4, 6)$ तथा $B(1, 3)$ ग्राफ $ax + by = 8$ पर स्थित हैं, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।
53. a का मान ज्ञात कीजिए जब $(1, -1)$ समीकरण $2x + ay = 5$ का हल है। इस समीकरण के अन्य दो हल लिखिए।
54. रैखिक समीकरण $4x + 5y = 28$ के दो हल ज्ञात कीजिए तथा जाँच कीजिए कि $(-2, 10)$ इस समीकरण का हल है।
55. उस रेखा का समीकरण लिखिए जो $(3, -3)$ और $(6, -6)$ से गुजरती है।

56. यदि $x = 3k - 2$, $y = 2k$, समीकरण $4x - 7y + 12 = 0$ का एक हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए।
57. यदि बिंदु $(m - 2, 2m + 1)$ समीकरण $2x + 3y - 10 = 0$ पर स्थित हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।
58. दिया है $F = \frac{9}{5}C + 32$ यहाँ F फ़ारेनहाइट में तापमान है तथा C° सेलसियस में तापमान है।
 (i) यदि तापमान $35^\circ C$ है तो फ़ारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
 (ii) यदि तापमान $30^\circ C$ है तो फ़ारेनहाइट में तापमान क्या होगा?
59. समीकरण $2x + 3y = 6$ का आलेख खींचिए। उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ रेखा x -अक्ष और y -अक्ष को काटती है।
60. समीकरण $3x + 4y = 12$ का आलेख खींचिए। यदि $x = 8$ हो, तो आलेख की सहायता से y का मान ज्ञात कीजिए।
61. एक ही ग्राफ पेपर पर $y = x$ और $2y = -5x$ का आलेख खींचिए।
62. समीकरण $5x + 7 = 0$ का ज्यामितिय निरूपण कीजिए।
 (i) एक चर में (ii) दो चर में
63. समीकरण $2y - x = 7$ का आलेख खींचिए। आलेख की सहायता से जाँचिए कि क्या $x = 3$ और $y = 2$ समीकरण का हल है।
64. रैखिक समीकरण $3x - y = 4$ का आलेख खींचिए। यदि आलेख बिंदुओं $(p, -4)$ और $(3, q)$ से गुजरता है तो p और q के मान ज्ञात कीजिए।
65. एक ही ग्राफ पेपर पर समीकरण $2x + 3y = -5$ और $x + y = -1$ के आलेख खींचिए। इनके प्रतिच्छेदी बिंदु के निर्देशांक लिखिए।
66. दिखाइए कि बिंदु $A(1, -1)$, $B(2, 6)$ और $C(0, -8)$ समीकरण $7x - y = 8$ के आलेख पर स्थित हैं।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

67. $3y = 8x$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखिए तथा a , b और c के मान ज्ञात कीजिए। समीकरण के दो हल भी दीजिए। आप कितने और हल ज्ञात कर सकते हैं?
68. रोहन व रमिता जो कक्षा नौवीं के विद्यार्थी हैं, कक्षा की सफाई के लिए ₹ 25 जमा करने का निर्णय लेते हैं। इसे दो चर वाले रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए व आलेख खींचिए।

69. सारिका बाल-दिवस के अवसर पर चॉकलेट बाँटती है। वह प्रत्येक बच्चे को 5 चॉकलेट देती है तथा व्यस्कों को कुल 20 चॉकलेट देती है। यदि बच्चों की संख्या x से तथा कुल बाँटी गई चॉकलेट को y दर्शाया गया है तो
- (i) इसको दो चर वाले रैखिक समीकरण द्वारा दर्शाइए।
- (ii) यदि उसने कुल 145 चॉकलेट बाँटी तो बच्चों की संख्या ज्ञात कीजिए।
70. प्रियंका और आरती ने विधवाओं हेतु ₹1600 अंशदान करने का निश्चय किया। प्रियंका के अंशदान को x मानकर व आरती के अंशदान को y मानकर
- (i) इसको दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
- (ii) यदि प्रियंका आरती से तिगुना दान करती है, तो दोनों द्वारा किया अंशदान ज्ञात कीजिए।
71. रिया अपने साथियों के साथ विकलांग बच्चों की संस्था में दान हेतु दिवाली मेले में भाग लेती हैं। मेले में जमा हुई राशि में से ₹3600 वे संस्था में दान देते हैं। यदि प्रत्येक लड़की द्वारा ₹150 व प्रत्येक लड़के द्वारा ₹200 दान किए जाते हैं तो :
- (i) इसको दो चर वाले रैखिक समीकरण में व्यक्त कीजिए।
- (ii) यदि लड़कियों की संख्या 8 हो तो लड़कों की संख्या ज्ञात कीजिए।
72. आफताब एक कार को 60 किमी. प्रति घंटा की समान गति से चला रहा है। कुल दूरी को y किमी और कुल समय को x घंटे मानते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। आलेख खींचिए। आलेख से निम्न मान ज्ञात कीजिए :
- (i) 90 मिनट में तय की गई दूरी।
- (ii) 150 किमी. की दूरी तय करने में लगा समय।
73. एक प्राइवेट पार्किंग एक कार को पार्क करने में शुल्क ₹20 पहले घंटे के और अगले प्रत्येक घंटे के ₹10 लेता है। कुल पार्किंग शुल्क को ₹ y और कुल पार्किंग समय को x घंटे लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। इसे $ax + by + c = 0$ के रूप में लिखकर a , b और c का मान ज्ञात कीजिए। इसके लिए आलेख भी खींचिए।
74. हम जानते हैं कि $C = 2\pi r$, है। $\pi = \frac{22}{7}$, परिधि को y इकाई और त्रिज्या को x इकाई लेते हुए एक रैखिक समीकरण बनाइए। इसका आलेख बनाइए। जाँचिए क्या $(0, 0)$ आलेख पर स्थित है? आलेख से परिधि ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 2.8 इकाई हो।

अध्याय-4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण

उत्तर

1. (b) $x^2 + 5 = 3x - 5$
2. (c) $ax^2 + by = c$
3. (c) अपरिमित रूप से अनेक
4. (c) एक सीधी रेखा
5. (a) 3
6. (d) $y = 0$
7. (c) (a, a)
8. (b) y-अक्ष
9. (b) $x + 2y = 8$
10. (c) $(0, 2)$
11. $(0, 4.5)$
12. $y = 3x$
13. $(2, -3)$
14. 7 इकाई
15. 5 इकाई
16. $\sqrt{2}x - 5y - 4 = 0$
 $a = \sqrt{2}, b = -5, c = -4$
17. $x = \frac{7 - 4y}{3}$
18. $y = \frac{9 - 5x}{3}$
19. x-अक्ष

20. (0, 5)
21. $0x + 5y = 9$
22. $y = 2$
23. नहीं
24. हाँ
25. अनंत अनेक हल
26. $k = -2$
27. $k = 1$
28. y-अक्ष के समांतर
29. (3, 0)
30. बाँयी ओर
31. दाँयी ओर
32. (a) y (b) x
33. सरल रेखा
34. संख्या रेखा पर एक बिंदु
35. 1
36. (a) F (b) F (c) T (d) F (e) F
37. (1, 4) (0, 5) (या कोई अन्य हल)
38. $P = \frac{4a - 10}{9}$
39. $3a + 5b = 7; a + 4b = 7$
 $\Rightarrow b = 2, a = -1$

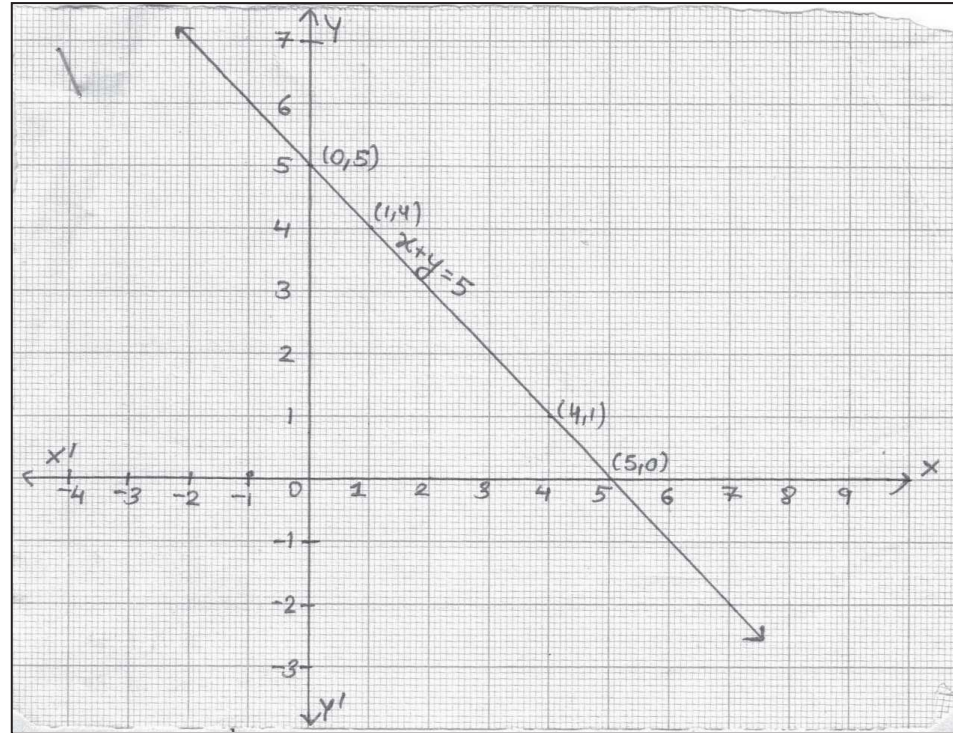
40. $5x - 2y = 10$ का ग्राफ x -अक्ष को काटेगा जब $y = 0$
 $\Rightarrow x = 2$
 $x = 2$ अतः समीकरण x -अक्ष को बिंदु $(2, 0)$ पर काटेगा।
इसी प्रकार y -अक्ष के लिए $x = 0$
 $\Rightarrow y = -5$
अतः बिंदु $(2, 0)$ और $(0, -5)$ हैं।

41. $3x - y + 1 = 0, x + y = 13$ (या कोई अन्य समीकरण)

42. माना रंगीन कागज का मूल्य = ₹ x
और सफेद कागज का मूल्य = ₹ y
 $x = \frac{1}{3}y + 7$ या $3x = y + 21$

43. $x + y = 5$

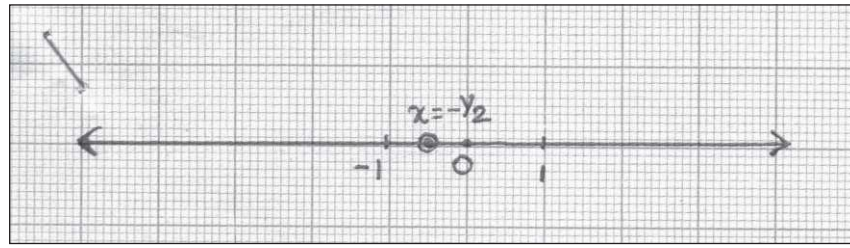
x	0	5	1
y	5	0	4



44. I, IV, III

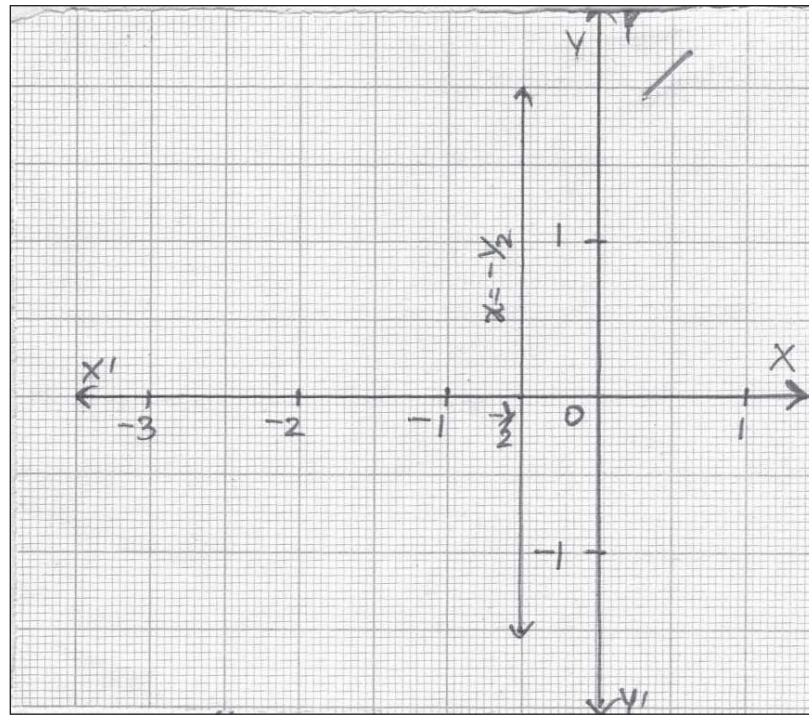
45. (i) $3x - 2 = x - 3 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

संख्या रेखा पर एक ही हल



(ii) कार्तीय तल पर अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे अर्थात् $1 \cdot x + 0 \cdot y = -\frac{1}{2}$

x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
y	-1	0	1



(y-अक्ष के समांतर एक रेखा)

46. (i) (a) x -अक्ष के समांतर \Rightarrow भुज शून्य है
 (b) मूल बिंदु से 3 इकाई धनात्मक y -अक्ष की ओर \Rightarrow कोटि 3 है।
 $x + y = 4$ में $x = 0, y = 3$ रखने पर $x = 1$
 अतः बिंदु $(1, 3)$ है।

- (ii) (a) y -अक्ष के समांतर \Rightarrow कोटि शून्य है
 (b) मूल बिंदु के बाँयी ओर 2 इकाई दूरी पर \Rightarrow भुज-2 है।
 $x + y = y$ में $x = -2, y = 0$ रखने पर $y = 6$
 अतः बिंदु $(-2, 6)$ है।

47. माना बकरियों की संख्या = x और माना मुर्गियों की संख्या = y
 $4x + 2y = 40$
 या $2x + y = 20$

48. $x = 2$ और $y = 0$ रखने पर
 $\Rightarrow a = 2$
 अब $x = 1, y = 2$ और $a = 2$ रखने पर
 $\Rightarrow b = 6$

49. माना वांछित बिंदु है (x', y')

$$\text{तब } y' = 1\frac{1}{2}x' = \frac{3}{2}x' \quad \text{----- (1)}$$

$$(x', y') \text{ समीकरण } 2x + 5y = 19 \text{ के ग्राफ पर है}$$

$$2x' + 5y' = 19 \quad \text{----- (2)}$$

(1) और (2) से

$$2x' + 5\left(\frac{3}{2}x'\right) = 19$$

$$4x' + 15x' = 38 \Rightarrow x' = 2$$

$$y' = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

अतः वांछित बिंदु $(2, 3)$ होगा

50. x-अक्ष: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ और y-अक्ष: $\left(0, \frac{1}{5}\right)$

51. $y = 4$

52. $4a + 6b = 8 \Rightarrow 2a + 3b = 4$

$$a + 3b = 8$$

हल करने पर $a = -4$ और $b = 4$

53. $x = 1$ और $y = -1$ रखने पर
 $\Rightarrow a = -3$

कोई भी दो उचित हल

54. $(2, 4); (7, 0)$

[कोई अन्य हल]

दिया गया समीकरण $4x + 5y = 28$ है।

$$\text{LHS} = 4x + 5y$$

$x = -2$ और $y = 10$ रखने पर

$$\Rightarrow \text{LHS} = 42$$

परंतु $\text{RHS} = 28$

अतः $\text{L.H.S.} \neq \text{R.H.S}$

$\Rightarrow (-2, 10)$ समीकरण $4x + 5y = 28$ का हल नहीं है।

55. $x + y = 0$

56. $4[3k - 2] - 7[2k] + 12 = 0$

$$\Rightarrow 12k - 8 - 14k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow k = 2$$

57. $2[m - 2] + 3[2m + 1] - 10 = 0$

$$\Rightarrow 2m - 4 + 6m + 3 - 10 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{11}{8}$$

58. (i) $F = \left(\frac{9}{5}\right) C + 32$

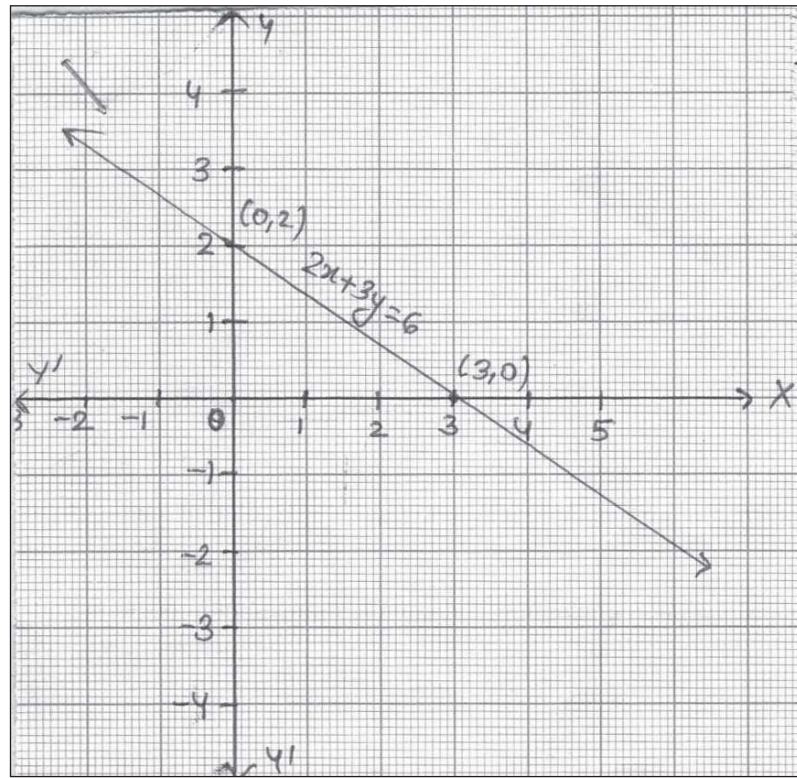
$$C = 35^\circ \Rightarrow F = \left(\frac{9}{5}\right) (35) + 32$$
$$F = 95^\circ \text{ F}$$

(ii) $F = \frac{9}{5} \times 30 + 32$

$$\Rightarrow F = 9 \times 6 + 32$$

$$\Rightarrow F = 86^\circ \text{ F}$$

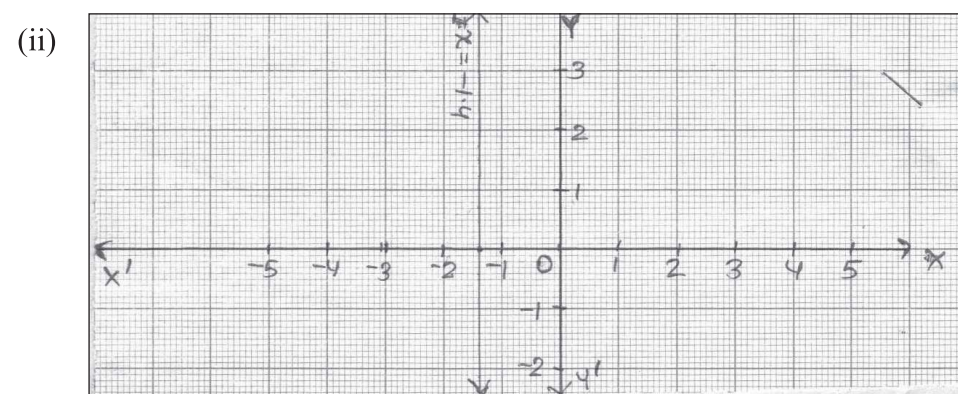
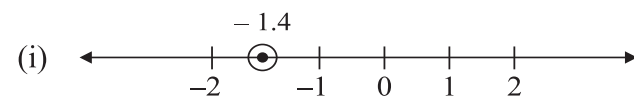
59. $2x + 3y = 6$



x-अक्ष: (3, 0); y-अक्ष: (0, 2)

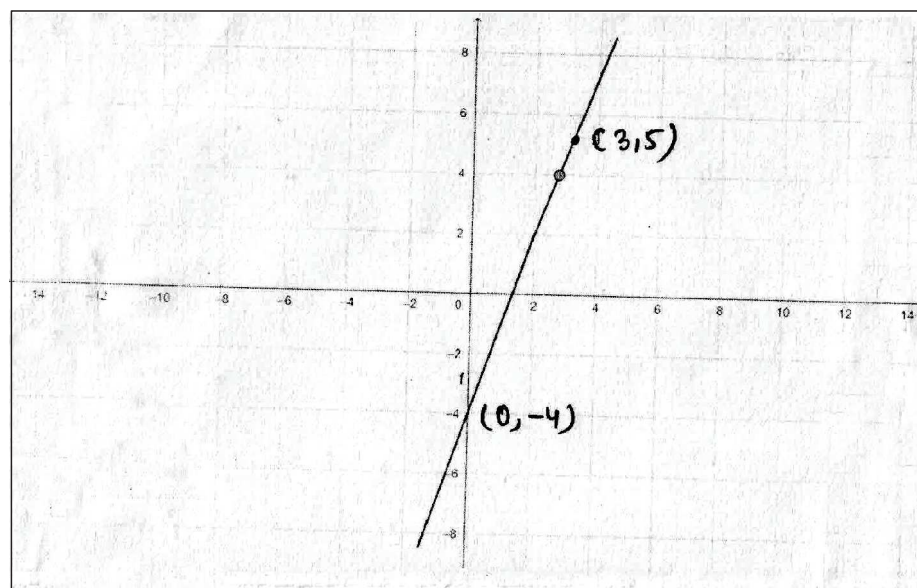
60. $y = -3$

62. $x = \frac{-7}{5}$ अथवा $x = -1.4$



63. नहीं

64.



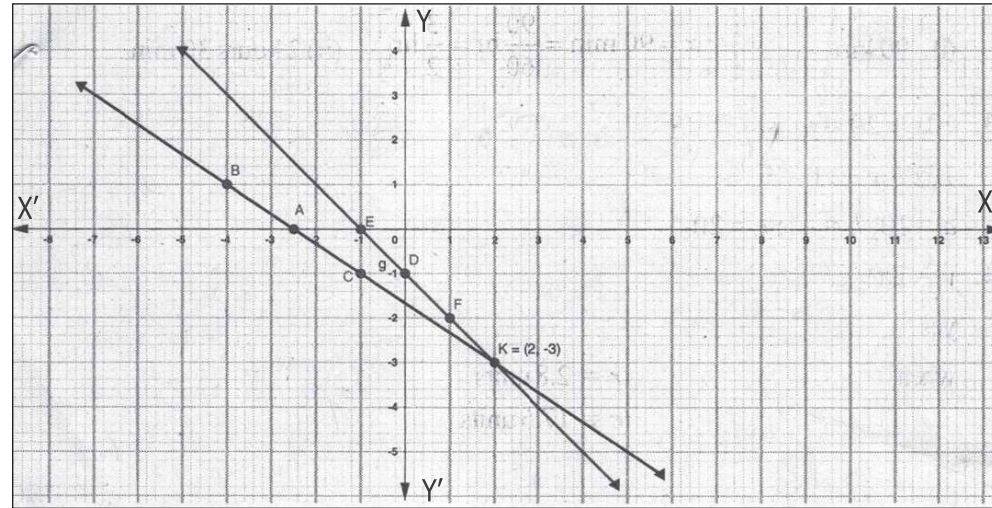
65. $2x + 3y = -5$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 - 3y}{2}$$

x	-2.5	-4	-1
y	0	1	-1

$$x + y = -1$$

x	0	-1	1
y	-1	0	-2



प्रतिच्छेदी बिंदु होगा $(2, -3)$

67. $8x - 3y + 0 = 0; x = \frac{3y}{8}$

$(0, 0), (3, 8)$ हलों की संख्या-अनंत

68. $x + y = 25$ [यहाँ x -रोहन की राशि, y -रमिता की राशि]

69. (i) $5x + 20 = y$

(ii) $5x + 20 = y$ में $y = 145$ रखने पर $\Rightarrow x = 25$

70. (a) $x + y = 1600$

(b) प्रियंका = ₹ 1200 [$\because x = 3y$]

आरती = ₹ 400

71. (a) माना लड़कियों की संख्या x और लड़कों की संख्या y है।

$$150x + 200y = 3600$$

(b) लड़कों की संख्या = 12

72. गति = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} \Rightarrow y = 60x$

(i) 90 कि.मी. $\left[\because x = 90 \text{ मिनट} = \frac{90}{60} \text{ घंटे} = \frac{3}{2} \text{ घंटे} \right]$

(ii) 2 घंटे 30 मिनट

73. $20 + 10(x - 1) + 20 = y$

$$\Rightarrow 20 + 10x - 10 = y$$

$$\Rightarrow 10x - y + 10 = y$$

अतः $a = 10, b = -1, c = 10$

74. $y = 2\pi x \quad y = 2 \times \frac{22}{7} \times x \Rightarrow 7y = 44x$

हाँ, ग्राफ (10, 0) से होकर गुजरता है।

जब $r = 2.8$ इकाई तो $c = 17.6$ इकाई है।

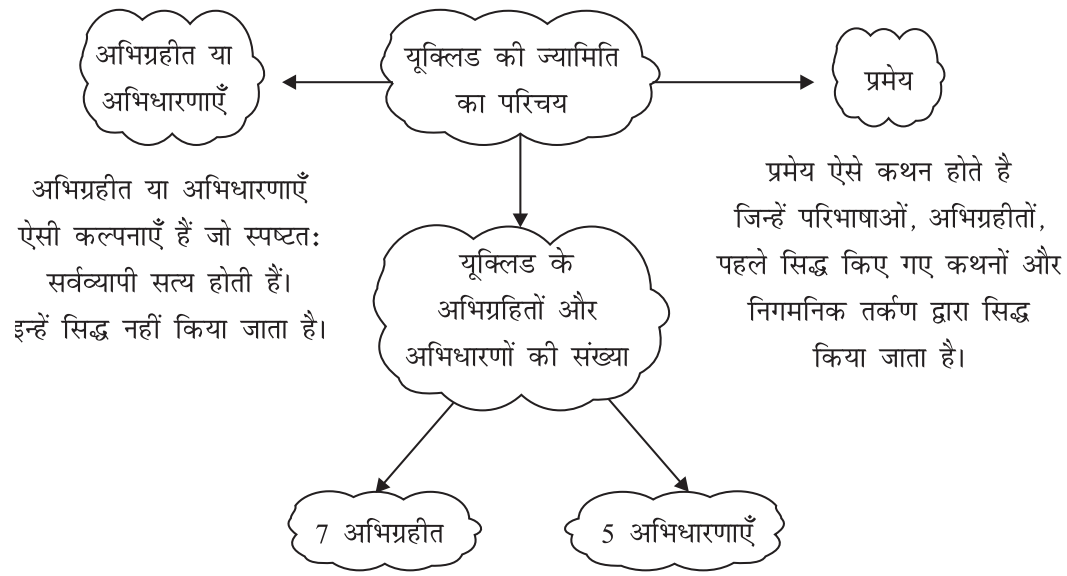
अध्याय-4
दो चरों वाले रैखिक समीकरण
अभ्यास परीक्षा

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. समीकरण $2y = 5$ का ग्राफ किस अक्ष के समांतर होगा? (1)
2. एक रैखिक समीकरण लिखिए, जिसका ग्राफ y -अक्ष के समांतर हो और मूल बिंदु से बायीं ओर 3 इकाई की दूरी पर हो। (1)
3. यदि रेखा $5bx - 3ay = 30$ बिंदुओं $(-1, 0)$ और $(0, -3)$ से गुजरती हो तो a और b का मान ज्ञात कीजिए। (2)
4. $(2, -3)$ से गुजरने वाली कोई दो रेखाओं के समीकरण लिखिए। (2)
5. समीकरण $x + \sqrt{3}y = 4$ को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए तथा a, b और c का मान बताइए। x को y के रूप में भी व्यक्त कीजिए। (3)
6. समीकरण $2x + y = 4$ के वे हल ज्ञात कीजिए जो उस बिंदु को दर्शाते हैं जो (3)
 - (i) x -अक्ष पर स्थित है।
 - (ii) y -अक्ष पर स्थित है।
 - (iii) x -अक्ष से धनात्मक दिशा में 3 इकाई की लंबवत् दूरी पर हो।
7. रैखिक समीकरण का ज्यामितीय निरूपण कीजिए: $2x + 5 = 0$ (3)
 - (a) एक चर में
 - (b) दो चरों में
8. एक टैक्सी, पहले एक किलोमीटर की यात्रा के लिए ₹ 15 और इसके बाद प्रति किलोमीटर के लिए ₹ 8 वसूलती है। x कि.मी. दूरी की यात्रा तय करने के लिए ₹ y अदा करने पड़ते हैं। इस स्थिति को दर्शाने के लिए एक रैखिक समीकरण लिखिए और आलेख खींचिए। (5)

अध्याय-5 यूक्लिड ज्यामिति माइंड मैप



महत्वपूर्ण बिन्दु

- **भूमिका:** 'यूक्लिड की ज्यामिति' जो हम पढ़ते हैं वह यूक्लिड की देन है। ये ज्यामिति के पिता के नाम से जाने जाते हैं। यूक्लिड का गणित के विभिन्न क्षेत्रों जैसे संख्या पद्धति और खगोल शास्त्र में बड़ा योगदान है।
- **अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ:** अभिग्रहीत या अभिधारणाएँ एक प्रकार की कल्पनाएँ होती हैं। ये कल्पनाएँ वास्तव में स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य थीं। इनकी सिद्धता नहीं होती।
- **प्रमेय:** प्रमेय ऐसे कथन होते हैं जिन्हें परिभाषाओं, अभिग्रहितों और तार्किकताओं के आधार पर सिद्ध किया जाता है।

यूक्लिड के कुछ अभिग्रहीत

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के समान हों, एक दूसरे के समान होती हैं।
2. अगर बराबरों को बराबरों में जोड़े, तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।
3. अगर बराबरों को बराबरों में से घटाया जाए, तो शेषफल भी बराबर होते हैं।

4. वे वस्तुएँ जो आपस में संपाती हैं, एक दूसरे के समान होती हैं।
5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।
6. एक ही वस्तुओं के दुगुने आपस में समान होते हैं।
7. एक ही वस्तुओं के आधे आपस में समान होते हैं।

यूक्लिड की अभिधारणाएँ

- **अभिधारणा-1** : एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
- **अभिधारणा-2** : एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- **अभिधारणा-3** : किसी बिंदु को केन्द्र मानकर तथा किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।
- **अभिधारणा-4** : सभी समकोण एक दूसरे के समान होते हैं।
- **अभिधारणा-5** : यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर दो अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो, तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती हैं जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

परिभाषाएँ

1. एक बिंदु वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक रेखा चौड़ाई रहित लंबाई होती है।
3. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।
4. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
5. एक पृष्ठ वह है, जिसकी केवल लंबाई और चौड़ाई होती है।
6. पृष्ठ के किनारे रेखाएँ होती हैं।
7. एक समतल पृष्ठ ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. दो बिंदुओं से:-
 - (a) केवल एक रेखा खींची जा सकती है।
 - (b) कोई रेखा नहीं खींची जा सकती है।

- (c) एक से ज्यादा रेखाएं खींची जा सकती है।
 (d) दो से अधिक रेखाएं खींची जा सकती है।
2. यूक्लिड के गणित के क्षेत्र में किये गये ज्ञात कार्यों के आलेख को कहा जाता है:
 (a) तत्व (b) सिद्धान्त
 (c) अभिधारणाएँ (d) अभिग्रहीत
3. वस्तुएं जो किसी समान वस्तु का दुगुना होती है। आपस में
 (a) समान वस्तु का आधा होती है (b) समान वस्तु का दुगुना होती है
 (c) बराबर होती है (d) समान वस्तु का चार गुना होती है
4. वह गणितीय कथन जिसका सत्यापन तर्क संगत रूप से स्थापित किया जा चुका हो, कहलाता है
 (a) सिद्धांत (b) अभिधारणा
 (c) प्रमेय (d) इनमें से कोई नहीं
5. एक उभयनिष्ठ वाली दो रेखाओं को कहते हैं
 (a) समान्तर रेखाएं (b) छेदक रेखाएं
 (c) संपाती रेखाएं (d) इनमें से कोई नहीं
6. के लिए सिद्धता की आवश्यकता होती है। (अभिग्रहित, अभिधारणाएँ, प्रमेय)
 7. तीन संरेखीय बिंदुओं से रेखाएँ खींची जा सकती है। (दो, तीन, केवल एक)
 8. यूक्लिड के कथन के अनुसार अगर बराबर को बराबर में घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं एक है। (अभिग्रहित, परिभाषा, अभिधारणा)
 9. एक बिंदु की विभाजित होती है।
 10. यूक्लिड की अभिधारणाओं की संख्या है।
 11. एक पृष्ठ (Surface) की विभाजितों की संख्या कितनी होगी?
 12. दी गई आकृति में यदि $AB = CD$ है तो क्या AC और BD बराबर हैं?



13. एक बिंदु से कितनी रेखाएं गुजर सकती हैं?

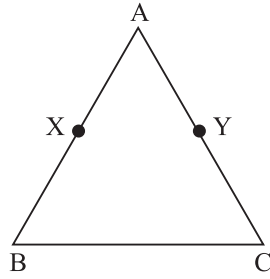
14. यूक्लिड की पाँचवी अभिधारणा को लिखिए।

15. यदि $a + b = 15$ और $a + b + c = 15 + c$ हो तो यह यूक्लिड की किस अभिग्रहित को दर्शाता है?

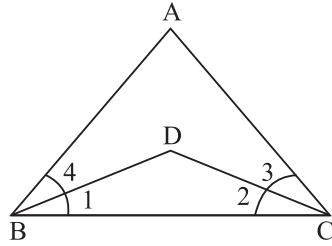
लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

16. यदि $x + y = 10$ तथा $x = z$ तो सिद्ध कीजिए कि $z + y = 10$

17. आकृति में $AX = AY, AB = AC$ तो सिद्ध कीजिए कि $BX = CY$



18. दी गई आकृति में यदि $\angle ABC = \angle ACB$ और $\angle 3 = \angle 4$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 2$

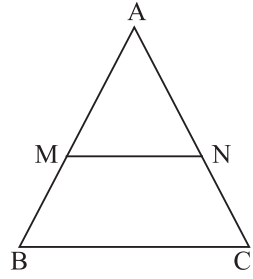


19. आकृति में $AD = CB$ तो सिद्ध कीजिए कि $AC = BD$

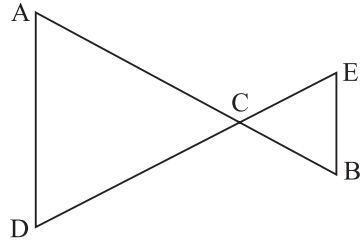


20. समीकरण $x - 10 = 15$ को हल कीजिए। आपने इसे हल करने में यूक्लिड की कौन-सी अभिग्रहित प्रयोग की है?

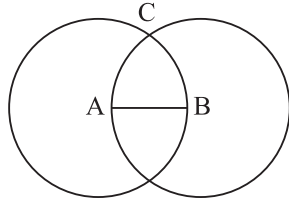
21. दी गई आकृति में $AM = \frac{1}{2} AB, AN = \frac{1}{2} AC$ और $AM = AN$ तो सिद्ध कीजिए कि $AB = AC$



22. आकृति में $AC = DC$, तथा $CB = CE$ तो सिद्ध कीजिए $AB = DE$



23. आकृति में, दो वृत्त जिनके केन्द्र A और B हैं, C पर काटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $AB = AC = BC$

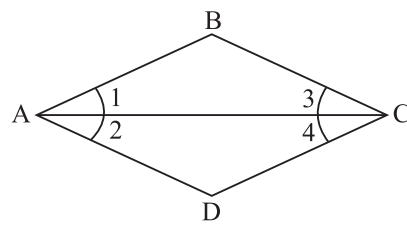


24. सिद्ध कीजिए कि किसी रेखाखण्ड का केवल और केवल एक मध्य बिंदु होता है।

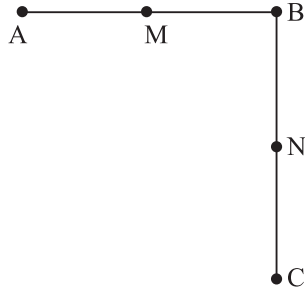
25. कार्तिक और हिमांक का बराबर भार है। यदि प्रत्येक का भार 3 बढ़ जाए, जो आप उनके नए भार की तुलना कैसे करेंगे? यूक्लिड के उस अभिग्रहित का कथन लिखिए जो यहाँ प्रयोग हुआ है।

लघु उत्तरीय प्रश्न II (3 अंक)

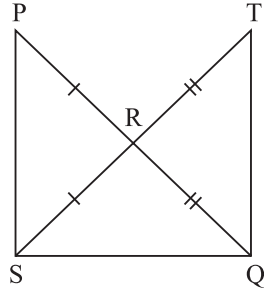
26. आकृति में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 2 = \angle 3$ तो सिद्ध कीजिए कि $\angle 1 = \angle 3$ है।



27. दी गई आकृति में $AB = BC$ तथा AB का मध्य बिंदु M और BC का मध्य बिंदु N है तो सिद्ध कीजिए कि $AM = NC$



28. दी गई आकृति में $PR = RS$ तथा $RQ = RT$ है $RQ = RT$ है दर्शाए $PQ = ST$ है तथा इसका सर्वाधिकार करते हुए यूक्लिड अभिग्रहित लिखें।



29. एक समबाहु त्रिभुज एक बहुभुज होता है जिसकी दो भुजाएँ तीसरी भुजा के समान होती है और प्रत्येक कोण का माप 60° होता है।
क्या आप यह सिद्ध कर सकते हैं कि समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण और प्रत्येक भुजाएँ समान होती हैं?
30. राम तथा श्याम कक्षा नौवीं के विद्यार्थी हैं। मार्च के महीने में वे दोनो अंध विद्यालय को समान राशि दान करते हैं। अप्रैल मास में वे दोनों दान राशि को दुगुना कर देते हैं।
(a) दोनों की दान राशि की तुलना कीजिए।
(b) किस गणितीय विधि को प्रश्न में दर्शाया गया है?

अध्याय-5
यूक्लिड ज्यामिति
उत्तर

1. (a) केवल एक रेखा खींची जा सकती है
2. (a) तत्त्व
3. (c) बराबर
4. (a) सिद्धान्त
5. (b) छेदक रेखाएँ
6. प्रमेय
7. केवल एक
8. अभिग्रहित
9. शून्य
10. पाँच
11. दो
12. बराबर
13. अनेक
14. **अभिधारणा 5 :-** यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरकर एक ही ओर दो अन्तःकोण इस तरह बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिलकर दो समकोणों से कम हो तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती है जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।
15. दूसरा अभिग्रहीत
16. $x + y = 10$ (1)
 $x = z$ (2)
समीकरण (1) में से दोनों तरफ y घटाने पर
 $x + y - y = 10 - y$ [अभिग्रहीत 3 से]
 $z = 10 - y$ [समीकरण 2 से]
दोनों तरफ y जोड़ने पर
 $z + y = 10 - y + y$ [अभिग्रहीत 2 से]
 $z + y = 10$

$$17. AB = AC \quad \dots(1)$$

$$AX = AY \quad \dots(2)$$

यूक्लिड के अभिग्रहीत 3 के अनुसार यदि बराबर को बराबर से घटाया जाए तो शेषफल भी बराबर होते हैं। समीकरण (2) को समीकरण (1) से घटाने पर

$$AB - AX = AC - AY$$

$$BX = CY$$

$$18. \angle ABC = \angle ACB \quad \dots(1)$$

$$\angle 4 = \angle 3 \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) - समीकरण (1)

$$\angle ABC = \angle 4 = \angle ACB = \angle 3 \quad [\text{अभिग्रहीत 3}]$$

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$19. AD = CB$$

$$AC + CD = CD + DB$$

CD को दोनों तरफ घटाने पर

$$AC + CD - CD = CD + DB - CD \quad (\text{अभिग्रहीत 3 से})$$

$$AC = DB$$

$$20. x - 10 = 15$$

दोनों तरफ 10 जोड़ने पर

$$x - 10 + 10 = 15 + 10 \quad [\text{अभिग्रहीत 2 से}]$$

$$x = 25$$

$$21. \text{ दिया है } AM = \frac{1}{2} AB \quad \dots(i)$$

$$AN = \frac{1}{2} AC \quad \dots(ii)$$

$$AM = AN \quad \dots(iii)$$

समीकरण (1), (2), (3) से

$$\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC$$

$$AB = AC \quad [\text{अभिग्रहीत 7 से}]$$

$$22. AC = DC \quad AC = DC \quad \dots(1)$$

$$CB = CE \quad \dots(2)$$

यूक्लिड के अभिग्रहीत (2) के अनुसार

अगर बराबरों को बराबर में जोड़े तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।

समीकरण (1) + समीकरण (2)

$$AC + CB = DC + CE$$

$$AB = DE$$

23. $AB = AC$ $AB = AC$... (1) [एक ही वृत्त की त्रिज्याएं]

$BC = AB$... (2) [एक ही वृत्त की त्रिज्याएं]

समीकरण (1) और (2) से

$$AB = AC = BC$$
 [अभिग्रहीत 1 से]

24. C रेखाखण्ड AB का मध्य बिंदु है

$$\therefore AC = BC$$

माना C और C' दो AB के मध्य बिंदु हैं



तब $AC = \frac{1}{2} AB$ $AC' = \frac{1}{2} AB$

$\Rightarrow AC = AC'$ [अभिग्रहीत 1 से]

यह केवल तब ही संभव है जब C और C' संपाती हैं।

अतः C और C' एक ही हैं।

25. कार्तिक का भार = हिमांक का भार

कार्तिक का भार + 3 kg = हिमांक का भार + 3kg [अभिग्रहीत 2 से]

उनके नए भार बराबर होंगे क्योंकि यूक्लिड के अभिग्रहीत 2 के अनुसार अगर बराबर को बराबर में जोड़े तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।

26. $\angle 1 = \angle 2$... (1)

$\angle 2 = \angle 3$... (2)

समीकरण (1) और (2) से

$$\angle 1 = \angle 3$$
 [अभिग्रहीत 1 से]

27. $AB = BC$

$$AM + BM = BN + CN$$

$$2AM = 2CN$$

[M और N क्रमशः AB और BC के मध्यबिंदु हैं]

$$AM = CN \quad \text{[यूक्लिड के अभिग्रहीत 7 से]}$$

28. $PR = RS$ (1)

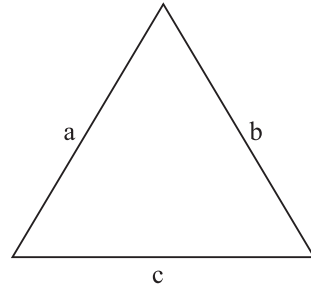
$RQ = RT$ (2)

समीकरण (1) + समीकरण (2)

$$PR + RQ = RS + RT$$

$$PQ = ST \quad \text{[अभिग्रहीत 2 से]}$$

29.



$$a = b \text{ और } b = c$$

$$\Rightarrow a = b = c \quad \text{[अभिग्रहीत 1 से]}$$

एक त्रिभुज की सभी भुजाएं बराबर हैं चूंकि समबाहु त्रिभुज के सभी कोण 60° के होते हैं तो सभी कोण बराबर होंगे।

30. राम ने मार्च में दान की राशि = श्याम ने मार्च में दान की राशि (1)

राम ने अप्रैल में दान की राशि = $2 \times$ राम ने मार्च में दान की राशि (2)

श्याम ने अप्रैल में दान की राशि = $2 \times$ श्याम ने मार्च में दान की राशि (3)

समीकरण (1), (2), (3) से

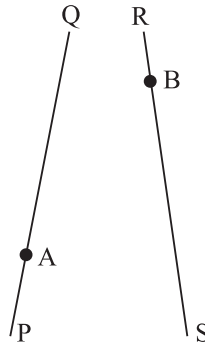
$$\Rightarrow \text{राम की अप्रैल में दान राशि} = \text{श्याम की अप्रैल में दान राशि} \quad \text{[अभिग्रहीत 6 से]}$$

अध्याय-5
अभ्यास परीक्षा
यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

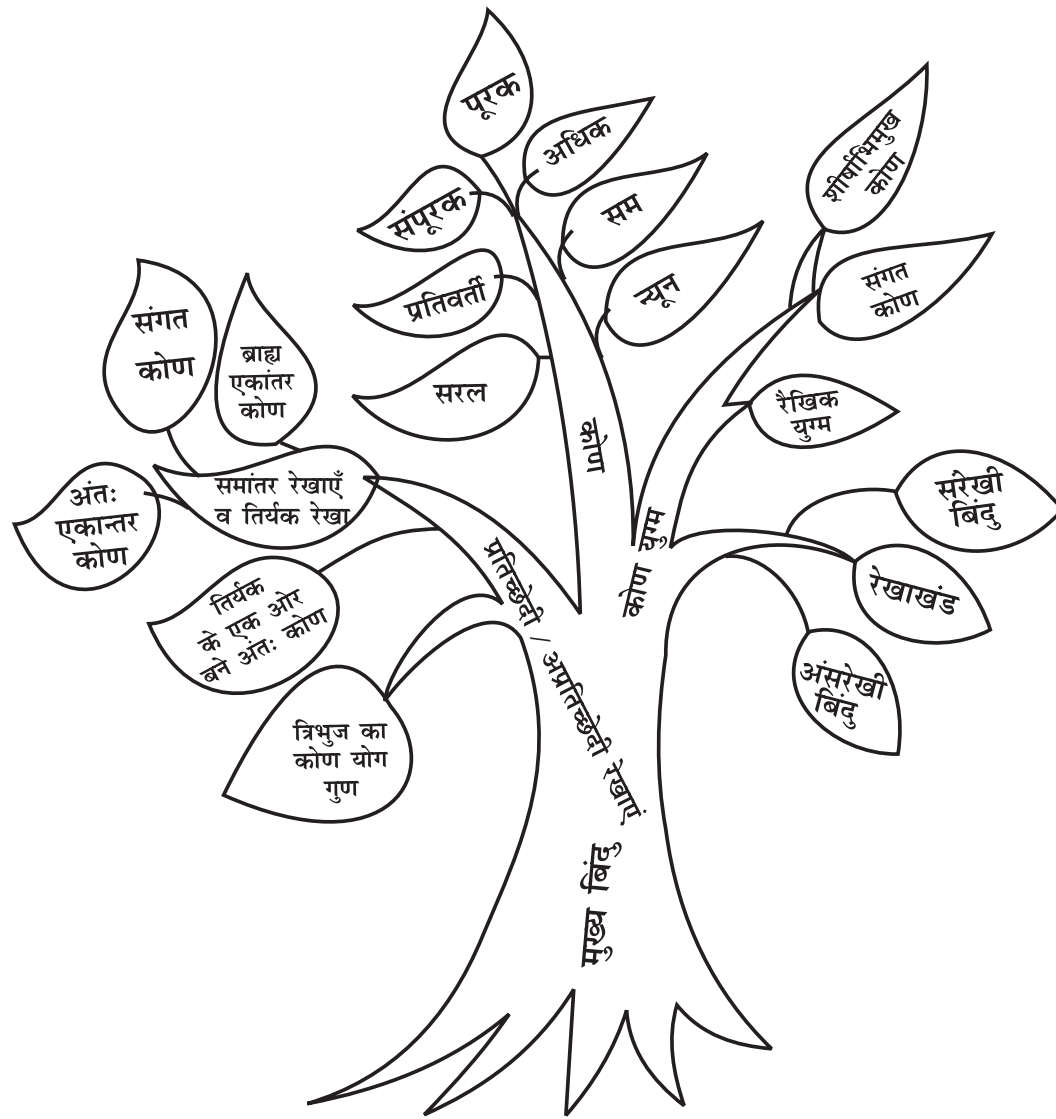
समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. तीन सरैखी बिंदुओं द्वारा कितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं? (1)
2. एक दिए बिंदु से कितनी रेखाएँ गुजर सकती है? (1)
3. यूक्लिड का पहला अभिग्रहित लिखिए। (2)
4. समीकरण $x + 3 = 10$ को हल कीजिए। प्रयुक्त यूक्लिड के अभिग्रहीत का कथन लिखिए। (2)
5. यदि बिंदु C दो बिंदुओं A और B के मध्य इस प्रकार स्थित है कि $AC = BC$ है। सिद्ध कीजिए $AC = \frac{1}{2} AB$ तथा आकृति द्वारा भी समझाइए। (3)
6. यह पता है कि यदि $x + y = 10$ हो तो $x + y + z = 10 + z$ होता है। यूक्लिड को कौन-सा अभिग्रहीत इस कथन का चित्रण करता है। (3)
7. यूक्लिड की पाँचवीं अभिधारणा लिखिए और समझाइए। समांतर रेखाओं की स्थिति में इसकी तुलना कीजिए। (3)
8. आकृति में, $PQ = RS$ है। A और B क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार है कि $AP = \frac{1}{3} PQ$ और $RB = \frac{1}{3} RS$ । दिखाइए कि $AP = RB$ है।
प्रयुक्त अभिग्रहीत को लिखिए। इसके अतिरिक्त दो अन्य अभिग्रहीत दीजिए जो यहाँ प्रयुक्त हुए हैं। (5)

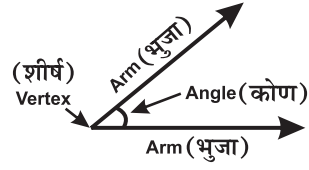


अध्याय-6
रेखाएं और कोण
माइंड मैप



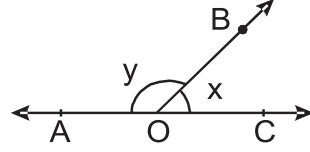
महत्वपूर्ण बिंदु

- रेखा बिंदुओं का वह समूह है जिसकी केवल लम्बाई होती है तथा चौड़ाई और मोटाई नहीं होती है।
- **रेखाखण्ड:** एक रेखा का वह भाग जिसके दो अंत बिंदु होते हैं।
- **किरण:** एक रेखा का वह भाग जिसका एक अंत बिंदु होता है।
- **सरेखीय बिंदु:** तीन और अधिक बिन्दु जो एक ही रेखा पर स्थित हों।
- **असरेखीय बिंदु:** तीन व तीन से अधिक बिंदु जो एक ही रेखा पर स्थित न हों।
- **कोण:** जब दो किरणें एक ही अंत बिंदु से प्रारम्भ होती हैं तो एक कोण बनता है। कोण को बनाने वाली दोनों किरणें कोण की भुजाएँ कहलाती हैं और उभयनिष्ठ बिंदु कोण का शीर्ष कहलाता है।

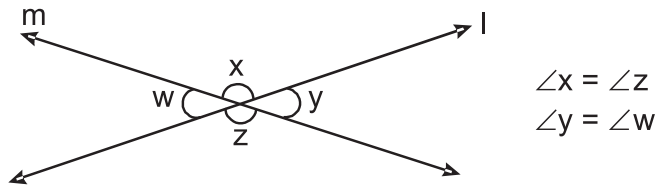


- **न्यून कोण:** एक कोण जिसका माप 0° और 90° के बीच होता है।
- **समकोण:** एक कोण जिसका माप 90° होता है।
- **अधिक कोण:** एक कोण जिसका माप 90° से अधिक परन्तु 180° से कम होता है।
- **ऋजु कोण:** एक कोण जिसका माप 180° का होता है।
- **प्रतिवर्ती कोण:** एक कोण जिसका माप 180° से अधिक और 360° से कम होता है।
- **पूरक कोण:** कोणों का ऐसा युग्म जिसका योग 90° होता है।
- **सम्पूरक कोण:** कोणों का ऐसा युग्म जिसका माप 180° होता है।
- **सम्पूर्ण कोण:** एक कोण जिसका माप 360° होता है।
- **आसन्न कोण:** दो कोण आसन्न कोण होंगे यदि-
 - (1) उनका शीर्ष उभयनिष्ठ हो।
 - (2) एक भुजा उभयनिष्ठ हो।
 - (3) उनकी वे भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं हैं, उभयनिष्ठ भुजा के विपरीत ओर स्थित हो।
- **कोणों का रैखिक युग्म:** आसन्न कोणों का युग्म जिनका योग 180° हो।

$\angle AOB$ और $\angle COB$ रैखिक युग्म बनाते हैं।

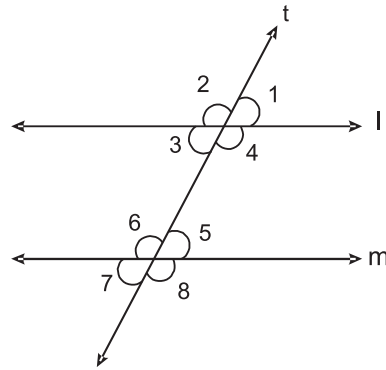


- **शीर्षाभिमुख कोण:** दो प्रतिच्छेदी रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदु के विपरीत बने कोण को शीर्षाभिमुख कोण कहते हैं।



- **प्रतिच्छेदी रेखाएँ:** दो रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत् दूरी समान न हो। ये एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।
- **अप्रतिच्छेदी रेखाएँ:** दो रेखाएँ अप्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं यदि उनके बीच लम्बवत् दूरी समान हो। ये अनिश्चित रूप से बढ़ाने पर भी नहीं काटती। यदि ये एक ही तल में हों तो ये समांतर रेखाएँ कहलाती हैं।
- **तिर्यक रेखा:** दी गई आकृति में, $l \parallel m$ तथा t एक तिर्यक रेखा है।

(a) $\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \\ \angle 2 = \angle 4 \\ \angle 5 = \angle 7 \\ \angle 6 = \angle 8 \end{array} \right\} \text{शीर्षाभिमुख कोण}$



$$(b) \left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array} \right\} \text{संगत कोण}$$

$$(c) \left. \begin{array}{l} \angle 3 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 6 \end{array} \right\} \text{एकांतर अन्तः कोण}$$

$$(d) \left. \begin{array}{l} \angle 2 = \angle 8 \\ \angle 1 = \angle 7 \end{array} \right\} \text{एकांतर बाह्य कोण}$$

$$(e) \left. \begin{array}{l} \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \end{array} \right\} \text{तिर्यक रेखा के एक ही ओर के कोण संपूरक होते हैं।}$$

$\angle 3, \angle 6$ तथा $\angle 4, \angle 5$ सह-अन्तः कोण हैं।

- एक त्रिभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 180° होता है।
- दो रेखाएँ जो तीसरी रेखा के समांतर हैं, एक दूसरे के समांतर भी होती हैं।

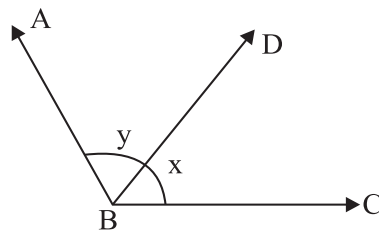
अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि एक कोण अपने पूरक कोण के समान हो तो प्रत्येक कोण का माप होगा।

- (a) 90° (b) 0°
(c) 48° (d) 45°

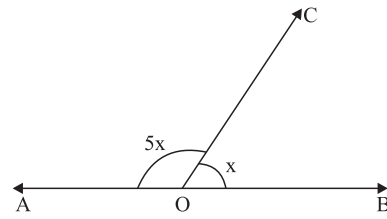
2. दी गई आकृति में $x + y$ के किस मान के लिए ABC एक रेखा होगी।

- (a) 90° (b) 180°
(c) 360° (d) 270°



3. आकृति में, $\angle AOC$ और $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं तो x का मान बताइए।

- (a) 30° (b) 150°
(c) 15° (d) 75°



4. 110° का प्रतिवर्ती कोण है-

- (a) 70° (b) 90°
(c) 250° (d) 190°

5. सम्पूरक कोणों के एक युग्म में एक कोण दूसरे कोण से 10° अधिक है, कोणों का माप होगा-

- (a) $90^\circ, 90^\circ$ (b) $86^\circ, 94^\circ$
(c) $85^\circ, 95^\circ$ (d) $42.5^\circ, 47.5^\circ$

6. यदि तीन तथा अधिक बिंदु एक सरल रेखा पर स्थित न हो तो उन बिंदुओं को कहते हैं।

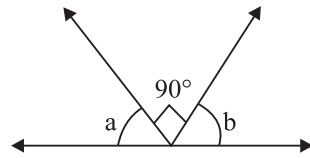
- (a) संकेद्री बिंदु (b) सरेखी बिंदु
(c) असरेखी बिंदु (d) संलग्न बिंदु

7. कोण x तथा y रैखिक युग्म बनाते हैं और $x - 2y = 30^\circ$ तो y का मान है

- (a) 50° (b) 110°
(c) 210° (d) 60°

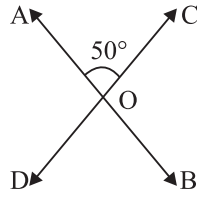
8. चित्र में AB एक सरल रेखा है, तो $(a + b)$ का मान होगा।

- (a) 0° (b) 90°
(c) 180° (d) 60°



9. यदि $\angle AOC = 50^\circ$ है तो $\angle BOD$ का मान होगा।

- (a) 50° (b) 40°
 (c) 130° (d) 25°

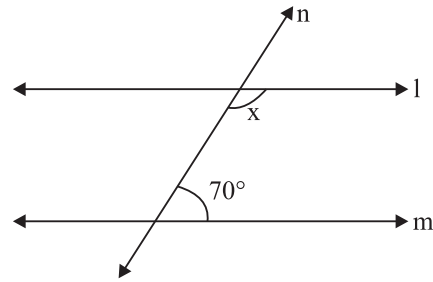


10. यदि दो समांतर रेखाएँ एक तिर्यक रेखा से काटी जाए तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोण होते हैं।

- (a) समान (b) संलग्न
 (c) सम्पूरक (d) पूरक

11. चित्र में $l \parallel m$, x का मान होगा-

- (a) 70° (b) 35°
 (c) 210° (d) 110°



12. तीन समांतर रेखाएँ एक दूसरे को बार प्रतिच्छेद करती हैं।

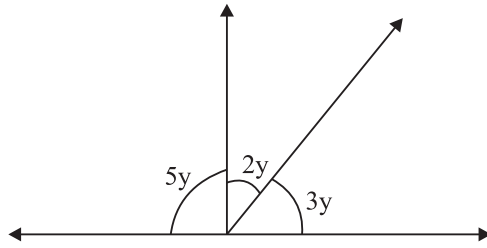
- (a) एक (b) दो
 (c) तीन (d) शून्य

13. अगर एक रैखिक युग्म का एक कोण न्यून कोण हो, तो दूसरा कोण होगा।

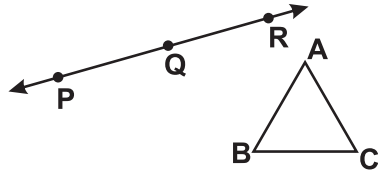
- (a) समकोण (b) अधिक कोण
 (c) न्यून कोण (d) ऋजु कोण

14. दी गई आकृति में y का मान होगा।

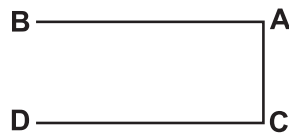
- (a) 18° (b) 9°
(c) 30° (d) 36°



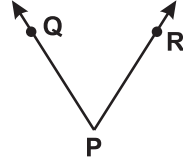
15. एक किरण का अंत बिंदु होता है।
16. एक रेखाखण्ड की लंबाई होती है।
17. यदि दो रेखा प्रतिच्छेदी न हो, तो वे होंगी।
18. एक कोण जिसकी माप 0° से अधिक परंतु 90° से कम हो वह कोण कहलाता है।
19. एक सरल कोण में समकोण होते हैं।
20. एक कोण जिसकी माप 180° से अधिक परंतु 360° से कम हो वह कोण कहलाता है।
21. यदि एक कोण अपने सम्पूरक कोण के समान है तो उसकी माप होगी।
22. दी गई आकृति में (A, B, C) व (P, Q, R) में से संरेखी बिंदुओं का समूह पहचानिए।



23. दी गई आकृति में उस रेखाखण्ड का नाम बताइए जिसका एक अंत बिंदु B है।

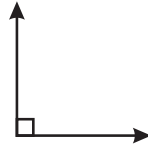


24. दी गई आकृति में कोण के शीर्ष का नाम बताइए।



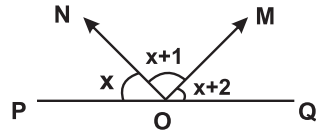
25. पिछले प्रश्न में दी गई आकृति में, कोण की दो भुजाओं के नाम बताइए।

26. दी गई आकृति में, कोण का प्रकार बताइए।

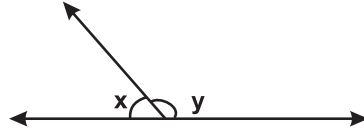


लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

27. दी गई आकृति में, POQ एक सरल रेखा है व OM व ON दो किरणें हैं इस प्रकार जो तीन संगत कोण प्राप्त हुए, वे क्रमागत संख्याएँ हैं। x का मान ज्ञात कीजिए।

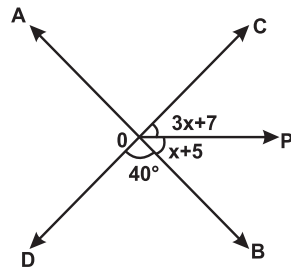


28. यदि x व y रैखिक युग्म बनाते हैं और x का दोगुना y से 30° कम है तो x व y का मान ज्ञात कीजिए।

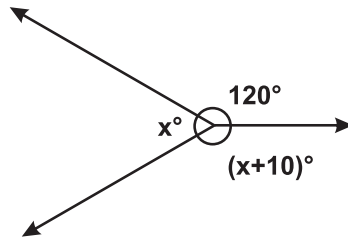


29. एक संपूरक कोणों के युग्म का एक कोण दूसरे कोण से 2° अधिक है। कोण ज्ञात कीजिए।

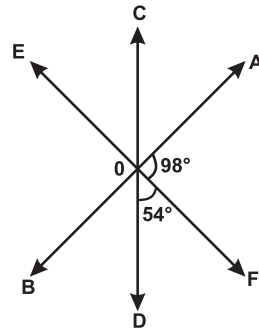
30. दी गई आकृति में AB व CD दो सरल रेखाएँ हैं। जो O बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं OP एक किरण है। $\angle AOD$ का मान व ' x ' का मान ज्ञात कीजिए।



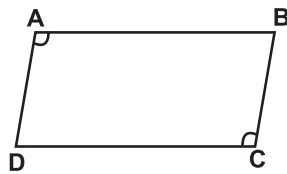
31. यदि दो संपूरक कोणों के बीच 40° का अंतर है तो कोणों में से छोटे कोण का मान ज्ञात कीजिए।
32. वह कोण ज्ञात कीजिए जो अपने पूरक कोण का चार गुना है।
33. दी गई आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।



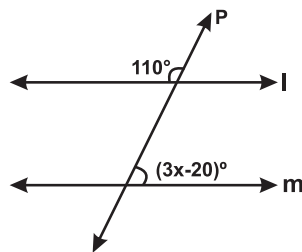
34. दी गई आकृति में AB, CD व EF तीन सरल रेखाएँ हैं जो O बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं। $\angle BOC$ का मान ज्ञात कीजिए।



35. दी गई आकृति में, $AB \parallel DC$ व $AD \parallel BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $\angle DAB = \angle DCB$.

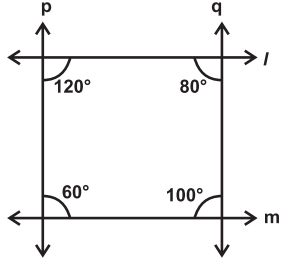


36. दी गई आकृति में, यदि $l \parallel m$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

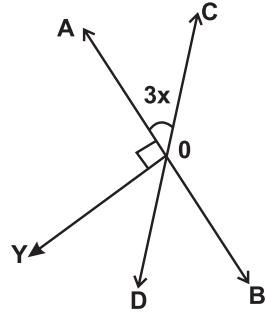


लघु उत्तरीय II प्रश्न (2 अंक)

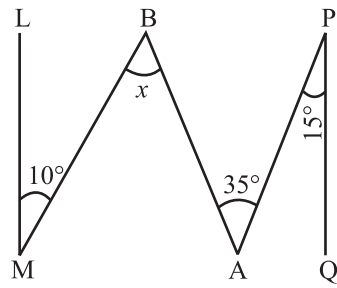
37. पाँच मित्रों ने कुछ धन जमा करके पिज्जा खरीदा। वे सभी इसे बराबर बाँटना चाहते थे। परन्तु उनमें से एक मित्र को बहुत भूख लगी होने के कारण दुगुना दिया गया। प्रत्येक को मिले पिज्जा के भाग का कोण ज्ञात कीजिए।
38. सिद्ध कीजिए कि यदि दो रेखाएँ प्रतिच्छेद करें तो शीर्षाभिमुख कोण समान होते हैं।
39. चित्र में, रेखाओं का कौन-सा युग्म समांतर है। कारण सहित बताइए।



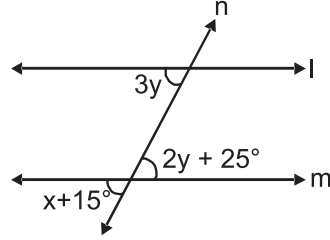
40. यदि दो प्रतिच्छेदी रेखाओं द्वारा बनाये गये कोणों में से एक कोण समकोण है, तो सिद्ध कीजिए कि शेष तीनों कोण भी समकोण हैं।
41. AB तथा CD दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं। $\angle BOY$ का समद्विभाजक OD है। x का मान ज्ञात कीजिए।



42. दी गई आकृति में, $QP \parallel ML$, x का मान ज्ञात कीजिए।



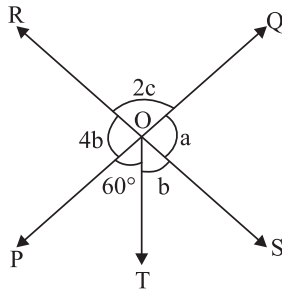
43. चित्र में, $l \parallel m$ और n तिर्यक रेखा है तो x का मान क्या होगा?



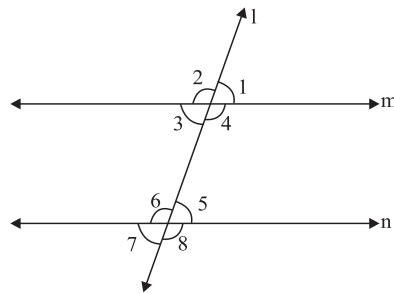
44. यदि दो रेखाएँ अन्य दो समांतर रेखाओं पर लम्ब है तो दिखाइए कि वे रेखाएँ आपस में एक दूसरे के समांतर है।
45. सिद्ध कीजिए कि एक रैखिक युग्म बनाने वाले कोणों के अर्धक समकोण पर होते हैं।
46. यदि दो पूरक कोण इस प्रकार हैं कि एक कोण के माप का दो गुना दूसरे कोण के माप के तीन गुने के बराबर है तो बड़े कोण की माप ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

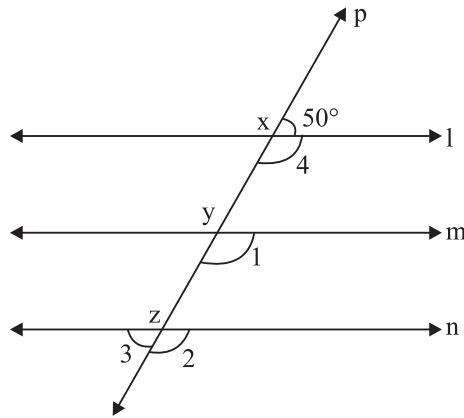
47. आकृति में, PQ और RS दो सीधी रेखाएँ O बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है। यदि $\angle POT = 60^\circ$, तो a, b और c का मान ज्ञात कीजिए।



48. दी गई आकृति में $m \parallel n$ और कोण 1 और कोण 2 का अनुपात 3: 2 है। सभी कोणों का मान ज्ञात कीजिए।

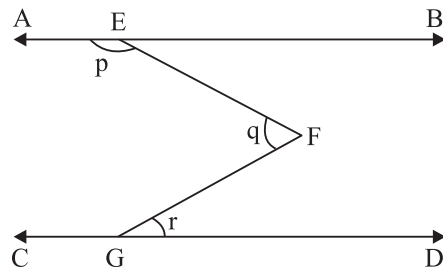


49. आकृति में l, m और n समांतर रेखाएँ हैं तथा तिर्यक रेखा p इन्हें बिंदु x, y तथा z पर क्रमशः काटती है। $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ और $\angle 4$ का मान ज्ञात कीजिए।



50. यदि एक कोण की भुजाएँ क्रमशः दूसरे कोण की दो भुजाओं के समांतर हैं तो सिद्ध कीजिए कि दोनों कोण समान या संपूरक हैं।

51. दी गई आकृति में, $AB \parallel CD$ सिद्ध कीजिए कि $p + q - r = 180^\circ$

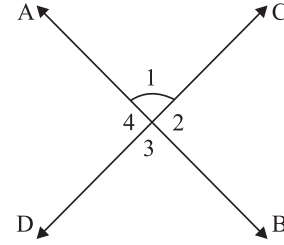


अध्याय-6
रेखाएँ और कोण

उत्तर

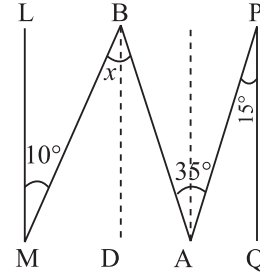
1. (d) 45°
2. (b) 180°
3. (a) 30°
4. (c) 250°
5. (c) $85^\circ, 95^\circ$
6. (c) असरेखी बिंदु
7. (a) 50°
8. (b) 90°
9. (a) 50°
10. (c) संपूरक कोण
11. (d) 110°
12. (d) शून्य
13. (b) अधिक
14. (a) 18°
15. एक
16. निश्चित
17. समांतर
18. न्यून
19. दो
20. प्रतिवर्ती
21. 90°
22. P, Q, R
23. \overline{BA}
24. P
25. PQ, PR
26. समकोण
27. 59°
28. संकेत: $y - 2x = 30^\circ$
 $x = 50^\circ, y = 130^\circ$
29. $89^\circ, 91^\circ$
30. $\angle AOD = 140^\circ, x = 32^\circ$
31. 70°
32. 72°
33. 115°
34. 152°
35. संकेत: तिर्यक रेखा के एक ओर बने अंतः
कोणों का 180° योग होता है।
36. 30°
37. 4 बराबर टुकड़े = 60°
1 दुगुना टुकड़ा = 120°
39. $l \parallel m$ और $p \parallel q$ क्योंकि तिर्यक रेखा के एक
ओर बने अंतः कोणों का योग 180° होता है।

40. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)
 $\Rightarrow \angle 2 = 90^\circ$
 $\angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4$ (शीर्षाभिमुख कोण)
 $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$



41. $x = 15^\circ$

42. संकेत: $BD \parallel LM$ और $AC \parallel LM$ और $LM \parallel PQ$ बनाएँ।
 $\angle PAC = \angle QPA = 15^\circ$ (एकांतर अंतःकोण)
 $\therefore \angle CAB = 20^\circ$
 $x = 30^\circ$



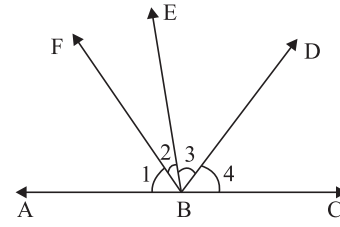
43. संकेत: $3y = 2y + 25^\circ$ (एकांतर अंतःकोण)
 $\Rightarrow y = 25^\circ$
 $x + 15^\circ = 3y$ (संगत कोण)
 $x + 15^\circ = 75^\circ$
 $\Rightarrow x = 60^\circ$

45. संकेत: दिया है: $\angle ABE$ and $\angle EBC$ रैखिक युग्म बनाते हैं। BF और BD , $\angle ABE$ और $\angle EBC$ के क्रमशः समद्विभाजक हैं।

$$\angle ABE + \angle EBC = 180^\circ$$

$$\frac{\angle ABE}{2} + \frac{\angle EBC}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ \Rightarrow \angle FBD = 90^\circ$$



46. संकेत: $2x = 3(90^\circ - x)$
 $\Rightarrow x = 54^\circ$

47. $5b + 60^\circ = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)
 $\Rightarrow b = 24^\circ$
 $a = 4b$ (शीर्षाभिमुख कोण)
 $\Rightarrow a = 96^\circ$
 $60^\circ + b = 2c$ (शीर्षाभिमुख कोण)
 $\Rightarrow c = 42^\circ$

48. $\angle 1 = \angle 5 = \angle 3 = \angle 7 = 108^\circ$
 $\angle 2 = \angle 6 = \angle 4 = \angle 8 = 72^\circ$

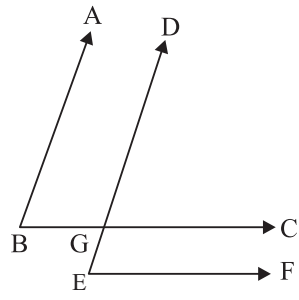
49. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = 130^\circ$
 $\angle 3 = 50^\circ$

50. केस-1

$$\angle ABC = \angle DGC \text{ (संगत कोण)}$$

$$\therefore BC \parallel EF$$

$$\angle ABC = \angle DEF$$

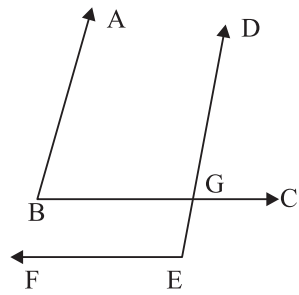


केस-2

$$\angle ABC + \angle DGB = 180^\circ \text{ (अंतःकोण)}$$

$$\angle DGB = \angle DEF \text{ (संगत कोण)}$$

$$\angle ABC + \angle DEF = 180^\circ$$



$$\angle DGB = \angle DEF \text{ (अंतःकोण)}$$

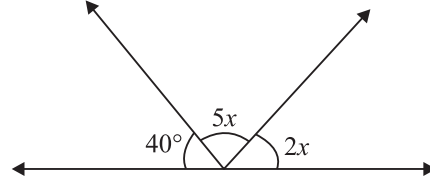
$$\angle ABC + \angle DEF = 180^\circ \text{ (संगत कोण)}$$

अध्याय-6
रेखाएँ और कोण
अभ्यास परीक्षा

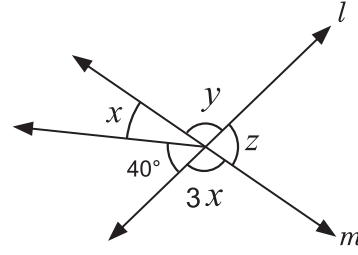
समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

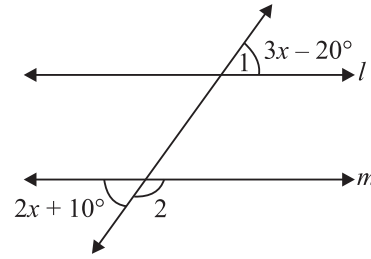
1. यदि $\angle ABC = 142^\circ$, प्रतिवर्ती $\angle ABC$ ज्ञात कीजिए। (1)
2. यदि रैखिक युग्म में एक कोण न्यून कोण है तो दूसरा कोण किस प्रकार का होगा? (1)
3. दिए गए चित्र में, x का मान ज्ञात कीजिए। (2)



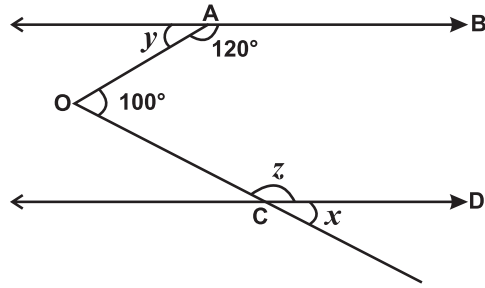
4. यदि दो संपूरक कोणों के बीच का अंतर 40° है तो दोनों कोण ज्ञात कीजिए। (2)
5. दिए गए चित्र में l और m प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं। x, y तथा z के मान ज्ञात कीजिए। (3)



6. पूरक कोणों का अनुपात $5 : 4$ है तो कोण ज्ञात कीजिए। (3)
7. यदि $l \parallel m$ है तो $\angle 1$ तथा $\angle 2$ ज्ञात कीजिए। (3)



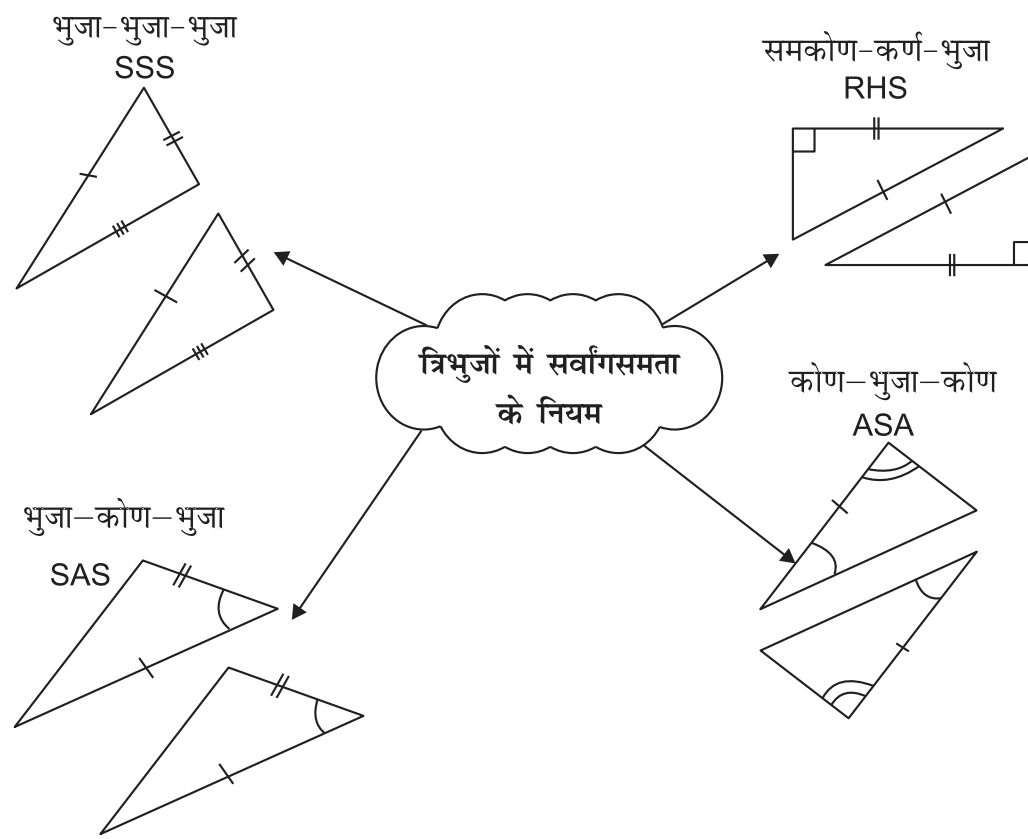
8. आकृति में यदि $AB \parallel CD$ तो x, y और z का मान ज्ञात कीजिए। (5)



अध्याय-7

त्रिभुज

माइंड मैप



महत्वपूर्ण बिन्दु:

विभिन्न आकृतियों में सर्वांगसमता:

- दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं, यदि उनका एक ही आकार और एक ही माप हो।
- दो समतल आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि प्रत्येक को दूसरी आकृति पर रखने पर वह उसको पूरी तरह ढक लेती है।
- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई समान हो।

- समान माप वाले दो कोण सर्वांगसम होते हैं।
- समान त्रिज्याओं वाले दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं।
- समान भुजाओं वाले दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
- दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी लम्बाई और चौड़ाई का माप समान हो।

सर्वांगसमता

- यदि त्रिभुज ABC और DEF सर्वांगसम है तो $A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow E$ and $C \leftrightarrow F$, के अंतर्गत सर्वांगसम हो, तो उन्हें सांकेतिक रूप में $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ लिखते हैं।
- त्रिभुजों की सर्वांगसम के नियम:
 - (a) भुजा-कोण-भुजा (SAS) सर्वांगसमता नियम: यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और अंतर्गत कोण, दूसरे त्रिभुज की दो भुजाओं और अंतर्गत कोण के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (b) कोण-भुजा-कोण (ASA) सर्वांगसमता नियम: यदि एक त्रिभुज के दो कोण और अंतर्गत भुजा, दूसरे त्रिभुज के दो कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (c) भुजा-भुजा-भुजा (SSS) सर्वांगसमता नियम: यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ, दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।
 - (d) समकोण-कर्ण-भुजा (RHS) सर्वांगसमता नियम: यदि दो समकोण त्रिभुजों में, एक त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

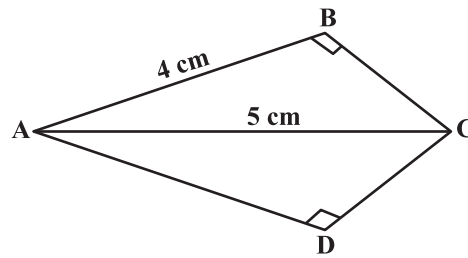
अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

- निम्न में से कौन-सा त्रिभुजों की सर्वांगसमता का नियम नहीं है?

(a) SSS	(b) RHS
(c) AAA	(d) SAS
- यदि $AB \cong CD$ तब

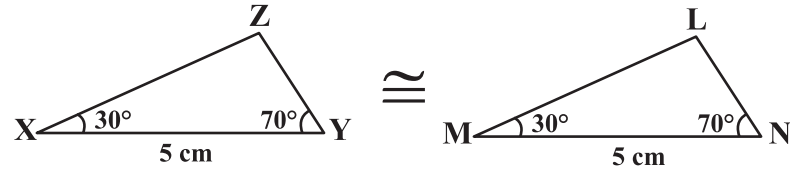
(a) $AB < CD$	(b) $AB + CD = 0$
(c) $AB = CD$	(d) $AB > CD$

3. यदि $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ तब
- (a) $AC = DE$ (b) $BC = DF$
(c) $FE = CB$ (d) $AB = DF$
4. यदि किसी त्रिभुज का एक कोण अन्य दो कोणों के योग के बराबर है तो त्रिभुज है
- (a) एक समबाहु त्रिभुज (b) एक समद्विबाहु त्रिभुज
(c) एक अधिककोण त्रिभुज (d) एक समकोण त्रिभुज
5. यदि $AB = QR, BC = PR$ और $CA = PQ$, तब
- (a) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ (b) $\triangle CBA \cong \triangle PRQ$
(c) $\triangle BAC \cong \triangle RPQ$ (d) $\triangle PQR \cong \triangle BCA$
6. दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि वे आकार और समान की हैं।
7. दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी त्रिज्याओं की माप हो।
8. दो समबाहु त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी भुजाएँ माप की हो।
9. दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी भुजाओं की लंबाईयाँ हों।
10. यदि $\triangle PQR \cong \triangle LMN$ तब NL
11. यदि $\triangle ABC$ में $AB = BC$ और $\angle B = 40^\circ$ है तो $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिए।
12. यदि $AB = QR, BC = PR$ तथा $CA = PQ$ है तब सर्वांगसमता का उचित सांकेतिक रूप लिखिए।
13. दी गई आकृति में AC कोण BAD का समद्विभाजक है। यदि $AB = 4 \text{ cm}, AC = 5 \text{ cm}$ तो AD ज्ञात कीजिए।

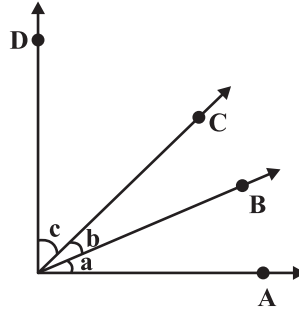


14. वृत्त $O_1 \cong$ वृत्त O_2 । यदि वृत्त, O_1 की त्रिज्या 6 सें.मी. है तो वृत्त O_2 का व्यास ज्ञात कीजिए।

15. $\triangle ABC$ और $\triangle QPR$ के लिए सर्वांगसमता नियम लिखिए। यदि $AB = QP$, $\angle B = \angle P$ और $BC = PR$
16. किसी समकोण त्रिभुज $\triangle ABC$ में $AB = BC$ है तो $\angle A$ ज्ञात कीजिए।
17. निम्न त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम लिखिए।



18. भुजा NL के समान भुजा का नाम लिखिए, यदि $\triangle PQR \cong \triangle LMN$ है।
19. रेखाखण्ड $MN = 4$ सें.मी. और $TP = 4.2$ सें.मी. है। क्या रेखाएँ सर्वांगसम हैं?
20. इसका क्या अर्थ है यदि दो त्रिभुज SSS सर्वांगसमता नियम से सर्वांगसम हैं?
21. $\triangle PQR$ में $\angle R = \angle P$, $QR = 4$ सें.मी. और $PR = 5$ सें.मी. है तो PQ ज्ञात कीजिए।
22. दी गई आकृति में, यदि $a = b = c$ है तो $\angle AOC$ के सर्वांगसम कोण का नाम लिखिए।

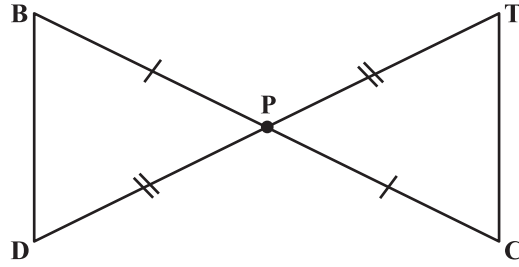


23. RHS सर्वांगसमता में 'R' का क्या सांकेतिक अर्थ है?
24. $\triangle BCD$ और $\triangle WXY$ में $BD = WX$ और $\angle B = \angle X$ है। ASA सर्वांगसमता का सार्थ करने के लिए तीसरी आवश्यकता क्या है?
25. यदि $\triangle ABC \cong \triangle MNO$ तो $\angle ABC = \dots\dots\dots$?

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

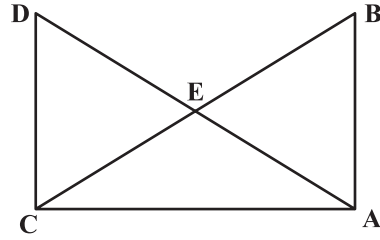
26. यदि $\triangle ABP \cong \triangle KST$ तो
- (a) $\angle P = \dots\dots\dots$
- (b) $KT = \dots\dots\dots$

27. दी गई आकृति में, कौन-से दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं? इन त्रिभुजों का नाम सर्वांगसमता नियमानुसार लिखिए।

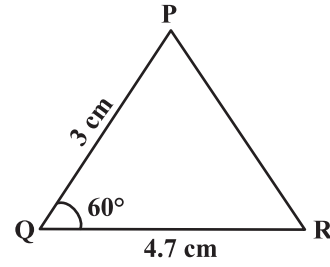
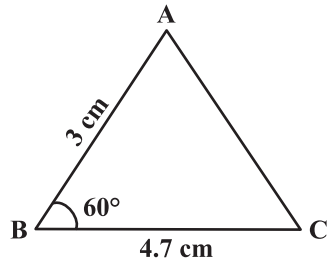


28. स्पष्ट कीजिए कि AAA दो त्रिभुजों के लिए सर्वांगसमता नियम क्यों नहीं है?

29. दी गई आकृति में यदि $AB = CD$, $AD = BC$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\triangle ADC \cong \triangle EBA$

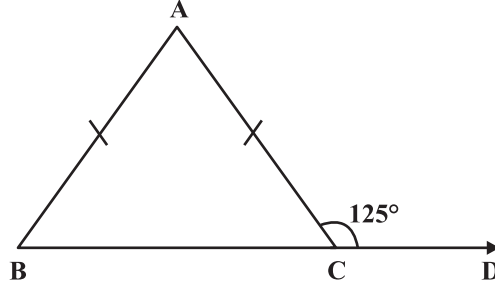


30. यदि $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है और $AB = AC$ है तो सिद्ध कीजिए कि A से BC पर खींचा गया लम्ब AD , BC को समद्विभाजित करता है।
31. दी गई आकृति में, दोनों त्रिभुज सर्वांगसमता के किस नियम को संतुष्ट करते हैं?

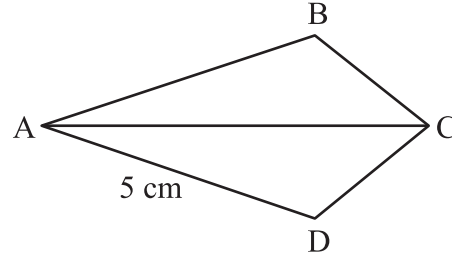


32. यदि $\triangle PQR$ में $\angle P = 110^\circ$ और $PQ = PR$ है तो $\angle Q$ और $\angle R$ ज्ञात कीजिए।

33. दी गई आकृति में, यदि $AB = AC$ और $\angle ACD = 125^\circ$ है तो $\angle A$ ज्ञात कीजिए।



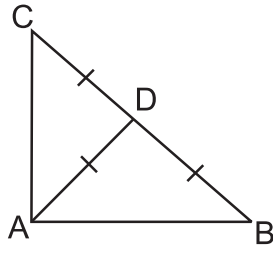
34. दी गई आकृति में AC , $\angle A$ व $\angle C$ को समद्विभाजित करता है तथा $AD = 5$ है, तो AB ज्ञात कीजिए।



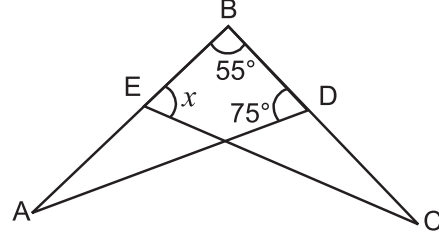
35. एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोण 80° है तो आधार कोणों को ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

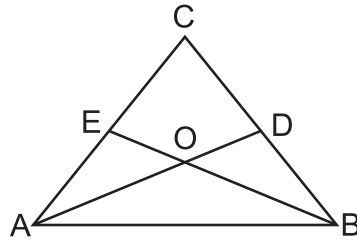
36. ABC एक त्रिभुज है जिसमें भुजा BC का मध्य बिंदु D है। D से AB और AC पर खींचे गए लम्बों की लम्बाइयां समान है तो सिद्ध कीजिए कि यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।
37. सिद्ध कीजिए कि समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होते हैं।
38. दी गई आकृति में, यदि $AD = BD = CD$ तो $\angle BAC$ का मान ज्ञात कीजिए।



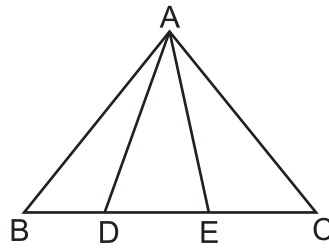
39. दी गई आकृति में, यदि $AB = BC$ और $\angle A = \angle C$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



40. दी गई आकृति में, यदि $\angle ABC = \angle BAC$, D और E भुजा BC तथा भुजा AC पर कोई बिंदु हैं जहाँ $DB = AE$. यदि AD और BE एक दूसरे को बिंदु O पर काटते हैं तो सिद्ध कीजिए $OA = OB$ है।



41. दी गई आकृति में, $AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAE$ है तो सिद्ध कीजिए $\triangle ADE$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

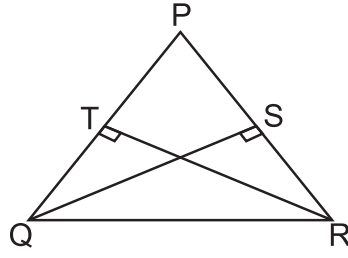


42. यदि $\triangle DEF$ में $\angle E = 2\angle F$ है तथा DM , $\angle EDF$ का अर्द्धक है जो कि EF को M पर काटती है। यदि $DM = MF$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle EDF = 72^\circ$ है।

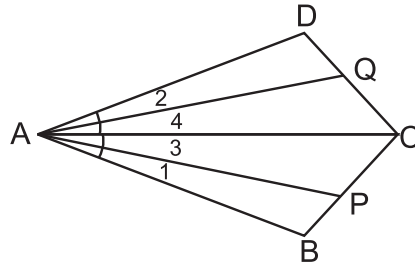
43. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के तीनों कोण 60° के होते हैं।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

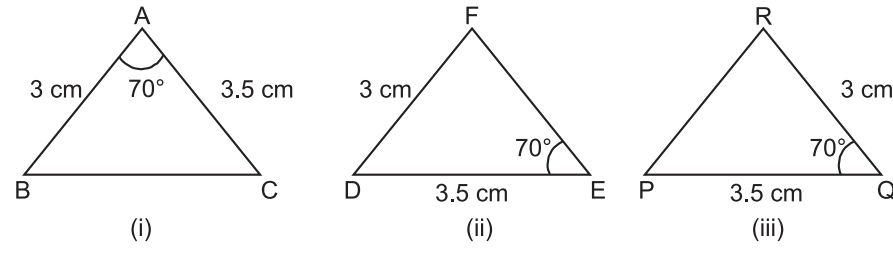
44. ΔABC के शीर्षलम्ब AF, BD और CE की लम्बाइयाँ समान हैं। सिद्ध कीजिए कि ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है।
45. ΔABC की भुजाएं AB, BC और माध्यिका $AM, \Delta PQR$ की भुजाओं PQ, QR और माध्यिका PN के क्रमशः समान हैं। सिद्ध कीजिए-
- (i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$
- (ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
46. दी गई आकृति में, PQR की भुजाओं PR और PQ पर क्रमशः डाले एक शीर्षलम्बों QS और RT की लम्बाइयाँ बराबर हैं सिद्ध कीजिए-
- (i) $\Delta PQS \cong \Delta PRT$
- (ii) PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



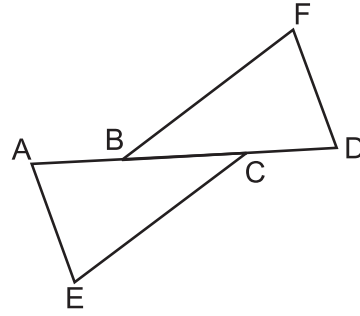
47. दी गई आकृति में, $AB = AD, \angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ है। सिद्ध कीजिए कि $AP = AQ$ है।



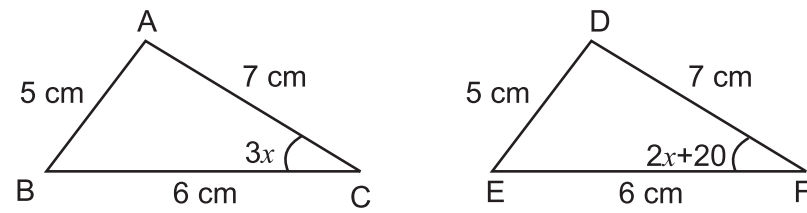
48. वन्दना अपने पास की बस्ती में रहने वाले गरीब बच्चों को शिक्षित करना चाहती है। उसने निम्न चित्रानुसार बच्चों के लिए फ्लैश-कार्ड तैयार किए।



- (a) कौन-से दो फ्लैश कार्ड सर्वांगसम हैं?
 (b) यहाँ सर्वांगसमता की कौन सी कसौटी सत्य है?
 (c) सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग के द्वारा त्रिभुजों की कौन-सी तीसरी भुजा समान होगी?
49. दी गई आकृति में, $AB = CD$, $CE = BF$ और $\angle ACE = \angle DBF$ है सिद्ध कीजिए।
 (i) $\triangle ACE \cong \triangle DBF$
 (ii) $AE = DF$



50. सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC और त्रिभुज DEF सर्वांगसम है। x का मान भी ज्ञात कीजिए।



अध्याय-7

त्रिभुज

उत्तर

1. (c) AAA
2. (c) $AB = CD$
3. (c) $FE = CB$
4. (d) एक समकोण त्रिभुज
5. (b) $\triangle CBA \cong \triangle PRQ$
6. समान, माप
7. बराबर
8. बराबर
9. बराबर
10. $NL = RP$
11. 40°
12. $\triangle ABC \cong \triangle QRP$
13. $AD = 4$ cm
14. 12 cm
15. SAS
16. $\angle A = 45^\circ$
17. ASA
18. $NL = RP$
19. नहीं
20. एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ, दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के क्रमशः बराबर हैं।
21. $PQ = 4$ cm

22. $\angle BOD$

23. समकोण

24. $\angle D = \angle W$

25. $\angle MNO$

26. (a) $\angle T$ (b) AP

27. $\triangle PBD \cong \triangle PCT$ या कोई अन्य सही रूप।

28. दिए गए तीन कोणों के द्वारा बहुत से त्रिभुज संभव हैं।

29. $\triangle ADC$ और $\triangle CBA$

$AB = CD$ (दिया है)

$AD = BC$ (दिया है)

$AC = AC$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CBA$ (SSS सर्वांगसमता नियम से)

30. $\triangle ABD$ और $\triangle ACD$ में

$AB = AC$ (दिया है)

$AD = AD$ (उभयनिष्ठ)

$\angle ADB = \angle ADC$ (90°)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (By RHS सर्वांगसमता नियम से)

$\Rightarrow BD = CD$ (CPCT से)

31. SAS

32. $\angle Q = \angle R = 35^\circ$

33. $\angle A = 70^\circ$

34. $AB = 5$ cm

35. $50^\circ, 50^\circ$

36. $\triangle BDE$ और $\triangle CDF$ में

$$BD = CD \text{ (दिया है)}$$

$$DE = DF \text{ (दिया है)}$$

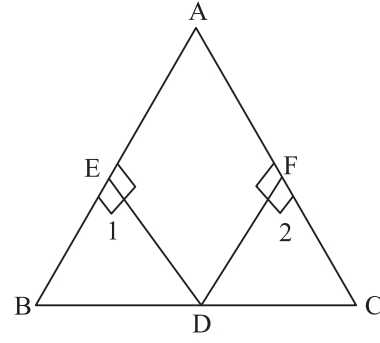
$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (} 90^\circ \text{)}$$

RHS सर्वांगसमता नियम से

$$\triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (RHS से)}$$

$$\Rightarrow \angle B = \angle C \text{ (CPCT से)}$$

$$\Rightarrow AB = AC \text{ (}\therefore \text{ बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएं बराबर होती हैं)}$$



37. रचना $AD \perp BC$

$\triangle ADB$ और $\triangle ADC$ में

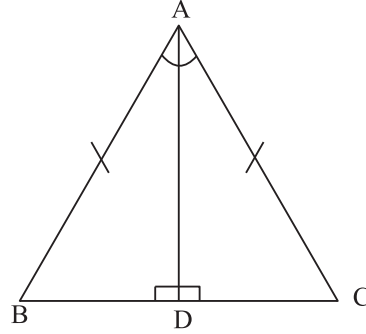
$$AB = AC \text{ (दिया है)}$$

$$AD = AD \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

$$\angle ADB = \angle ADC \text{ (} 90^\circ \text{)}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC \text{ (RHS से)}$$

$$\Rightarrow \angle B = \angle C \text{ (CPCT से)}$$



38. बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$$\therefore \triangle ACD \text{ में } \angle 1 = \angle 2 \text{ ----(1)}$$

$$\text{और } \triangle ABD \text{ में } \angle 4 = \angle 3 \text{ ---- (2)}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के तीनों का योग } 180^\circ \text{ होता है)}$$

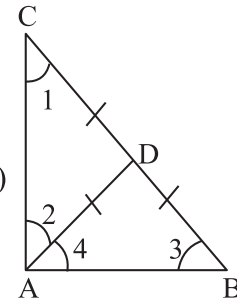
$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ \text{ (समीकरण 1 और समीकरण)}$$

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$2(\angle 2 + \angle 4) = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle 4 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\angle BAC = 90^\circ$$



39. $\triangle BAD$ और $\triangle BCE$ में

$$AB = AB \text{ (दिया है)}$$

$$\angle A = \angle C \text{ (दिया है)}$$

$$\angle B = \angle B \text{ (समान है)}$$

$$\triangle BAD \cong \triangle BCE$$

$$\therefore x = 75^\circ \text{ (CPCT से)}$$

40. $\triangle ABE$ और $\triangle ABD$ में

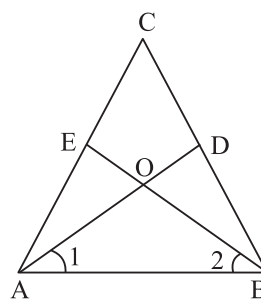
$$AB = AB, AE = BD$$

$$\angle EAB = \angle DBA$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ABD \text{ (SAS से)}$$

$$\Rightarrow \angle ABE = \angle BAD \text{ (CPCT से)}$$

$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow OA = OB$$



41. $AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C$

$\triangle ABD$ और $\triangle ACE$ में

$$\angle BAD = \angle CAE, AB = AC, \angle B = \angle C$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (ASA से)}$$

$$\Rightarrow AD = AE \text{ (CPCT से)}$$

$\therefore ADE$ समद्विबाहु त्रिभुज है

42. संकेत: $\angle EDM = \angle FDM, \angle FDM = \angle DFM, \triangle DEF$ में कोणों के योग गुणधर्म का उपयोग करते हुए $\angle EDF$ को ज्ञात कीजिए।

43. समबाहु त्रिभुज की सभी भुजाएं बराबर होती हैं और बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं, इसलिए त्रिभुज के सभी कोण बराबर होंगे और चूंकि तीनों कोणों का योग 180° होता है तो प्रत्येक कोण 60° का होगा।

44. $\triangle BDC$ और $\triangle BEC$ में

$$BD = EC, BC = BC, \angle BEC = \angle BDC (90^\circ)$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle BEC \text{ (RHS से)}$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ इसी प्रकार } \angle A = \angle B \text{ और } \angle A = \angle C$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C$$

अतः ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

45. संकेत: $\triangle ABM \cong \triangle PQN$ (SSS से)

$$\Rightarrow \angle B = \angle Q \text{ (CPCT से)}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle PQR \text{ (SAS से)}$$

46. $\triangle QTR$ और $\triangle RSQ$ में

$$QR = QR, \angle QTR = \angle RSQ, RT = SQ$$

$$\therefore \triangle QTR \cong \triangle RSQ \text{ (RHS से)}$$

$$\therefore \angle Q = \angle R \text{ (CPCT से)} \Rightarrow PQ = PR$$

अतः PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

$\triangle PSQ$ और $\triangle PTR$ में

$$RT = SQ, \angle PTR = \angle PSQ, PR = PQ$$

$$\therefore \triangle PSQ \cong \triangle PTR \text{ (RHS से)}$$

47. $\triangle ABC$ और $\triangle ADC$ में $\angle 1 = \angle 2$ तथा $\angle 3 = \angle 4$ दिया है।

$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$$

$$\Rightarrow \angle CAB = \angle CAD$$

और $AC = AC$ (उभयनिष्ठ)

$$AB = AD \text{ (दिया है)}$$

$$\triangle ADC \cong \triangle ABC \Rightarrow \angle ADC = \angle ABC$$

$\triangle ADQ$ और $\triangle ABP$ में

$$\angle 1 = \angle 2, \quad AB = AD, \quad \angle ABP = \angle ADQ$$

$\Rightarrow \triangle ADQ \cong \triangle ABP$ (ASA से)

$\therefore AP = AQ$ (CPCT से)

48. (a) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$

(b) SAS

(c) $BC = RP$

49. $AB = CD$

दोनों तरफ BC जोड़ते हुए सिद्ध कीजिए $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ (SAS से)

50. $3x = 2x + 20$

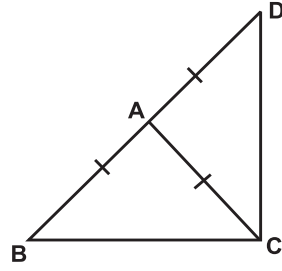
$$3x - 2x = x = 20$$

अध्याय - 7
त्रिभुज
अभ्यास परीक्षा

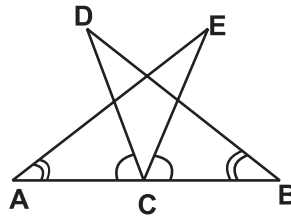
समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

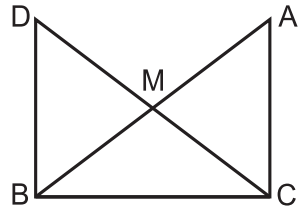
1. समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक बाह्य कोण का माप लिखिए। (1)
2. समद्विबाहु त्रिभुज का उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है। (1)
3. किसी समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्षकोण उसके एक आधार कोण का तिगुना है। आधार-कोण ज्ञात कीजिए। (2)
4. सिद्ध कीजिए कि एक समद्विबाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं। (2)
5. दी गई आकृति में, $AB = AC$ तथा भुजा BA को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $AB = AD$ । सिद्ध कीजिए $\angle BCD = 90^\circ$ है। (3)



6. सिद्ध कीजिए कि एक समबाहु त्रिभुज की माध्यिकाएं बराबर होती हैं। (3)
7. दिए गए चित्र में AB का मध्य-बिंदु C है। $\angle DCA = \angle ECB$ और $\angle DBC = \angle EAC$ है। दर्शाइए कि $DC = EC$ और $BD = AE$ है। (3)



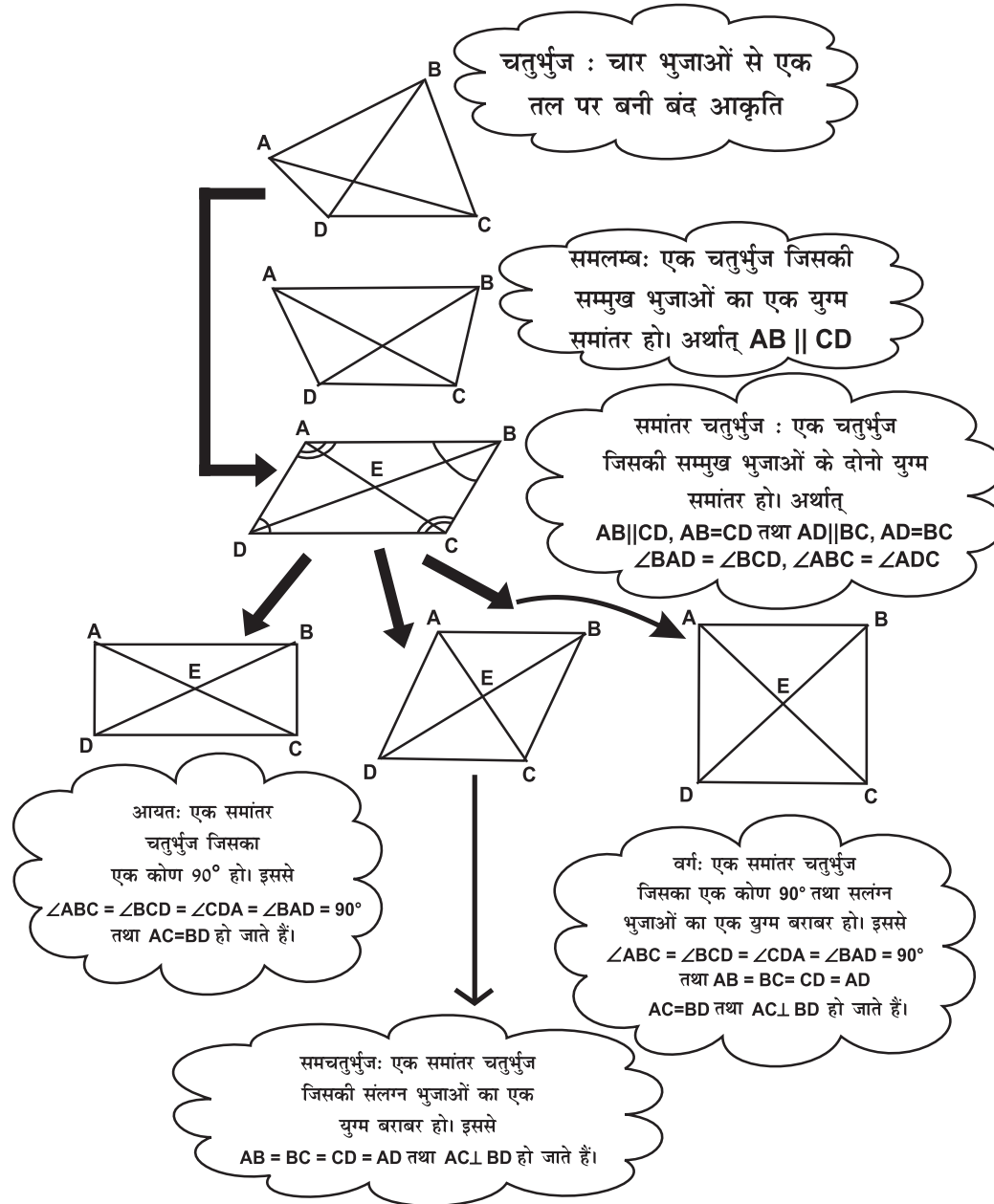
8. दी गई आकृति में, एक समकोण $\triangle ABC$ में C समकोण है, तथा M कर्ण AB का मध्य बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $DM = CM$ हो। बिंदु D को बिंदु B से मिला दिया जाता है। दर्शाए कि $CM = \frac{1}{2} AB$ है। (5)



अध्याय-8

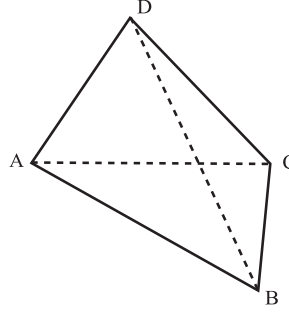
चतुर्भुज

माइंड मैप



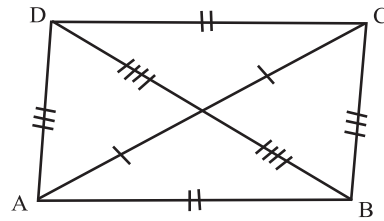
महत्वपूर्ण बिंदु

1. चार भुजाओं से बनी बंद आकृति चतुर्भुज कहलाती है। किसी चतुर्भुज में



- (i) सम्मुख भुजाओं के दो युग्म होते हैं, जैसे चित्र में AB व CD और BC व AD
- (ii) सम्मुख कोणों के दो युग्म होते हैं, जैसे $\angle A$ व $\angle C$ और $\angle B$ व $\angle D$
- (iii) संलग्न भुजाओं के चार युग्म होते हैं, जैसे AB व BC , BC व CD , CD व AD और AD व AB
- (iv) संलग्न कोणों के चार युग्म होते हैं। (एक भुजा उभयनिष्ठ)
जैसे $\angle A$ व $\angle B$, $\angle B$ व $\angle C$, $\angle C$ व $\angle D$ और $\angle D$ व $\angle A$.
- (v) सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाला रेखाखण्ड विकर्ण कहलाता है। जैसे AC व BD
- (vi) चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है। $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$.

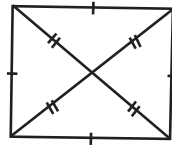
2. समांतर चतुर्भुज: एक चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है यदि



- (i) सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर / समांतर हो। या
- (ii) सम्मुख कोणों के दोनों युग्म बराबर हो। या
- (iii) विकर्ण एक दूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हो। या
- (iv) सम्मुख भुजाओं का एक युग्म समांतर व समान हो।

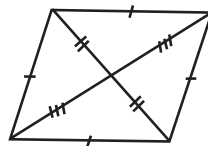
3. किसी समांतर चतुर्भुज का विकर्ण उसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

समांतर चतुर्भुज के अन्य उदाहरण:-



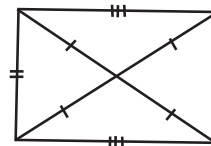
Square

वर्ग



Rhombus

समचतुर्भुज



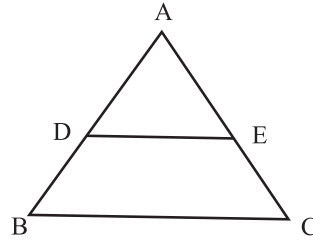
Rectangle

आयत

4. मध्य बिंदु प्रमेय: किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है और इसका आधा होता है।

यहाँ $AD = BD$ व $AE = EC$

तब $DE \parallel BC$ और $DE = \frac{1}{2} BC$.



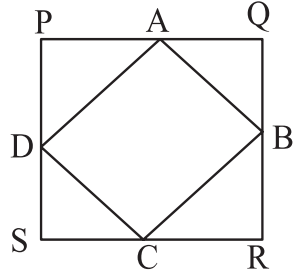
5. मध्य बिंदु प्रमेय का विलोम: किसी त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा भुजा को समद्विभाजित करती है।

$AD = BD$ व $DE \parallel BC$ तब E, AC का मध्य बिंदु होगा।

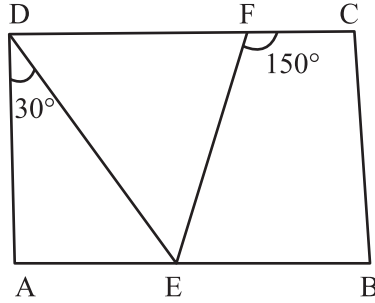
अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

- चतुर्भुज के तीन कोणों का मान $75^\circ, 90^\circ, 75^\circ$ हो तो चौथा कोण होगा :-
 (a) 90° (b) 95°
 (c) 105° (d) 120°
- सम चतुर्भुज ABCD में $\angle ACB = 40^\circ$ हो तो $\angle ABD$ का मान है?
 (a) 40° (b) 45°
 (c) 50° (d) 60°

3. समान्तर चतुर्भुज के आंतरिक कोणों के समद्विभाजकों से बनने वाली आकृति होगी?,
 (a) समांतर चतुर्भुज (b) वर्ग
 (c) समचतुर्भुज (d) आयत
4. चतुर्भुज की भुजाओं में मध्य बिंदुओं को क्रमागत मिलाने पर बनने वाली आकृति होगी?
 (a) वर्ग (b) समान्तर चतुर्भुज
 (c) आयत (d) समचतुर्भुज
5. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण AB और CD एक-दूसरे को बिंदु " O " पर काटते हैं। यदि $\angle DAC = 32^\circ$ और $\angle AOB = 70^\circ$ हो तो $\angle DBC$ का मान होगा।
 (a) 24° (b) 86°
 (c) 38° (d) 32°
6. एक समान्तर चतुर्भुज के कोण क्रमशः $3 : 4 : 5 : 6$ के अनुपात में हैं। चतुर्भुज के कोणों का मान होगा।
 (a) $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ (b) $120^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 60^\circ$
 (c) $120^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ (d) $80^\circ, 120^\circ, 100^\circ, 60^\circ$
7. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समान्तर होती है और उसकी होती है।
 (a) त्रिभाजित (b) आधी
 (c) समद्विभाजित (d) एक-चौथाई
8. एक समचतुर्भुज की विकर्ण 12 सें.मी. और 16 सें.मी. हैं। समचतुर्भुज की भुजा है:-
 (a) 10 सें.मी. (b) 24 सें.मी.
 (c) 70 सें.मी. (d) 96 सें.मी.
9. बिंदु A, B, C और D वर्ग $PQRS$ की भुजाओं के मध्य बिंदु हैं। यदि $PQRS$ का क्षेत्रफल 36 वर्ग इकाई हो तो $ABCD$ का क्षेत्रफल होगा?
 (a) $9\sqrt{2}$ वर्ग इकाई (b) $18\sqrt{2}$ वर्ग इकाई
 (c) 9 वर्ग इकाई (d) 18 वर्ग इकाई

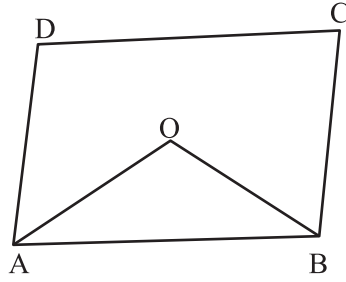


10. एक समचतुर्भुज का परिमाण 60 सें.मी. है। यदि उसके बड़े विकर्ण की लम्बाई 24 सें.मी. हो तो छोटे विकर्ण की लम्बाई सें.मी. होगी?
- (a) 20 (b) 18
(c) 15 (d) 9
11. निम्न में कौन-सा कथन सभी समांतर चतुर्भुजों के लिए सत्य है।
- (a) विकर्ण बराबर होते हैं
(b) क्षेत्रफल दो संलग्न भुजाओं के गुणनफल के बराबर होता है।
(c) विपरीत कोण समान होते हैं।
(d) विकर्ण परस्पर लम्ब होते हैं।
12. दी गयी आकृति एक आयत ABCD है। यदि $\angle ADE = 30^\circ$ और $\angle CFE = 150^\circ$ हो तो $\angle DEF$ का मान कितना होगा?

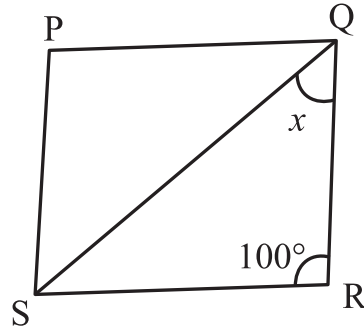


13. दिये गये चार बिंदुओं A, B, C, D में तीन बिंदु A, B और C सररेखीय हैं इन बिंदुओं को क्रमागत मिलाने पर प्राप्त होने वाली बन्द आकृति का नाम बताइए।
14. समांतर चतुर्भुज के दो क्रमागत कोणों का योग कितना होता है?

15. समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में कोणों A और B के समद्विभाजक परस्पर O पर काटते हैं। कोण AOB का मान कितना होगा?

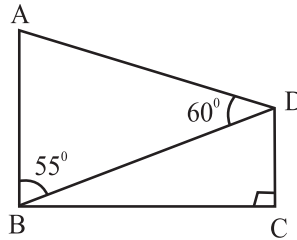


16. यदि एक समांतर चतुर्भुज का एक कोण अपने संलग्न कोण का दो-तिहाई हो तो समांतर चतुर्भुज का सबसे छोटा कोण कितना होगा?
17. संलग्न आकृति में $PQRS$ एक समचतुर्भुज है। x का मान क्या होगा?

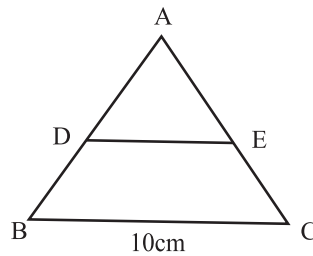


18. यदि समांतर चतुर्भुज के दो संलग्न कोणों का अनुपात $2 : 4$ हो तो दोनों कोणों का मान कितना होगा?
19. यदि समांतर चतुर्भुज $ABCD$, में $\angle A = 60^\circ$ तो $\angle B$, $\angle C$ और $\angle D$ ज्ञात कीजिए।
20. यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात $1 : 2 : 4 : 5$ है तो प्रत्येक कोण का माप ज्ञात कीजिए।
21. यदि समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में $\angle A = (2x + 15)^\circ$, $\angle B = (3x - 25)^\circ$ तो x का मान क्या होगा?
22. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात $1 : 1 : 1 : 1$ है तो यह किस प्रकार का चतुर्भुज है?

23. संलग्न चित्र में $AB \parallel CD$ तो $\angle ADC$ क्या होगा?

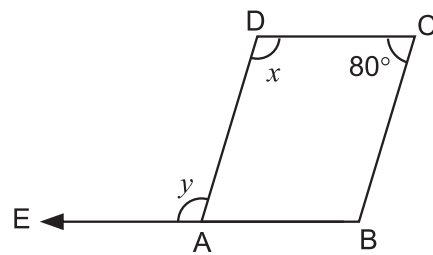


24. चित्र में यदि D और E क्रमशः AB और AC के मध्य बिंदु हैं तो ED की लम्बाई क्या होगी?

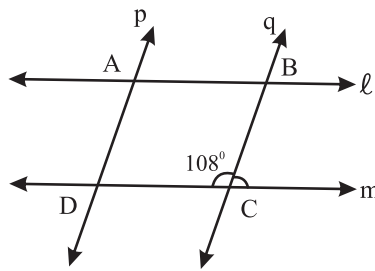


25. $ABCD$ एक समचतुर्भुज है, जिसमें $\angle ACB = 40^\circ$ तो $\angle ADB$ का मान क्या होगा?

26. चित्र में $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है। $(x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।



27. चित्र में $l \parallel m$ और $p \parallel q$. $\angle BCD = 108^\circ$ चतुर्भुज $ABCD$ के चारों कोणों का मान ज्ञात कीजिये।



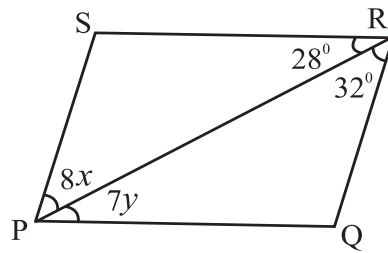
28. निम्नलिखित में कौन-कौन से कथन (T) सत्य है और कौन से असत्य (F) है?
- (a) एक समांतर चतुर्भुज के विकर्ण समान होते हैं। ()
- (b) यदि किसी चतुर्भुज के सभी कोण समान हो तो वह एक समांतर चतुर्भुज होता है। ()
- (c) समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं। ()
- (d) सम चतुर्भुज के विकर्ण समान होते हैं। ()
- (e) समांतर चतुर्भुज के सभी कोण न्यून कोण होते हैं। ()
- (f) समलम्ब चतुर्भुज में विपरीत भुजाओं के दोनों युग्म समांतर होते हैं। ()

रिक्त स्थान भरें

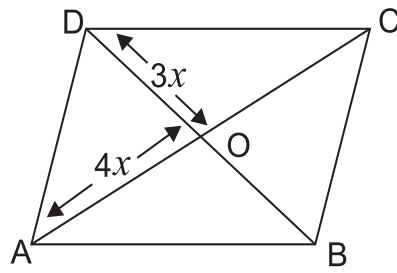
29. समांतर चतुर्भुज के विपरीत कोण होते हैं।
30. एक आयत के दोनों विकर्ण परस्पर तथा होते हैं।
31. यदि एक आयत $ABCD$ में विकर्ण AC , $\angle A$ तथा $\angle C$ को समद्विभाजित करता हो तो $ABCD$ एक होगा।
32. एक चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज होगा यदि उसकी सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म हों।
33. एक समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को करते हैं तथा परस्पर होते हैं।
34. एक वर्ग के विकर्ण, तथा होते हैं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न II (2 अंक)

35. सिद्ध कीजिये कि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।
36. दर्शाइये कि 'समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण समान होते हैं'।
37. किसी समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में यदि $\angle B=110^\circ$ तो $\angle A$ और $\angle D$ का मान ज्ञात कीजिए।
38. चित्र में यदि $PQRS$ एक समांतर चतुर्भुज है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



39. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। O से गुजरती एक रेखाखण्ड AB को X तथा DC को Y पर काटती है। सिद्ध कीजियं कि $OX = OY$.
40. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि $AC = 7.4$ सें.मी., $BD = 6.2$ सें.मी., AO तथा BO की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
41. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x - 3)^\circ$ और $(4x + 12)^\circ$ हैं चतुर्भुज के चारों कोणों के मान ज्ञात कीजिए।
42. एक चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण एकदूसरे को परस्पर समद्विभाजित करते हैं। यदि $\angle A = 35^\circ$ है तो $\angle B$ ज्ञात कीजिए।
43. एक समांतर चतुर्भुज का परिमाण 30 सें.मी. है। यदि लम्बी भुजा 9.5 सें.मी. है तो छोटी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
44. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। $AC = 12.6$ सें.मी. और $BD = 9.4$ सें.मी. OC और OD का मान ज्ञात कीजिए।
45. $ABCD$ एक समचतुर्भुज है जिसमें $DO = 3x$ तथा $AO = 4x$ है तो $ABCD$ का परिमाण ज्ञात कीजिए।

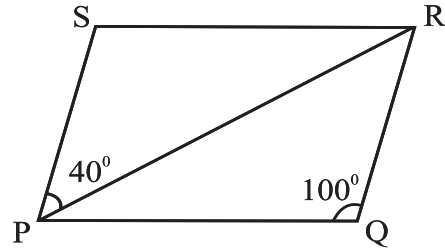


46. एक चतुर्भुज के कोणों का माप $(x + 20)^\circ$, $(x - 20)^\circ$, $(2x + 5)^\circ$ और $(2x - 5)^\circ$ है। x का मान ज्ञात कीजिए।

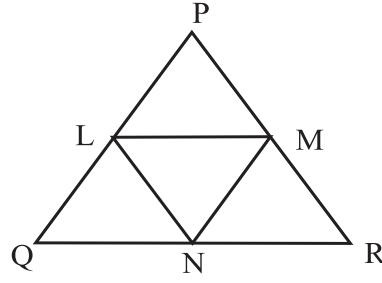
लघु उत्तरीय प्रश्न II (3 अंक)

47. यदि $ABCD$ एक समचतुर्भुज है जिसमें $\angle ABC = 50^\circ$ तो $\angle ACD$ ज्ञात कीजिए।

48. संलग्न चित्र में $PQRS$ एक समांतर चतुर्भुज है, जिसमें $\angle PQR = 100^\circ$ और $\angle SPR = 40^\circ$ तो $\angle PRQ$ और $\angle SRQ$ ज्ञात कीजिए।



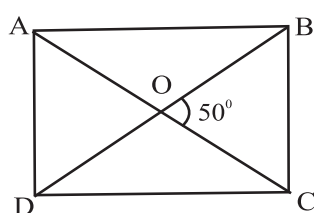
49. “किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने वाली रेखाखण्ड, तीसरी भुजा के समांतर होती है।” सिद्ध कीजिए।
50. संलग्न चित्र में L, M और N क्रमशः PQ, PR, QR के मध्य बिंदु हैं। यदि $PQ = 4.4$ सें.मी., $QR = 5.6$ सें.मी., $PR = 4.8$ सें.मी., तो त्रिभुज LMN का परिमाप ज्ञात कीजिए।



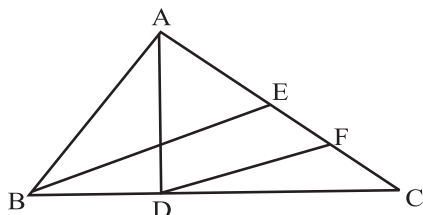
51. यदि किसी चतुर्भुज में सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर और समांतर हो तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिए।
52. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होगा। सिद्ध कीजिए।
53. एक समांतर चतुर्भुज $PQRS$ में M तथा N बिंदु क्रमशः PQ और RS पर इस प्रकार हैं कि $PM = RN$ सिद्ध कीजिए $MS \parallel NQ$.

54. एक समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में AP तथा CQ क्रमशः शीर्ष A तथा C से विकर्ण BD पर डाले गये लम्ब हैं। सिद्ध कीजिए $\triangle APB \cong \triangle CQD$.

55. आयत $ABCD$ के विकर्ण परस्पर O पर काटते हैं। यदि $\angle BOC = 50^\circ$ है तो $\angle ODA$ ज्ञात कीजिए।

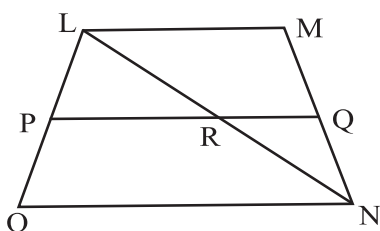


56. संलग्न चित्र में AD और BE , $\triangle ABC$ की माध्यिकाएं हैं और $BE \parallel DF$ सिद्ध कीजिए $CF = \frac{1}{4} AC$.

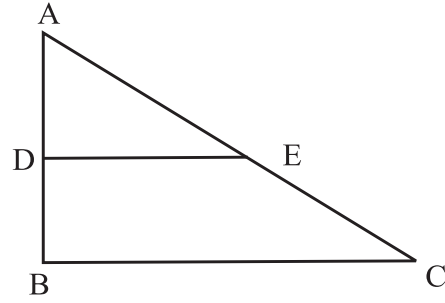


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

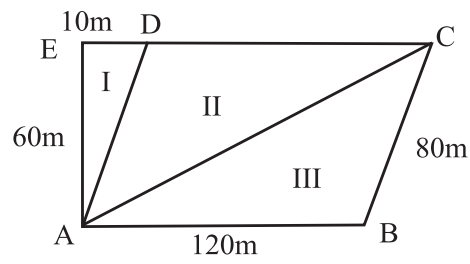
57. संलग्न चित्र में $LMNO$ समलंब चतुर्भुज हैं। $LM \parallel ON$, बिंदु P , LO का मध्य बिंदु है। बिंदु Q , MN पर इस प्रकार है कि $PQ \parallel ON$ । सिद्ध कीजिये कि Q , MN का मध्य बिंदु और $PQ = \frac{1}{2}(LM + ON)$ है।



58. चित्र में, $\angle B = 90^\circ$ यदि $AB = 9$ सें.मी. $AC = 15$ सें.मी. और D तथा E क्रमशः AB और AC के मध्य बिन्दु हैं तो ज्ञात कीजिए।

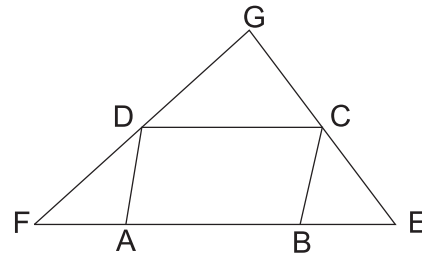


- (i) BC की लम्बाई
(ii) समलम्ब चतुर्भुज
(ii) $BCED$ का क्षेत्रफल
59. एक किसान अपने खेत को तीन भागों I, II और III में (चित्रानुसार) बांटता है। भाग I में वह अपने जानवरों की देखभाल करता है। जबकि भाग II और III में वह दो अलग तरह की फसल उगाना चाहता है। निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :-

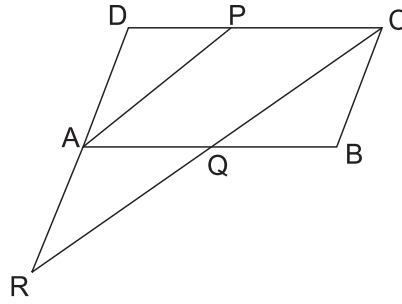


- (i) जानवरों की देखभाल के लिए प्रयोग होने वाले भाग का क्षेत्रफल क्या है?
(ii) क्या क्षेत्रफल II क्षेत्रफल III के समान है? प्रमाणित कीजिए।
(iii) खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

60. समांतर चतुर्भुज $ABCD$ की भुजा AB को दोनों ओर बिंदु E और F तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $BE = BC$ और $AF = AD$. दर्शाइए कि EC और FD को बढ़ाने पर वह दोनों समकोण बनाते हैं।



61. समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में बिंदु P भुजा CD का मध्य बिंदु है। C से गुजरती हुई रेखा PA के समांतर है और AB को Q पर काटती है और बढ़ी हुई भुजा DA को R पर। सिद्ध कीजिए $DA = AR$ तथा $CQ = QR$.



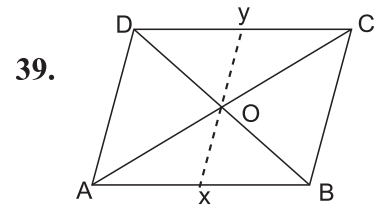
अध्याय-8

चतुर्भुज

उत्तर

1. (d) 120°
2. (c) 50°
3. (d) आयत
4. (b) समांतर चतुर्भुज
5. (c) 38°
6. (a) $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$
7. (b) आधी
8. (a) 10 सें.मी.
9. (d) 18 वर्ग इकाई
10. (b) 18
11. (c) विपरीत कोण समान होते हैं।
12. 90°
13. एक त्रिभुज
14. 180°
15. 90°
16. 72°
17. 40°
18. $60^\circ, 120^\circ$
19. $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$
20. $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ$
21. 38°
22. आयत

23. 115°
 24. 5 cm
 25. 50°
 26. 200°
 27. $108^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 72^\circ$
 28. (a) F (b) F (c) T (d) F (e) F (f) F
 29. बराबर
 30. समद्विभाजक, बराबर
 31. वर्ग
 32. समांतर या बराबर
 33. समद्विभाजित, लम्ब
 34. बराबर, लम्ब समद्विभाजित
 37. $70^\circ, 110^\circ$
 38. $x = y = 4$



$\triangle AOX$ और $\triangle COY$ में

$$OA = OC$$

$$\angle AOX = \angle COY$$

$$\angle OAX = \angle OCY$$

$$\triangle AOX \cong \triangle COY (ASA)$$

$$OX = OY (CPCT)$$

40. $OA = \frac{1}{2} AC$ (समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं)

$$= \frac{1}{2} \times 7.4 = 3.7 \text{ cm}$$

इसी प्रकार $OB = \frac{1}{2} BD = 3.1 \text{ cm}$.

41. $5x - 3 = 4x + 12$

$$x = 15^\circ$$

$$5x - 3 = 5 \times 15 - 3 = 72^\circ$$

शेष कोण होंगे $108^\circ, 72^\circ, 108^\circ$

42. 145°

43. माना लम्बी भुजा है $a = 9.5 \text{ cm}$ और छोटी भुजा है ' b '

$$\text{परिमाप} = 2a + 2b = 30$$

$$2 \times 9.5 + 2b = 30$$

$$2b = 11$$

$$b = 5.5 \text{ cm}$$

44. $OC = \frac{1}{2} AC = 6.3 \text{ cm}$

$$OD = \frac{1}{2} BD = 4.7 \text{ cm}$$

45. $\triangle OAD$ में

$$AD^2 = (3x)^2 + (4x)^2$$

$$AD^2 = 9x^2 + 16x^2$$

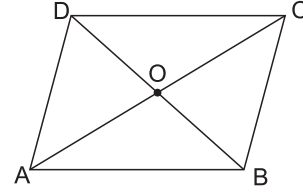
$$AD = 5x$$

$$\text{परिमाप} = 20x$$

46. चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है

$$\Rightarrow x = 60^\circ$$

47. $ABCD$ एक समचतुर्भुज है
 $\Rightarrow ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है
 $\angle ABC = \angle ADC$
 $\angle ODC = 25^\circ$



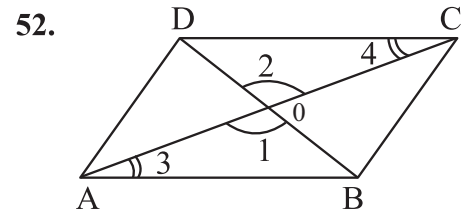
ΔOCD में
 $\angle OCD + \angle ODC + \angle COD = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle ACD = 65^\circ$

48. पहले $PS \parallel RQ$ तथा PR को तिर्यक रेखा लें फिर $PQ \parallel RS$ तथा PR को तिर्यक रेखा लें
 $\angle PRQ = 40^\circ, \angle SRQ = 80^\circ$

50. $MN = \frac{1}{2} PQ = 2.2 \text{ cm}$

इसी प्रकार $LM = 2.8 \text{ cm}$. और $LN = 2.4 \text{ cm}$

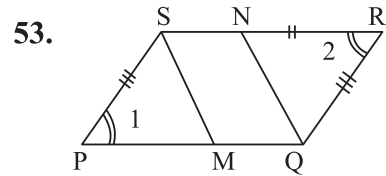
परिमाप = 7.4 cm



Proof: $OA = OC$ (दिया है)
 $OB = OD$
 $\angle 1 = \angle 2$ (शीर्षाभिमुख कोण)
 $\Rightarrow \Delta AOB \cong \Delta COD$ (SAS)
 $\Rightarrow AB = CD$ --- (1) (CPCT)
 और $\angle 3 = \angle 4$ (CPCT)
 $AB \parallel CD$ --- (2)

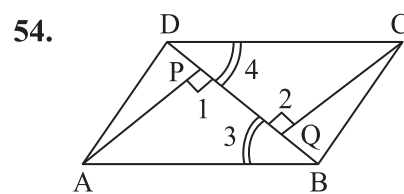
समीकरण (1) और (2) से

$ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है।



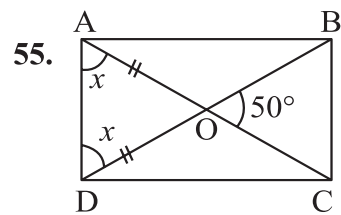
ΔPMS और ΔRNQ में

$$\begin{aligned}
 PS &= QR && \text{(समांतर चतुर्भुज की विपरीत भुजाएँ)} \\
 PM &= RN && \text{(दिया है)} \\
 \angle 1 &= \angle 2 && \text{(समांतर चतुर्भुज)} \\
 \Delta PMS &\cong \Delta RNQ
 \end{aligned}$$



ΔAPB और ΔCQD में

$$\begin{aligned}
 \angle 1 &= \angle 2 \text{ और } \angle 3 = \angle 4 \\
 AB &= CD \\
 \Rightarrow \Delta APB &= \Delta CQD \text{ [AAS]}
 \end{aligned}$$



$$\angle BOC = \angle AOD = 50^\circ$$

ΔAOD में

$$\begin{aligned}
 x + x + 50 &= 180^\circ \text{ [कोण योग गुणधर्म]} \\
 2x &= 180^\circ - 50^\circ \\
 x &= 65^\circ = \angle ODA
 \end{aligned}$$

56. $\triangle ABC$ में

$$EC = \frac{1}{2} AC \text{ [BE माध्यिका है]}$$

$\triangle BEC$ में

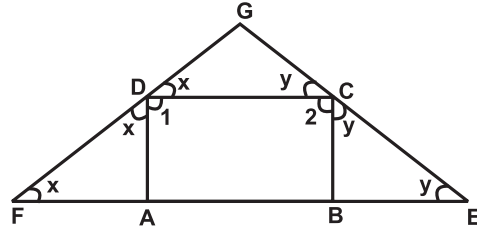
$$CF = \frac{1}{2} EC$$

58. 12 cm, 40.5 cm²

59. समलंब $ABCE$ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} (130 + 120) \times 60$

(i) 300 m² (ii) हाँ (iii) 7500 m²

60. समांतर चतुर्भुज $ABCD$ में



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad \text{---- (1)}$$

$$x + x + \angle 1 = 180^\circ$$

$$x = 90 - \frac{1}{2} (\angle 1) \quad \text{---- (2)}$$

इसी प्रकार $y = 90 - \frac{1}{2} (\angle 2) \quad \text{---- (3)}$

$\triangle DGC$ में $\angle DGC + x + y = 180^\circ$

61. $APCQ$ समांतर चतुर्भुज है और Q , AB का मध्य बिंदु है

$\triangle AQR$ और $\triangle BQC$ में

$$\angle AQR = \angle BQC$$

$$\angle QAR = \angle QBC$$

$$AQ = BQ$$

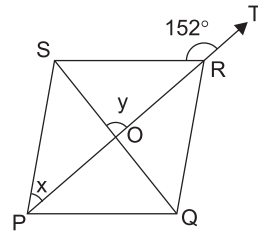
$$\triangle AQR \cong \triangle BQC$$

अध्याय - 8
चतुर्भुज
अभ्यास परीक्षा

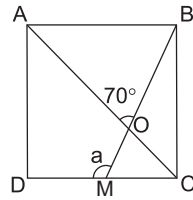
समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. एक चतुर्भुज के चारों कोणों में अनुपात $2 : 3 : 5 : 8$ हैं। सबसे छोटे कोण का माप ज्ञात कीजिए। (1)
2. समांतर चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का माप $(5x - 3)^\circ$ और $(4x + 12)^\circ$ है। चतुर्भुज के चारों कोणों के माप ज्ञात कीजिए। (1)
3. त्रिभुज ΔPQR की माध्यिका PS को बिंदु T तक इस प्रकार बढ़ाया कि $PS = ST$ है। सिद्ध कीजिए कि $PQTR$ एक समांतर चतुर्भुज है। (2)
4. चित्र में $PQRS$ एक समचतुर्भुज में विकर्ण PR को बिंदु T तक बढ़ाया गया। यदि $\angle SRT = 152^\circ$ तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। (2)



5. चित्र में $ABCD$ एक वर्ग है। एक रेखाखण्ड BM , CD को M पर और विकर्ण AC को O पर काटती है और $\angle AOB = 70^\circ$ है। a का मान ज्ञात कीजिए। (3)

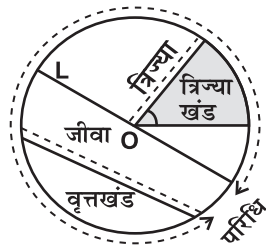


6. AD त्रिभुज ΔABC की माध्यिका है बिंदु E , AD का मध्य बिंदु है BE को इस प्रकार बढ़ाया गया कि AC को F पर काटती है। सिद्ध कीजिए $AF = 1/3 AC$ है। (3)
7. सिद्ध कीजिए कि समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं। (3)
8. "एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़ने पर प्राप्त चतुर्भुज एक वर्ग है" सिद्ध कीजिए। (5)

अध्याय - 9

वृत्त माइंड मैप

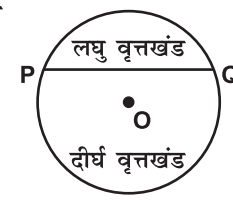
वृत्त से सम्बंधित पद



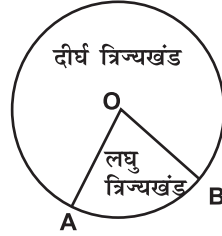
वृत्त की परिधि पर स्थित दो बिन्दुओं से बना भाग



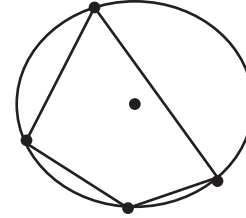
जीवा तथा चाप के मध्य बना खंड



दो त्रिज्याओं और चाप के मध्य बना खंड



चक्रीय चतुर्भुज: ऐसा चतुर्भुज जिसके चारों शीर्ष वृत्त की परिधि पर स्थित होते हैं।



वृत्त की समान जीवाएं केंद्र पर समान कोण अंतरित करती है।

वृत्त पर
कुछ प्रमेय

वृत्त के केंद्र से जीवा पर खींचा गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

वृत्त की समान जीवाएं केंद्र से समदूरस्थ होती है।

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है।

वृत्त की किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

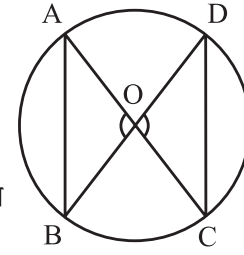
महत्वपूर्ण बिंदु

एक तल पर उन सभी बिंदुओं का समूह जो तल पर स्थित एक स्थिर बिंदु से एक स्थिर दूरी पर स्थित हों, एक वृत्त कहलाता है। स्थिर बिंदु को वृत्त का केन्द्र और स्थिर दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

प्रमेय: वृत्त की बराबर जीवाएं केन्द्र पर बराबर कोण अंतरित करती हैं।

यदि $AB = CD$ तो

$$\angle AOB = \angle COD$$

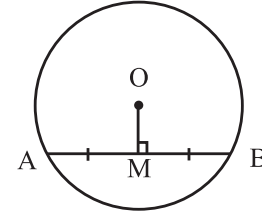


विलोम: यदि एक वृत्त की जीवाओं द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण बराबर हों तो वे जीवाएं बराबर होती हैं।

प्रमेय: एक वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।

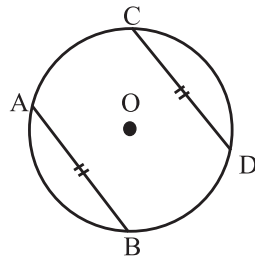
यदि $OM \perp AB$ तो

$$AM = BM$$



विलोम: एक वृत्त के केन्द्र से जीवा को समद्विभाजित करने के लिए खींची गई रेखा जीवा पर लम्ब होती है।

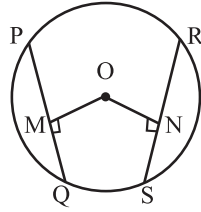
गुण: यदि किसी वृत्त की दो जीवाएं बराबर हों तो उनकी संगत चाप सर्वांगसम होती हैं।



विलोम: यदि किसी वृत्त की चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवाएं बराबर होती हैं।

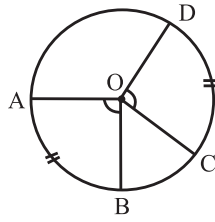
प्रमेय: एक वृत्त की बराबर जीवाएं केन्द्र से समदूरस्थ होती हैं।

यदि $PQ = RS$ तो $OM = ON$



विलोम: किसी वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएं लम्बाई में समान होती हैं।

गुण: किसी वृत्त की सर्वांगसम चाप या बराबर चाप केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती हैं।



$$\Rightarrow \angle AOB = \angle COD$$

प्रमेय: एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

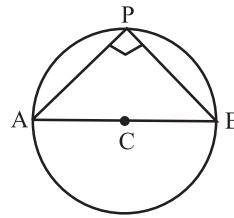
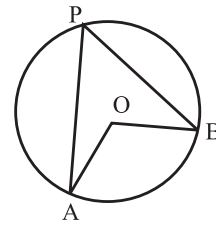
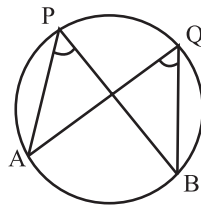
$$\Rightarrow \angle AOB = 2\angle APB$$

* एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होते हैं।

$$\Rightarrow \angle APB = \angle AQB$$

* अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।

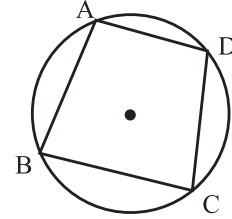
$$\angle APB = 90^\circ$$



प्रमेय: किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° होता है।

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



विलोम: यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो वह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होता है।

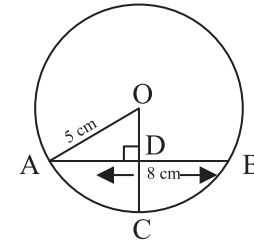
अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. एक ही वृत्त-खण्ड में बने कोण होते हैं:-

- (a) बराबर (b) पूरक
(c) सम्पूरक (d) शीर्षाभिमुख

2. आकृति में, यदि $OA = 5$ सें.मी., $AB = 8$ सें.मी. तथा OD जीवा AB पर लंब है, तो CD बराबर है:-

- (a) 2 सें.मी. (b) 3 सें.मी.
(c) 4 सें.मी. (d) 5 सें.मी.

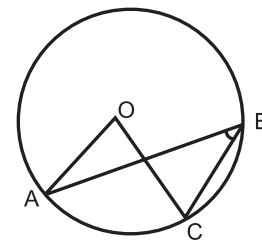


3. एक वृत्त की त्रिज्या 13 सें.मी. तथा इसमें स्थित एक जीवा की लंबाई 10 सें.मी. है। वृत्त के केन्द्र से जीवा की दूरी है:-

- (a) 11.5 सें.मी. (b) 12 सें.मी.
(c) $\sqrt{69}$ सें.मी. (d) 23 सें.मी.

4. आकृति में यदि $\angle ABC = 20^\circ$ है, तो $\angle AOC$ बराबर है:-

- (a) 20° (b) 40°
(c) 60° (d) 10°

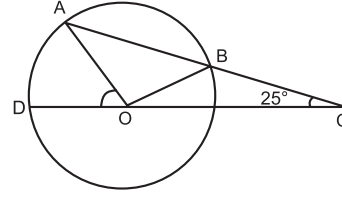


5. केन्द्र O वाले वृत्त की दो जीवाएँ AB तथा BC इस प्रकार हैं कि $AB = 12$ सें.मी., $BC = 16$ सें.मी. तथा AB, BC के लंबवत् है, तो A, B, C बिंदुओं से गुजरने वाली वृत्त की त्रिज्या है:-

- (a) 6 सें.मी. (b) 8 सें.मी.
(c) 10 सें.मी. (d) 12 सें.मी.

6. दी गई आकृति में, केन्द्र O वाले वृत्त की जीवा AB को C तक इस प्रकार आगे बढ़ाया गया है कि $BC = OB$ तथा CO को मिलाया गया और आगे बढ़ने पर वृत्त के बिंदु D पर मिला। यदि $\angle ACD = 25^\circ$ तो $\angle AOD = ?$

- (a) 50° (b) 75°
(c) 90° (d) 100°



7. बिंदु A, B, C और D एकवृत्तीय होंगे यदि $\angle BDC$ और $\angle BAC$ का योग हो :

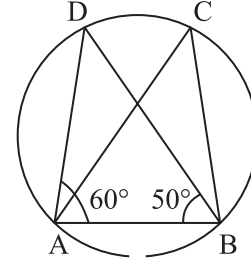
- (a) 180° (b) 90°
(c) 45° (d) 100°

8. किसी वृत्त का व्यास $AD = 34$ सें.मी. और जीवा $AB = 30$ सें.मी. है तो वृत्त के केन्द्र से AB की दूरी है:-

- (a) 17 सें.मी. (b) 15 सें.मी.
(c) 4 सें.मी. (d) 8 सें.मी.

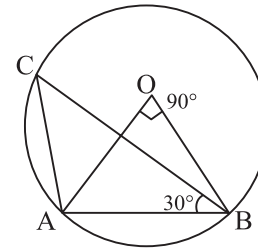
9. आकृति में, यदि $\angle DAB = 60^\circ$, $\angle ABD = 50^\circ$ है, तो $\angle ACB$ बराबर है:-

- (a) 50° (b) 60°
(c) 70° (d) 80°



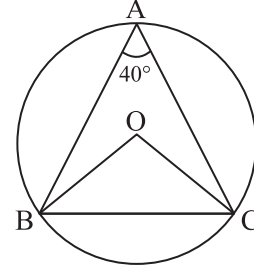
10. आकृति में, $\angle AOB = 90^\circ$ तथा $\angle ABC = 30^\circ$ है, तो $\angle CAO$ बराबर है:-

- (a) 30° (b) 45°
(a) 90° (b) 60°



11. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है तथा $\angle BAC = 40^\circ$ तो $\angle OBC = ?$

- (a) 40° (b) 50°
(c) 80° (d) 20°

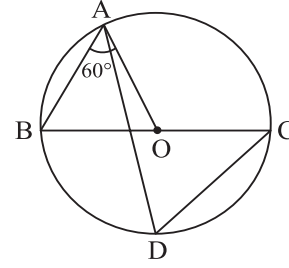


12. 9 सें.मी. भुजा वाला एक समबाहु त्रिभुज वृत्त के अंतर्गत स्थित है, वृत्त की त्रिज्या है:-

- (a) 3 सें.मी. (b) $3\sqrt{2}$ सें.मी.
(c) $3\sqrt{3}$ सें.मी. (d) 6 सें.मी.

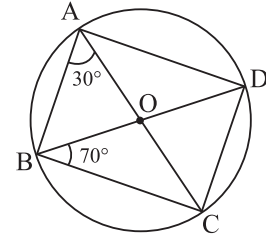
13. आकृति में BC वृत्त का व्यास है तथा $\angle BAO = 60^\circ$ है, तो $\angle ADC$ बराबर है:-

- (a) 30° (b) 60°
(c) 120° (d) 45°



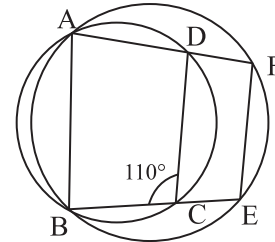
14. दी गई आकृति में, $\angle BCD$ का माप है:-

- (a) 80° (b) 30°
(c) 70° (d) 100°



15. दी गई आकृति ABCD तथा ABEF दो चक्रीय चतुर्भुज हैं। यदि $\angle BCD = 110^\circ$ तो $\angle BEF = ?$

- (a) 110° (b) 55°
(c) 90° (d) 70°



16. ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज इस प्रकार है कि AB वृत्त का व्यास है तथा $\angle ADC = 140^\circ$ तो $\angle BAC$ बराबर है:-

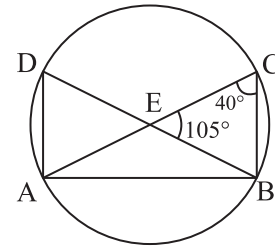
- (a) 80° (b) 30°
(c) 50° (d) 40°

17. 13 सें.मी. त्रिज्या वाले वृत्त पर 12 सें.मी. दूरी पर स्थित जीवा की लम्बाई है:-

- (a) 5 सें.मी. (b) 10 सें.मी.
(c) 12 सें.मी. (d) 13 सें.मी.

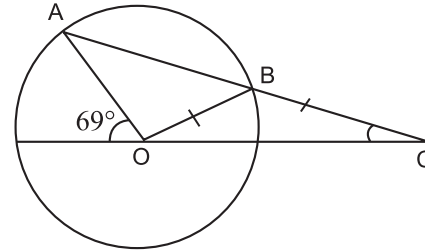
18. दी गई आकृति में $\angle ECB = 40^\circ$ तथा $\angle CEB = 105^\circ$ तो $\angle EAD = ?$

- (a) 35°
(b) 20°
(c) 50°
(d) 40°



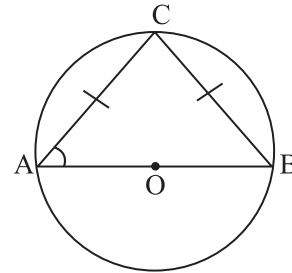
19. दी गई आकृति में, $BC =$ त्रिज्या OB है। $\angle OCB$ का माप है:-

- (a) 69°
(b) 46°
(c) 92°
(d) 23°



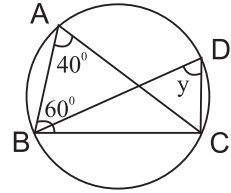
20. दी गई आकृति में AOC वृत्त का व्यास और $AC = BC$ है। $\angle CAB$ का मान है:-

- (a) 60°
(b) 50°
(c) 45°
(d) 70°

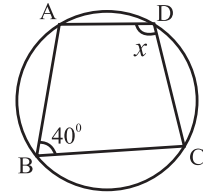


21. त्रिज्यखण्ड, वृत्त की चाप और वृत्त की के मध्य का क्षेत्र होता है।
22. किसी चाप के सिरे वृत्त के व्यास पर स्थित हों तो वह चाप होती है।
23. अर्द्धवृत्त के कोण का माप होता है।
24. एक वृत्त किसी तल को भागों में बाँटता है।
25. किसी वृत्त का व्यास, वृत्त की जीवा होती है।

26. समान केन्द्र और विभिन्न त्रिज्याओं वाले वृत्त वृत्त कहलाते हैं।
27. अर्द्धवृत्त का कोण होता है।
28. वृत्त की दो जीवाएँ बराबर हों तो संगत चाप होती हैं।
29. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के युग्म का योग 180° हो तो वह चतुर्भुज होता है।
30. एक वृत्ताकार पिज्जा को चार भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग प्रदर्शित करता है।
31. दी गई आकृति में y का माप ज्ञात कीजिए।

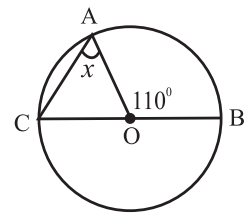


32. x का मान ज्ञात कीजिए।

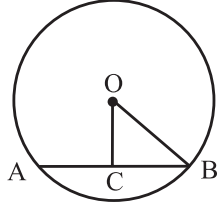


लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

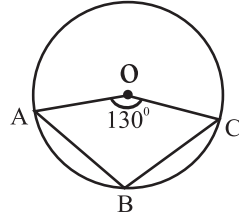
33. एक वृत्त का व्यास AD और AB जीवा है। यदि $AD = 34$ सें.मी., $AB = 30$ सें.मी. तो BD ज्ञात कीजिए।
34. दो संकेन्द्रीय वृत्तों के केन्द्र O हैं। एक रेखा बाह्य वृत्त को बिंदु A और B तथा अंतःवृत्त को बिंदुओं C और D पर काटती है। यदि $AB = 10$ सें.मी. तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
35. दी गई आकृति में x का माप ज्ञात कीजिए।



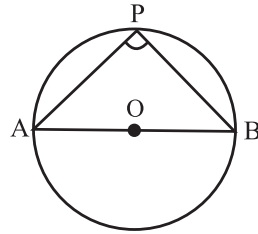
36. दी गई आकृति में केन्द्र O से जीवा AB पर OC लम्ब खींचा गया है। यदि $OB = 5$ सें.मी. और $OC = 3$ सें.मी. तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



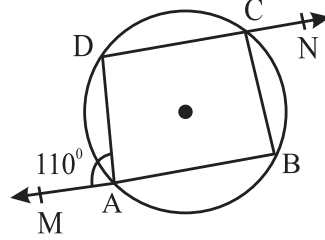
37. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOC = 130^\circ$ तो $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।



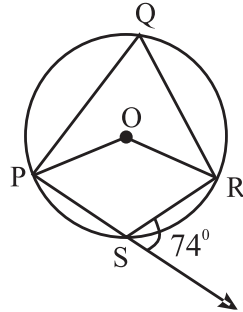
38. दी गई आकृति में AOB वृत्त का व्यास है और P वृत्त पर स्थित एक बिंदु है। $\angle APB$ का मान ज्ञात कीजिए।



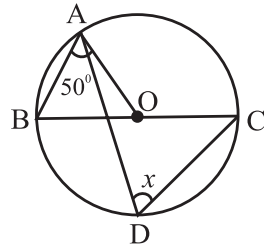
39. सिद्ध कीजिए चक्रीय समांतर चतुर्भुज एक आयत होता है।
 40. यदि एक वृत्त की जीवा उसकी त्रिज्या के समान है तो उस जीवा द्वारा वृत्त पर अंतरित कोण का माप लघु चाप और दीर्घ चाप पर ज्ञात कीजिए।
 41. दी गई आकृति में $\angle BCN$ का माप ज्ञात कीजिए।



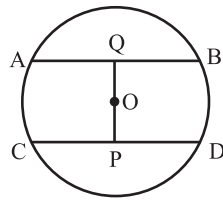
42. दी गई आकृति में प्रतिवर्ती कोण POR ज्ञात कीजिए।



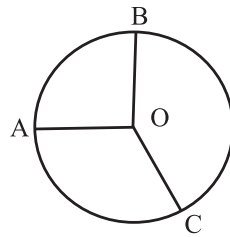
43. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle OAB = 50^\circ$ तो x का माप ज्ञात कीजिए।



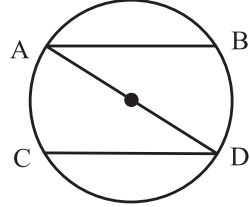
44. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है तथा वृत्त की त्रिज्या 5 cm है। यदि $OP \perp CD$, $OQ \perp AB$, $AB \parallel CD$, $AB = 6$ cm और $CD = 8$ cm हो तो PQ ज्ञात कीजिए।



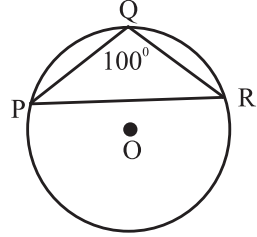
45. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है तथा $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$ है। $\angle ABC$ का माप ज्ञात कीजिए।



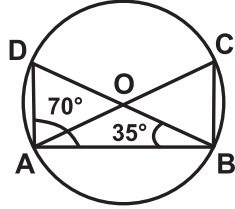
46. दी गई आकृति में, AB तथा CD समांतर जीवाएँ हैं। यदि चाप AC की लंबाई = 14 cm है तो BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।



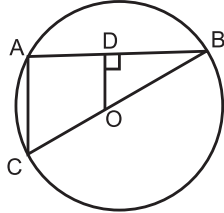
47. दी गई आकृति में, $\angle PQR = 100^\circ$ जहाँ P, Q और R वृत्त पर स्थित हैं जिसका केन्द्र O है। $\angle OPR$ का माप ज्ञात कीजिए।



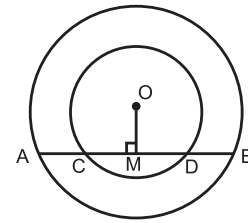
48. दी गई आकृति में O , वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle ABD = 35^\circ$ और $\angle BAD = 70^\circ$ तो $\angle ACB$ ज्ञात कीजिए।



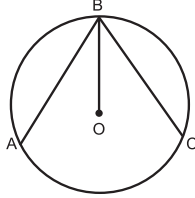
49. आकृति में O केन्द्र वाले वृत्त में OD , जीवा AB पर लंब है। यदि BC वृत्त का व्यास हो, तो दिखाइए कि $CA = 2 OD$ है।



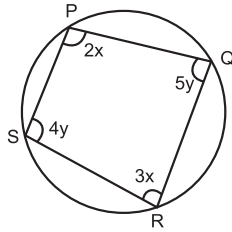
50. O केन्द्र वाले दो सकेंद्रीय वृत्त हैं। AB बाहरी वृत्त की एक जीवा है, जो आंतरिक वृत्त को C और D पर काटती है (जैसा कि आकृति में दिखाया गया है) $AB = 12$ cm और $CD = 8$ cm हो, तो AD ज्ञात कीजिए।



51. आकृति में $AB = BC$ और O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए कि BO , $\angle ABC$ का समद्विभाजक है।

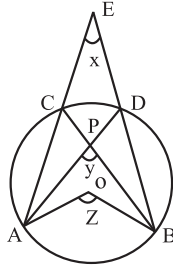


52. आकृति में $PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।

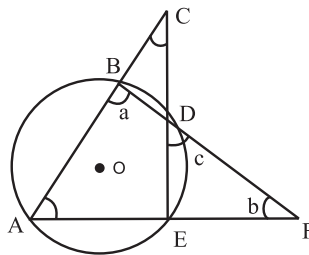


लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

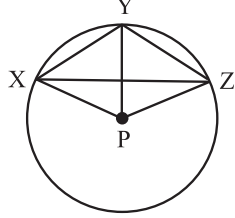
53. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए $\angle x + \angle y = \angle z$ है।



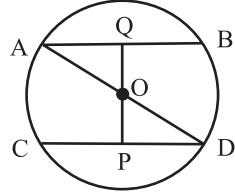
54. यदि समलंब चतुर्भुज की दो भुजाएँ, जो समांतर नहीं हैं, समान हों तो सिद्ध कीजिए कि यह एक चक्रीय चतुर्भुज है।
55. दी गई आकृति में यदि $\angle BCD = 43^\circ$ और $\angle BAF = 62^\circ$ हो तो a , b और c का मान ज्ञात कीजिए।



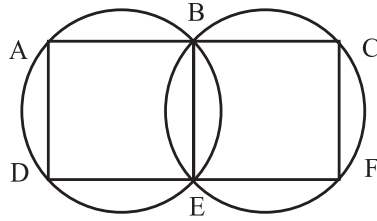
56. दी गई आकृति में P , वृत्त का केन्द्र है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle XPZ = 2(\angle XZY + \angle YXZ)$



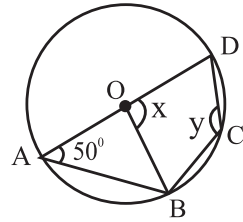
57. दी गई आकृति में AD वृत्त का व्यास तथा O केन्द्र है। यदि $AB \parallel CD$ तो सिद्ध कीजिए $AB = CD$ है।



58. सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र एक ही बिन्दु होते हैं।
59. दी गई आकृति में A, B, C और D, E, F सरेखी बिंदुओं के दो युग्म हैं तो सिद्ध कीजिए $AD \parallel CF$ है।



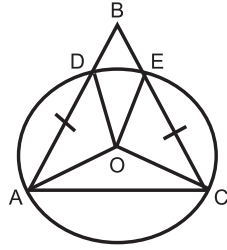
60. दी गई आकृति में O वृत्त का केन्द्र है और $\angle DAB = 50^\circ$ है x और y के मान ज्ञात कीजिए।



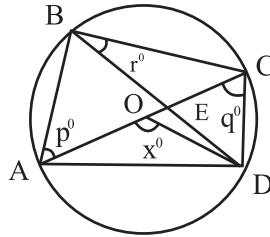
61. यदि एक वृत्त की दो समान जीवाएँ वृत्त के अर्ध्यांतर में एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करती हों तो सिद्ध कीजिए एक जीवा के खण्ड दूसरी जीवा के संगत खण्डों के समान होते हैं।
62. यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का एक युग्म सम्पूरक हो तो सिद्ध कीजिए कि वह चतुर्भुज चक्रीय होगा।

63. एक त्रिभुज A, B, C के कोणों A, B और C के समद्विभाजक इसके परिवृत्त को क्रमशः D, E और F पर प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज DEF के कोण क्रमशः $90^\circ - \frac{1}{2}\angle A, 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B, 90^\circ - \frac{1}{2}\angle C$ हैं।
64. चक्रीय चतुर्भुज के बहिर्भाग के वृत्तखण्ड के कोणों के मापों का योगफल ज्ञात कीजिए।
65. मान लीजिए कि त्रिभुज ABC का शीर्ष B एक वृत्त के बाहर स्थित है और त्रिभुज की भुजाएँ AB तथा CB वृत्त से बराबर जीवाएँ AD और CE काटती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle ABC$ जीवाओं AC और DE द्वारा अंतरित कोणों के अंतर का आधा है।

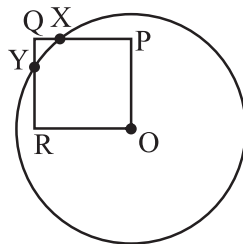
$$\angle ABC = \frac{1}{2}(\angle DOE - \angle AOC)$$



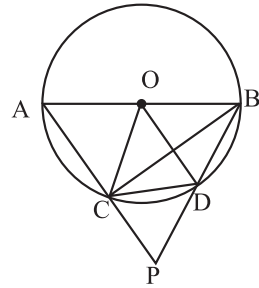
66. दी गई आकृति में AC , केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है तथा जीवा $BD \perp AC$ है। जीवा BD और AC एक दूसरे को E पर काटते हैं। यदि $\angle AOD = x^\circ, \angle BAC = p^\circ, \angle ACD = q^\circ$ है तो P, Q, R का मान x के पदों में ज्ञात कीजिए।



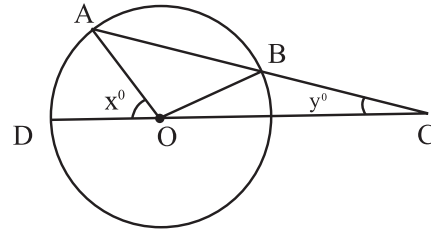
67. दिए गए चित्र में $OPQR$ एक वर्ग है। एक वृत्त जिसका केन्द्र O है इस वर्ग को X तथा Y पर काटता है। सिद्ध कीजिए $QX = QY$ है।



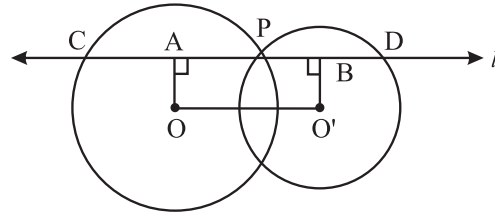
68. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।
69. दिए गए चित्र में, वृत्त $C(O, r)$ का व्यास AB है तथा चाप CD वृत्त की त्रिज्या OC के बराबर है। यदि AC तथा BD को बढ़ाने पर वे बिंदु P पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिए कि $\angle APB$ का मान 60° है।



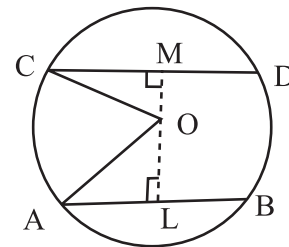
70. दिए गए चित्र में, केन्द्र O वाले वृत्त में जीवा AB को बिंदु C तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि $BC = OB$ है। C को O से मिलाकर वृत्त पर बिंदु D तक बढ़ाया गया। यदि $\angle ACD = y^\circ$ तथा $\angle AOD = x^\circ$ तो सिद्ध कीजिए कि $x = 3y$ है।



71. दो वृत्त जिनके केन्द्र O तथा O' हैं, बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। बिंदु P से OO' के समांतर एक रेखा l खींची गई जो वृत्तों को बिंदु C तथा D पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $CD = 2OO'$ है।

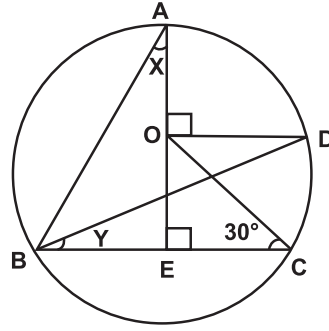


72. किसी वृत्त पर दो समांतर जीवाएँ AB तथा CD वृत्त के केन्द्र O की विपरीत दिशाओं में इस प्रकार स्थित हैं कि $AB = 10$ cm, $CD = 24$ cm तथा AB और CD के बीच की दूरी 17 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

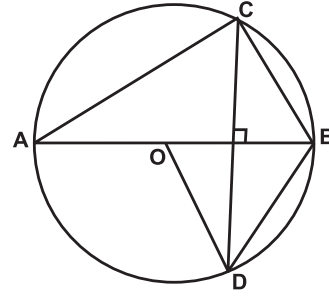


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

73. AB और AC त्रिज्या r वाले एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि $AB = 2AC$ है। यदि p और q क्रमशः केन्द्र से AB और AC की दूरियाँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि $4q^2 = p^2 + 3r^2$ है।
74. आकृति में O , वृत्त का केन्द्र है और $\angle BCO = 30^\circ$ है। x और y ज्ञात कीजिए।



75. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है, $BD = OD$ और $CD \perp AB$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए।



76. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अंतरित कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।
77. सिद्ध कीजिए कि यदि किसी वृत्त की दो जीवाएँ एक दूसरे को समद्विभाजित करती हों तो वे वृत्त का व्यास होंगी।
78. सिद्ध कीजिए कि किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजकों से बना चतुर्भुज भी चक्रीय होता है।

अध्याय 9
वृत्त
उत्तर व संकेत

1. (a) बराबर
2. (a) 2 सें.मी.
3. (b) 12 सें.मी.
4. (b) 40°
5. (c) 10 सें.मी.
6. (b) 75°
7. (b) 90°
8. (d) 8 सें.मी.
9. (c) 70°
10. (d) 60°
11. (b) 50°
12. (c) $3\sqrt{3}$ सें.मी.
13. (b) 60°
14. (a) 80°
15. (a) 110°
16. (c) 50°
17. (b) 10 सें.मी.
18. (a) 35°
19. (d) 23°
20. (c) 45°
21. जीवा
22. अर्धवृत्त
23. 90°
24. तीन
25. सबसे लंबी
26. संकेन्द्रीय
27. समकोण
28. बराबर
29. चक्रीय
30. त्रिज्यखण्ड
31. $y = 40^\circ$
32. 140°
33. 16 cm
34. $CD = 10$ cm
35. 55°
36. $AB = 8$ cm
37. $\angle ABC = 115^\circ$
38. $\angle APB = 90^\circ$
40. लघु चाप पर कोण = 150°
दीर्घ चाप पर कोण = 30°
41. $\angle BCN = 70^\circ$
42. $\angle PSR + \angle RST = 180^\circ \Rightarrow \angle PSR = 106^\circ$
प्रतिवर्ती $\angle POR = 2\angle PSR = 212^\circ$

43. $\angle AOB = 80^\circ$
 $\angle AOB + \angle AOC = 180^\circ$
 $\angle AOC = 100^\circ$
 $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC$
 $\Rightarrow x = 50^\circ$
44. $AQ = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AQ = 3 \text{ cm}$
 ΔAOQ में
 $(OA)^2 = (AQ)^2 + (OQ)^2$
 $\Rightarrow OQ = 4 \text{ cm}$
इसी प्रकार $OP = 3 \text{ cm}, PQ = 7 \text{ cm}$

45. $\angle AOB + \angle BOC + \angle AOC = 360^\circ$
 $\Rightarrow \angle AOC = 150^\circ$
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 75^\circ$
46. $BD = 14 \text{ cm}$
47. $\angle OPR = 10^\circ$
48. $\angle ABD + 70^\circ + 35^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle ADB = 75^\circ$
 $\angle ACB = \angle ADB = 75^\circ$

49. $OD \parallel AC \Rightarrow OD = \frac{1}{2} CA$
 $\Rightarrow CA = 2 OD$

50. $AM = 6 \text{ cm}$ और $MD = 4 \text{ cm}$
 $AD = 6 + 4 = 10 \text{ cm}$

51. Δ 's $AOB \cong \Delta COB$ (by SSS)
 $\Rightarrow \angle OBA = \angle OBC$
 $\Rightarrow BO, \angle ABC$ का समद्विभाजक है।

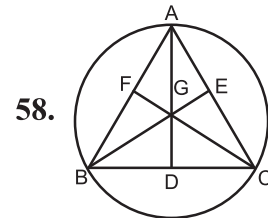
52. $2x + 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$
इसी प्रकार $y = 20^\circ$

53. $\angle ACB = \angle ADB$ (समान चाप में बने कोण)
 $\angle z = 2\angle ACB$ (केंद्र पर अंतरित कोण)
 $\Rightarrow \angle z = \angle ACB + \angle ADB$
 $\angle y = \angle ACB + \angle CAD$ (ΔCAP का बाह्य कोण)
 $\Rightarrow \angle z = \angle y - \angle OAD + \angle ADB$
परंतु, $\angle ADB - \angle DAC = \angle x$
 $\Rightarrow \angle x + \angle y = \angle z$

55. $a = 105^\circ, b = 13^\circ, c = 62^\circ$

56. $\angle XPY = 2\angle XZY$ (केंद्र पर अंतरित कोण)
इसी प्रकार $\angle YPZ = 2\angle YXZ$
 $\Rightarrow \angle XPZ = 2(\angle XZY + \angle YXZ)$

57. $\Delta AOQ \cong \Delta POD$
 $\Rightarrow OQ = OP$ (CPCT से)
 $\Rightarrow AB = CD$



- $\Delta BEC \cong \Delta BFC$
 $\Rightarrow BE = CF = AD$
इसी प्रकार $\Delta CAF \cong \Delta CAD$
 $CF = AD$

$$AD = BE = CF$$

$$\frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}BE = \frac{2}{3}CF$$

$$GA = GB = GC$$

अतः केन्द्रक और परिकेन्द्रक एक ही बिंदु है।

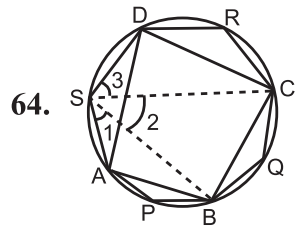
$$59. \angle DAB + \angle BED = 180^\circ$$

परंतु, $\angle BED = \angle BCF$
 $\Rightarrow \angle DAB + \angle BCF = 180^\circ$

अतः $AD \parallel CF$

$$60. \angle AOB = 80^\circ$$

$$\Rightarrow x = 100^\circ, y = 130^\circ$$



64.

$$\angle 1 + \angle P = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle Q = 180^\circ$$

$$\angle 3 + \angle R = 180^\circ$$

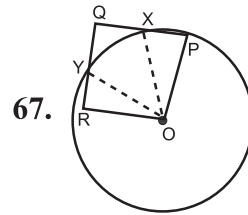
$$\angle 1 + \angle P + \angle 2 + \angle Q + \angle 3 + \angle R = 3 \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 6 \times 90^\circ$$

$$66. p = 90^\circ - \frac{1}{2}x, q = \frac{1}{2}x$$

$$r = \frac{1}{2}(180^\circ - x)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}x$$



67.

$OPQR$ वर्ग है, अतः $QR = QP$

$$\triangle ORY \cong \triangle OPX$$

$$\Rightarrow RY = PX$$

$$\Rightarrow QR - RY = QP - PX$$

$$\Rightarrow QY = QX$$

$$70. BC = OB \Rightarrow \angle BOC = y$$

$$\angle ABO = 2y, \angle OAB = 2y$$

$\triangle AOB$ में

$$(2y) + (2y) + (180^\circ - x - y) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 3y$$

$$71. CA = AP$$

$$\Rightarrow CP = 2AP$$

इसी प्रकार $BP = BD$

$$\Rightarrow PD = 2PB$$

$$CD = 2AP + 2PB$$

$$\Rightarrow CD = 2OO'$$

$$72. \triangle ALO \text{ में}$$

$$OA^2 = OL^2 + AL^2$$

$$\Rightarrow r^2 = x^2 + 5^2 \quad \text{---(1)}$$

इसी प्रकार $\triangle OMC$ में

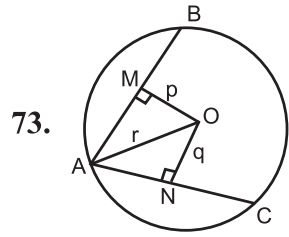
$$OC^2 = OM^2 + CM^2$$

$$\Rightarrow r^2 = (17 - x)^2 + (12)^2 \quad \text{---(2)}$$

समीकरण (1) और (2) से

$$x = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore r = 13 \text{ cm}$$



ΔAMO में,

$$OA^2 = OM^2 + AM^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = r^2 - p^2 \quad (OM \perp AB)$$

$$(AB)^2 = 4r^2 - 4p^2$$

$$\text{इसी प्रकार } AC^2 = 4r^2 - 4q^2$$

$$\text{दिया है } AB = 2AC \Rightarrow AB^2 = 4AC^2$$

$$\Rightarrow 4r^2 - 4p^2 = 4(4r^2 - 4q^2)$$

$$\Rightarrow 4q^2 = p^2 + 3r^2$$

74. $\angle EOC = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$

$$\angle COD = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$$\angle COB = 2\angle CBD$$

$$2y = 30^\circ \Rightarrow y = 15^\circ$$

$$\text{इसी प्रकार } \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \frac{1}{2} (90^\circ + 30^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$$

ΔABE में

$$60^\circ + x + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

75. क्योंकि $OB = OD = BD$

$\Rightarrow \Delta OBD$ समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ \Rightarrow \angle AOD = 120^\circ$$

$$\text{अब } \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOD = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CBA = 60^\circ$$

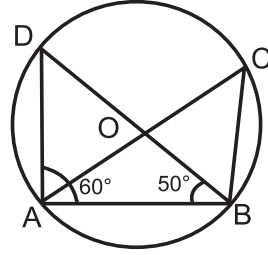
अतः $\angle CAB = 30^\circ$ (कोण-योग गुणधर्म)

अध्याय - 9
वृत्त
अभ्यास परीक्षा

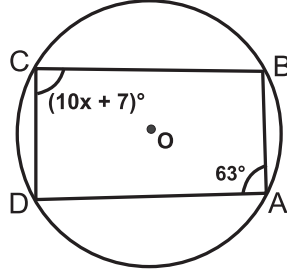
समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

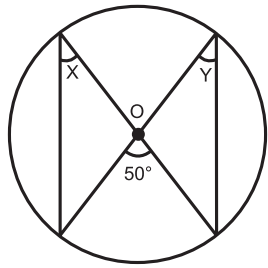
1. आकृति में $\angle DAB = 60^\circ$ और $\angle ABD = 50^\circ$ हो, तो $\angle ACB$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)



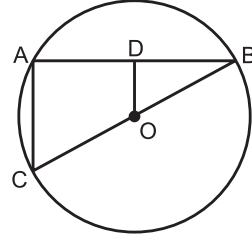
2. आकृति में, एक वृत्त A, B, C, D से गुजरता है। यदि $\angle BAD = 63^\circ$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (1)



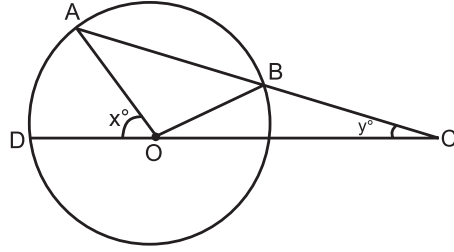
3. वृत्त की एक जीवा उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस जीवा द्वारा लघु चाप पर अंतरित कोण का माप ज्ञात कीजिए। (2)
4. आकृति में O वृत्त का केन्द्र है। x का मान ज्ञात कीजिए। (2)



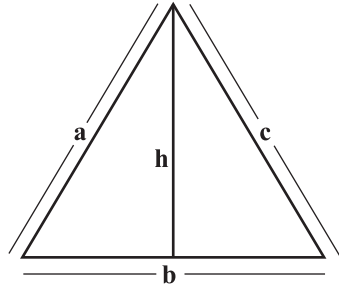
5. सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अंतरित करती हैं। (2)
6. सिद्ध कीजिए कि, चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है। (3)
7. दी गई आकृति में केन्द्र O वाले वृत्त में OD , जीवा AB पर लंब है। यदि BC वृत्त का व्यास है तो दर्शाइए कि $AC = 2OD$ है। (3)



8. आकृति में O केन्द्र वाले वृत्त की एक जीवा AB है। AB को C तक बढ़ाया गया है। CO को भी बढ़ाया गया कि वह वृत्त को D पर मिलती है। यदि $\angle ACD = y^\circ$, $\angle AOD = x^\circ$ और $x = 3y$ है तो सिद्ध कीजिए कि $BC = OB$ है। (5)



अध्याय-10
हीरोन का सूत्र
माइंड मैप



त्रिभुज का क्षेत्रफल (सामान्य सूत्र) = $\frac{1}{2} \times b \times h$
जहाँ b = आधार
और h = लंब

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल (हीरोन का सूत्र)} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{जहाँ } s \text{ अर्धपरिमाप है तथा } s = \frac{a+b+c}{2}$$

a, b और c त्रिभुज की भुजाएँ हैं।

महत्वपूर्ण बिंदु

- जब किसी त्रिभुज का आधार और ऊँचाई ज्ञात हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल सामान्य सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है।
- त्रिभुज की तीनों भुजाएँ ज्ञात होने पर त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हीरोन के सूत्र का उपयोग किया जाता है।
- एक समबाहु त्रिभुज की सभी भुजाएँ समान होती हैं।
- एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाएँ होती हैं जबकि विषमबाहु त्रिभुज की कोई भुजा समान नहीं होती है।
- सभी भुजाओं के योग को परिमाप कहते हैं।
- $(s-a) + (s-b) + (s-c) = 3s - (a+b+c) = s$
- किसी भी प्रकार के त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हीरोन के सूत्र का उपयोग किया जा सकता है।
- समबाहु त्रिभुज का शीर्षलंब = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$, जहाँ a = भुजा
- समकोण त्रिभुज के लिए (आधार)² + (लंब)² = (विकर्ण)²

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. एक समबाहु त्रिभुज की लंबवत् ऊँचाई 9 cm है। इसका क्षेत्रफल होगा:-
(a) $18\sqrt{3}$ cm² (b) $24\sqrt{3}$ cm²
(c) $25\sqrt{3}$ cm² (d) $27\sqrt{3}$ cm²
2. एक त्रिभुज की भुजाओं की विमाएँ 3 cm, 4 cm और 5 cm हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा:-
(a) 6 cm² (b) 8 cm²
(c) 5 cm² (d) 6 cm
3. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 8 cm² हो तो उसका कर्ण होगा:-
(a) $\sqrt{24}$ cm (b) $\sqrt{32}$ cm
(c) $\sqrt{18}$ cm (d) $\sqrt{16}$ cm
4. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 12cm है। इसका क्षेत्रफल होगा :
(a) 72 cm² (b) 36 cm²
(c) $12\sqrt{3}$ cm² (d) $36\sqrt{3}$ cm²
5. एक त्रिभुजाकार मैदान का आधार उसकी ऊँचाई का तीन गुना है। यदि मैदान का क्षेत्रफल 13.5 हेक्टेयर है तो इसका आधार है:-
(a) 900 m (b) 600 m
(c) 1200 m (d) 300 m
6. समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 32 cm है तथा समान भुजा का आधार से अनुपात 3 : 2 है। त्रिभुज की भुजाएँ होंगी:-
(a) 8 cm, 8 cm, 12 cm (b) 8 cm, 8 cm, 8 cm
(c) 8 cm, 12 cm, 12cm (d) 12 cm, 12 cm, 12 cm
7. एक त्रिभुज की भुजाओं का माप 42 cm, 34 cm और 20 cm है। इसकी सबसे बड़ी भुजा के संगत शीर्षलंब की लम्बाई होगी:-
(a) 15 cm (b) 36 cm
(c) 16 cm (d) 23 cm

8. ऐसे समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण होगा जिसके आधार की माप 'b' इकाई व दो समान भुजाएँ 'a' इकाई हो।
9. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 8 सें.मी. व 11 सें.मी. हैं व परिमाण 32 सें.मी. है। तीसरी भुजा की माप होगी।
10. एक विषमबाहु त्रिभुज की भुजाओं का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए सूत्र का प्रयोग किया जाता है।
11. एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 2 : 1 : 3 और परिमाण 24 सें.मी. हैं। त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा की लम्बाई है।
12. एक समबाहु त्रिभुज का परिमाण 60 मी. है तो इसका क्षेत्रफल होगा।
13. ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका आधार व लंब क्रमशः 6 सें.मी. व 3 सें.मी. है।
14. 420 वर्ग सें.मी. क्षेत्रफल वाले त्रिभुज का लंब ज्ञात कीजिए जो 35 सें.मी. आधार पर स्थित है।
15. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी आधार की माप 15 सें.मी. व संगत ऊँचाई 9.8 सें.मी. है।
16. $2\sqrt{3}$ सें.मी. भुजा वाले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
17. 'a' इकाई भुजा वाले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
18. ऐसे समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी दो समान भुजाओं का माप 13 सें.मी. व आधार का माप 24 सें.मी. है।
19. एक समबाहु त्रिभुज की लंबवत् ऊँचाई 6 सें.मी. हैं। इसकी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
20. एक समबाहु त्रिभुज, जिसकी भुजा '2a' इकाई है, का अर्धपरिमाण ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

21. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि उसकी एक भुजा की लम्बाई 4 सें.मी. हो।
22. एक त्रिभुज की दो भुजाओं का योग 17 सें.मी. है और परिमाण 30 सें.मी. है। तीसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
23. किसी त्रिभुज की भुजाओं को दुगुना कर दिया जाए तो उस त्रिभुज के क्षेत्रफल में कितनी गुना वृद्धि होगी?

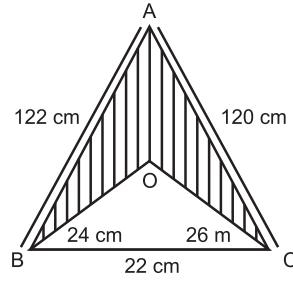
24. यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 50 वर्ग सें.मी. व इसकी एक भुजा की लम्बाई 10 सें.मी. हो तो उस भुजा के संगत शीर्षलम्ब की लंबाई ज्ञात कीजिए।
25. एक त्रिभुज की भुजाओं का माप 11 सें.मी., 60 सें.मी. व 61 सें.मी. हैं। सबसे छोटी भुजा के संगत लंब का माप ज्ञात कीजिए।
26. त्रिभुज की भुजाओं के मध्य अनुपात 3 : 5 : 7 हो व उसका परिमाण 300 सें.मी. हो तो त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।
27. समद्विबाहु त्रिभुज की असमान भुजा की लंबाई 12 सें.मी. हैं। यदि उसके संगत शीर्षलम्ब की ऊँचाई 7.5 सें.मी. हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक त्रिभुज की भुजाएँ a , b तथा c हैं। यदि $(s - a) = 5$ cm, $(s - b) = 10$ cm, और $(s - c) = 1$ cm हो तो a , b तथा c का मान ज्ञात कीजिए।
29. किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $36\sqrt{3}$ cm² है। समबाहु त्रिभुज की भुजा ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

30. एक समकोण त्रिभुजाकार पार्क को समतल करने की कीमत ₹2 प्रति वर्ग कि.मी. है। पूरे पार्क को समतल करने का खर्च ₹2700 है। यदि पार्क की क्षैतिज भुजा 45 km लंबी है तो पार्क की सबसे लंबी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
31. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ $(s - a) = 35$, $(s - b) = 30$ और $(s - c) = 25$ है, जहाँ a , b , c त्रिभुज की भुजाएँ तथा s त्रिभुज का अर्धपरिमाण है। ($\sqrt{105} = 10.25$ लीजिए)
32. एक त्रिभुजाकार खेत की विमाएं 51 मी., 37 मी. व 20 मी. हैं। फूलों की क्यारियों की संख्या ज्ञात कीजिए जो कि इस खेत में तैयार की जा सकती हैं, यदि एक क्यारी 9 वर्ग मी क्षेत्रफल घेरती है।
33. किसी समबाहु त्रिभुज की भुजा का माप x इकाई हो तो हीरोन सूत्र का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ होगा।
34. एक त्रिभुज की भुजाएं x , $(x + 1)$ व $(2x - 1)$ व क्षेत्रफल $x\sqrt{10}$ वर्ग इकाई है। x का मान ज्ञात कीजिए।
35. एक त्रिभुज का परिमाण 50 सें.मी. है। इसकी एक भुजा सबसे छोटी भुजा से 4 सें.मी. लंबी है व तीसरी भुजा सबसे छोटी भुजा के दुगुने से 6 सें.मी. कम है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. दी गई आकृति में छाँयांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इसमें 6 m^2 वाले कितने त्रिभुजाकार फूलों की क्यारियाँ बनाई जा सकती हैं।

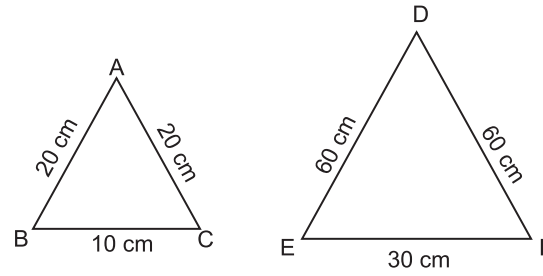
(प्रयोग कीजिए $\sqrt{105} = 10.25$)



37. त्रिभुजाकार बोर्ड की भुजाओं का माप 5 सें.मी., 12 सें.मी. व 13 सें.मी. हो तो इस बोर्ड पर ₹30 प्रति वर्ग सें.मी. की दर से पेंटिंग करने का व्यय ज्ञात कीजिए।
38. एक समकोण त्रिभुज की एक भुजा 20 सें.मी. है और इसके कर्ण और दूसरी भुजा की लंबाइयों का अंतर 8 सें.मी. है। कर्ण व दूसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
39. किसी त्रिभुज का परिमाप x सें.मी. है। यदि इसकी भुजाओं की माप p सें.मी. q सें.मी. व r सें.मी. हो तो हीरोन सूत्र के प्रयोग से इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।
40. यदि एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को दुगुना कर दिया जाए तो त्रिभुज के क्षेत्रफल में वृद्धि का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

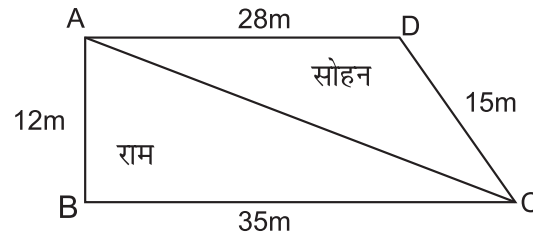
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

41. त्रिभुज ABC व त्रिभुज DEF के क्षेत्रफलों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।



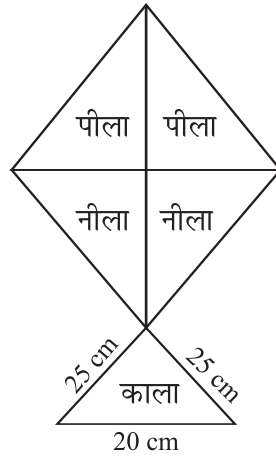
42. झण्डे बनाने के लिए कपड़ा बेचते समय एक दुकानदार दावा करता है कि प्रत्येक कपड़े का टुकड़ा एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक भुजा 12 सें.मी. है। परंतु वास्तव में कपड़े का टुकड़ा एक समद्विबाहु त्रिभुज के आकार का था जिसकी भुजाएँ 12 सें.मी., 10 सें.मी. व 10 सें.मी. थी। प्रत्येक झण्डे को बेचते हुए दुकानदार कितने कपड़े की बचत कर रहा था?

43. जमीन के एक टुकड़े $ABCD$ की आकृति दी गई है। यदि इस टुकड़े को विकर्ण AC से दो भागों में काटकर राम और सोहन के मध्य बाँटा जाए तो किसको जमीन का टुकड़ा क्षेत्रफल में बड़ा प्राप्त होगा और कितना? [$\sqrt{10} = 3.15$ प्रयोग कीजिए]



44. एक त्रिभुजाकार विज्ञापन बोर्ड की विमाएँ 11 मी., 6 मी. और 15 मी. हैं, जिसका प्रयोग व्यवसायिक गतिविधियों के लिए किया जाता है। यदि इस बोर्ड द्वारा प्रत्येक माह ₹5000 प्रति वर्ग मी. की दर से आमदनी हो तो एक महीने में इस बोर्ड द्वारा कितनी आमदनी होगी? [$\sqrt{2} = 1.41$ लीजिए]

45. दी गई पतंग में $ABCD$ एक वर्ग है जिसका विकर्ण 48 cm है। इस पतंग को बनाने के लिए प्रत्येक रंग के कितने कागज की आवश्यकता होगी? [$\sqrt{2} = 4.58$ प्रयोग कीजिए]



अध्याय-10

हीरोन का सूत्र

उत्तर

1. (d) $27\sqrt{3}$ cm²
2. (a) 6 cm²
3. (b) $\sqrt{32}$ cm
4. (d) 12 cm
5. (a) 900 m
6. (c) 8 cm, 12 cm, 12 cm
7. (c) 16 cm
8. $2a + b$ इकाई
9. 13 सें.मी.
10. हीरोन
11. 12 सें.मी.
12. $100\sqrt{3}$ वर्ग मी.
13. 9 वर्ग इकाई
14. 24 सें.मी.
15. 73.5 वर्ग सें.मी.
16. $3\sqrt{3}$ वर्ग सें.मी.
17. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ वर्ग इकाई
18. 50 सें.मी.
19. $4\sqrt{3}$ सें.मी.
20. $3a$ इकाई
21. $4\sqrt{3}$ वर्ग सें.मी.
22. 13 सें.मी.
23. 4 गुना
24. 10 सें.मी.
25. 60 सें.मी.
26. 60 सें.मी., 100 सें.मी., 140 सें.मी.
27. 45 वर्ग सें.मी.²
28. $a = 11$ सें.मी., $b = 6$ सें.मी., $c = 15$ सें.मी.
29. 12 सें.मी.
30. 75 किलोमीटर
31. $s = 90$
क्षेत्रफल = 1537.5
32. क्यारियों की संख्या = $\frac{\text{खेत का क्षे.}}{1 \text{ पंक्ति का क्षे.}} = 34$
34. $S = \frac{4x}{2} = 2x$;
क्षेत्रफल =
 $\sqrt{2x(2x-x)(2x-x-1)(2x-2x+1)}$
 $\Rightarrow x\sqrt{10} = x\sqrt{2(x-1)}$
 $\Rightarrow x = 6$
35. माना सबसे छोटी भुजा की लंबाई = x मी.
तो अन्य दो भुजाएँ $(x+4)$, $(2x-6)$
 \therefore परिमाप = $x + x + 4 + 2x - 6$
 $\Rightarrow x = 13$
 Δ का क्षेत्रफल = 109.6 m²

36. क्षेत्रफल = 1074 m^2 ,

क्यारियों की संख्या = 179

37. ₹900

38. माना भुजा 'a' = 20, कर्ण = b

अन्य भुजा = c

पाइथोगोरस प्रमेय से $a^2 = b^2 - c^2$

$\Rightarrow a^2 = (b - c)(b + c)$

$\Rightarrow 20^2 = 8 \times (b + c)$

$\Rightarrow b + c = 50$

अतः $a = 20, b = 29, c = 21$

39. $\sqrt{\frac{x}{2} \left(\frac{x}{2} - p \right) \left(\frac{x}{2} - q \right) \left(\frac{x}{2} - r \right)}$

40. 300%

संकेत: क्षेत्रफल में वृद्धि = क्षेत्रफल (नया त्रिभुज) - क्षेत्रफल (दिया त्रिभुज)

वृद्धि प्रतिशत = $\frac{\text{क्षेत्रफल में वृद्धि}}{\text{आरंभिक क्षेत्रफल}} \times 100$

41. 1 : 9

42. समबाहु टुकड़े का क्षेत्रफल = 62.352 cm^2

समद्विबाहु टुकड़े का क्षेत्रफल = 48 cm^2

अंतर = 14.352 cm^2

43. राम, 210 cm^2

44. ₹ 1,41,000

45. नीले भाग का क्षेत्रफल = पीले भाग का क्षेत्रफल
= 288 cm^2

आवश्यक नीला / पीला कागज = 576 cm^2

आवश्यक काला कागज = 229 cm^2

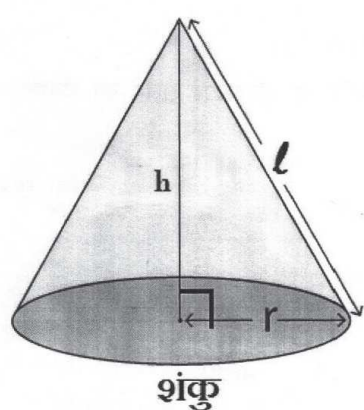
अध्याय—10
हीरोन सूत्र
अभ्यास परीक्षा

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. यदि $(s - a) = 4$ सें.मी. $(s - b) = 20$ सें.मी. $(s - c) = 11$ सें.मी. तो s ज्ञात कीजिए। (1)
2. एक त्रिभुज की भुजाओं की माप 35 सें.मी., 54 सें.मी. व 61 सें.मी. है। उसकी सबसे लंबी भुजा के संगत लंब की माप ज्ञात कीजिए। (1)
3. उस समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक समान भुजा 15 सें.मी. हो और तीसरी भुजा 12 सें.मी. हो। (2)
4. यदि किसी त्रिभुज की सभी भुजाओं को दुगुना कर दिया जाए तो नए त्रिभुज और दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक त्रिभुजाकार पार्क की भुजाएं 120 मी., 80 मी. व 50 मी. हैं। एक माली ने इसकी प्रत्येक भुजा के साथ-साथ 5 मी. जगह छोड़कर शेष क्षेत्रफल में पौधे लगाए। पार्क का वह क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ पौधे लगाए गए। (3)
6. एक त्रिभुज की भुजाओं में अनुपात $25 : 17 : 12$ है और इसका परिमाप 540 सें.मी. है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)
7. एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 7 सें.मी., 12 सें.मी. और 13 सें.मी. है। 12 सें.मी. लम्बाई वाली भुजा पर सम्मुख शीर्ष से शीर्ष लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (3)
8. एक समबाहु मैदान के चारों ओर ₹5 प्रति मी. की दर से बाड़ लगाने की कीमत ₹1920 है। इसका क्षेत्रफल और सभी भुजाएँ ज्ञात कीजिए। (5)

अध्याय-11
 पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
 माइंड मैप



शंकु

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

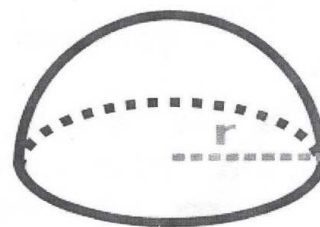
शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l + \pi r^2$
 $= \pi r(l + r)$

शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

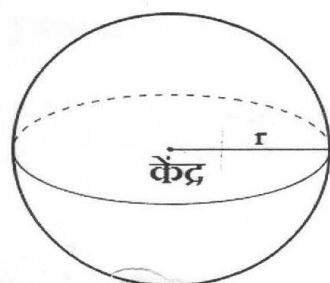
अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

अर्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3} \pi r^3$



अर्धगोला



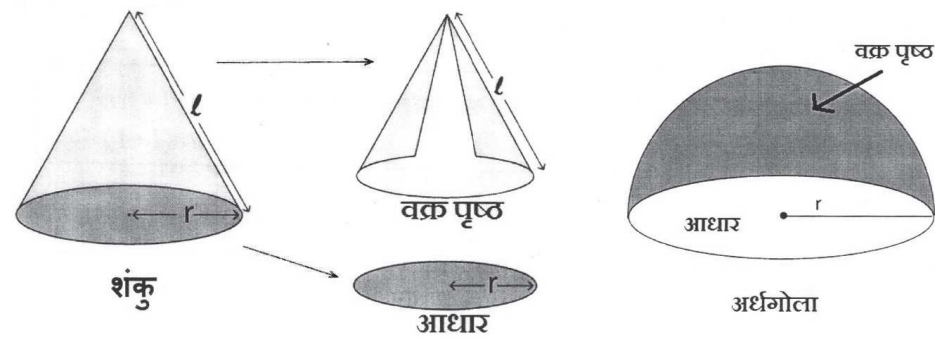
गोला

गोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3} \pi r^3$

महत्वपूर्ण बिंदु

- किसी ठोस वस्तु या आकृति की सतह (पृष्ठ) समतल या गैर-समतल (घुमावदार) हो सकती है। घुमावदार सतह को वक्र पृष्ठ के रूप में जाना जाता है।
- **पृष्ठीय क्षेत्रफल:-** किसी ठोस वस्तु या आकृति की सतह का क्षेत्रफल है।
 - (i) **पार्श्व/वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल** - किसी ठोस वस्तु या आकृति की घुमावदार सतह का क्षेत्रफल।



(ii) **कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल** - किसी ठोस वस्तु या आकृति की सभी सतहों का क्षेत्रफल, घुमावदार और समतल दोनों।

- आयतन किसी ठोस वस्तु द्वारा घेरा गया स्थान है। खोखली वस्तुओं के लिए आयतन को धारिता कहते हैं।
- पृष्ठीय क्षेत्रफल एक **द्वि-आयामी** माप है और वर्ग-इकाईयों के रूप में मापा जाता है जैसे कि m^2, cm^2 जबकि आयतन एक **त्रि-आयामी** माप है और इसे घन मात्रक के रूप में मापा जाता है जैसे कि m^3, cm^3 ।
- पृष्ठीय क्षेत्रफल के उदाहरण हैं:- उपहार लपेटना, दीवार को रंगना, कटोरे को ढक्कन से ढकना आदि।
- आयतन के उदाहरण हैं:- टैंक में पानी, पैकेट में माचिस, कटोरे में सूप आदि।
- एक गोले में केवल घुमावदार सतह होती है। अतः एक गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ही उसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल होता है।
- एक शंकु की ऊँचाई, तिर्यक ऊँचाई और त्रिज्या मिलकर एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं जहाँ ऊँचाई और त्रिज्या भुजाएँ हैं परन्तु तिर्यक ऊँचाई विकर्ण है।
- $1m^3 = 1000 l$ (लीटर)
- $1000 cm^3 = 1 l$ (लीटर)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि किसी गोले का आयतन संख्यात्मक रूप से उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है, तो गोले की त्रिज्या इकाई/इकाइयों में है:-
(a) 1 (b) 3
(c) 2 (d) 6
2. r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल है:-
(a) $2\pi r^2$ (b) $3\pi r^2$
(c) $4\pi r^2$ (d) $\frac{2}{3}\pi r^3$
3. व्यास 10 सें.मी. और त्रिज्या 13 सें.मी. वाले शंकु की ऊँचाई है:-
(a) 12 cm (b) 13 cm
(c) $\sqrt{69}$ cm (d) $\sqrt{194}$ cm
4. यदि एक गोले की त्रिज्या $2r$ है तो उसका आयतन होगा:-
(a) $\frac{32}{3}\pi r^3$ (b) $4\pi r^3$
(c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (d) $\frac{8\pi^3}{3}$
5. यदि किसी गोले की त्रिज्या को 10% बढ़ा दिया जाता है, तो इसके आयतन में वृद्धि होती है:-
(a) 11.1% (b) 22.1%
(c) 33.1% (d) 44.1%
6. यदि किसी गोले की त्रिज्या 7 सें.मी. है तो गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।
7. यदि किसी गोले की त्रिज्या को दुगुना कर दिया जाए तो उनके आयतन का अनुपात होगा।
8. उस गोले की त्रिज्या होगी जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 55.44 m^2 है।
9. एक शंकु, जिसकी त्रिज्या $\frac{P}{2}$ और त्रिज्या 2l है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।
10. एक शंकु का आयतन होता है $= \frac{1}{3} \times \pi \times (\text{त्रिज्या})^2 \times \dots\dots\dots$

11. एक अर्धगोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 6 सें.मी. से 12 सें.मी. हो जाती है। दोनों स्थितियों में गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
12. किसी गोले की त्रिज्या 21 सें.मी. हैं। गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?
13. किसी शंकु की तिर्यक ऊँचाई 20 सें.मी. तथा व्यास 24 सें.मी. है। शंकु की ऊँचाई है:-
 (a) 12 सें.मी. (b) 16 सें.मी.
 (c) 10 सें.मी. (d) 14 सें.मी.
14. यदि किसी गोले की त्रिज्या को आधा कर दिया जाए तो उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल हो जाएगा:-
 (a) आधा (b) एक-तिहाई
 (c) दुगुना (d) एक-चौथाई
15. उस शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी तिर्यक ऊँचाई 29 सें.मी. तथा आधार की त्रिज्या 21 सें.मी. है।
16. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 524 m^3 है।

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

17. ऊपरी व्यास 7 मी. वाला एक शंक्वाकार गड्ढा 25 मी. गहरा है। गड्ढे की धारिता किलोलीटर में ज्ञात कीजिए।
18. अर्धगोलाकार कटोरे का व्यास 21 सें.मी. है। कटोरे में कितना लीटर दूध आ सकता है?
19. एक समकोण त्रिभुज, जिसकी भुजाएँ 6 सें.मी., 8 सें.मी. और 10 सें.मी. हैं, को 8 सें.मी. भुजा पर घुमाया गया। इस प्रकार प्राप्त ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
20. एक जन्मदिन-टोपी त्रिज्या 10 सें.मी. और ऊँचाई 15 सें.मी. वाले शंकु के आकार की है। ऐसी 10 टोपियां बनाने के लिए कितने क्षेत्रफल की शीट की आवश्यकता है? ($\pi = 3.14$ लीजिए)
21. एक गोले तथा अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। इनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
22. उस बड़े से बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए जो 7 सें.मी. त्रिज्या वाले खोखले अर्द्धगोले में पूर्ण रूप से घिरा हो।

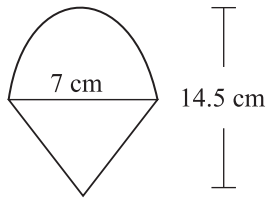
23. कौन सा कथन गलत है? सही उत्तर भी लिखिए।
- (a) खोखले गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$
- (b) अर्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$
- (c) अर्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$
- (d) अर्धगोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r^2$
24. एक शंकु की ऊँचाई 8.4 cm तथा उसके आधार की त्रिज्या 2.1 cm है। शंकु को पिघलाकर एक गोले के रूप में ढाला जाता है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
25. ऊँचाई 24 मी. और त्रिज्या 7 मी. वाले शक्वाकार टेंट में लगने वाले कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
26. समान त्रिज्या वाले गोले एवं अर्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
27. यदि शंकु की त्रिज्या व तिर्यक ऊँचाई क्रमशः $\frac{r}{2}$ और $2l$ हो तो शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
28. एक शंकु तथा अर्धगोले का आधार और आयतन समान है। दोनों की ऊँचाइयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय II प्रश्न (3 अंक)

29. एक अर्धगोलाकार कटोरे को ₹20 प्रति 100 m² की दर से भीतर से पेंट किया जाना है। पेंट करने की कुल लागत ₹30.80 है। कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
30. एक गोले की त्रिज्या 10 सें.मी. है। यदि गोले की त्रिज्या 1 सें.मी. बढ़ा दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि गोले का आयतन 33.1% बढ़ जाएगा।
31. यदि किसी अर्धगोले के व्यास में 30% की कमी कर दी जाए तो उसके संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?
32. एक गोले का आयतन 4851 cm³ है। इसकी त्रिज्या में कितनी कमी कर दी जाए कि इसका आयतन $\frac{4312}{3}$ cm³ हो जाए।
33. दो गोलों के आयतन का अनुपात 64 : 27 है। इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

34. लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है ज्ञात कीजिए
- (i) नए गोले की त्रिज्या R
- (ii) S तथा S' का अनुपात
35. धातु से बनी गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति cm^3 हो तो गेंद का द्रव्यमान क्या होगा?
36. एक शंकु के आधार की त्रिज्या तथा अर्धगोले की त्रिज्या 12 सें.मी. है। शंकु की ऊँचाई 16 सें.मी. है। इनमें से किसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है?
37. गौतम के पास त्रिज्या 2.1 cm की कुछ गेंदें हैं। गेंदों का कुल आयतन 582.12 cm^3 है। गौतम के पास कितनी गेंदें हैं?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

38. एक लंबवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 5.4 cm तथा आधार की त्रिज्या 2 cm हैं। इसे गलाकर दूसरा शंकु बनाया जाता है जिसके आधार की त्रिज्या 1.5 cm है। नए बने शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए कि दोनों शंकुओं के आयतन समान हैं।
39. एक खिलौने को शंकु के ऊपर व्यास 7 cm वाले एक अर्धगोले को रखकर बनाया गया है। खिलौने की कुल ऊँचाई 14.5 cm हैं। खिलौने का आयतन व कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 $(\pi = \frac{22}{7})$ लीजिए।
- 
40. एक शंकु की तिर्यक ऊँचाई 14 cm तथा वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 cm^2 है। शंकु का आयतन तथा कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
41. यदि शंकु की ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन को क्रमशः h, c तथा v से व्यक्त किया जाए तो सिद्ध कीजिए कि $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 = 0$
42. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का दो-तिहाई है। यदि शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 231 m^2 है तो शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
43. एक स्टील का अर्धगोलाकार कटोरा 0.25 सें.मी. मोटा है तथा इसकी आंतरिक त्रिज्या 5 सें.मी. है। ₹0.85 प्रति वर्ग सें.मी. की दर से पूरे कटोरे पर कलाई कराने का खर्च ज्ञात कीजिए।

अध्याय-11

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

उत्तर

1. (b) 3
2. (b) $3\pi r^2$
3. (a) 12 cm
4. (a) $\frac{32}{3}\pi r^3$
5. 33.1%
6. 616 cm²
7. 1 : 8
8. 2.1 m
9. $\frac{\pi p^2}{4} + \pi pl$
10. ऊँचाई
11. 1 : 4
12. 5544 cm²
13. (b) 16 cm
14. (d) एक-चौथाई
15. 1914 cm²
16. 1437.3 cm³
17. $r = \frac{7}{2}$ m, $h = 25$ m
धारिता = $\frac{1925}{6}$ m³ = 320.83 kl
18. आयतन = 2425.5 cm³
दूध की मात्रा = $\frac{2425.5}{1000}$
= 2.43 लीटर
19. $h = 8$ cm, $l = 10$ cm, $r = 6$ cm
कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r (l + r)$
= $\frac{22}{7} \times 6 \times 16 = 301.7$ cm²
20. $1570\sqrt{13}$ cm²
21. $3\sqrt{3} : 4$
22. $\frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$
= $\frac{22 \times 49}{3} = \frac{1078}{3}$ cm³
23. (d) अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πr^2
24. 2.1 cm
25. 550 m²
26. 4 : 3
27. $\pi r \left(1 + \frac{r}{4}\right)$
28. 2 : 1
29. 154 m²
30. $r_1 = 10$ cm $\Rightarrow v_1 = \frac{4}{3}\pi(10)^3$
 $r_2 = 11$ cm $\Rightarrow v_2 = \frac{4}{3}\pi(11)^3$
गोले के आयतन में वृद्धि = $\left(\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100\right)\%$
= $\frac{331}{1000} \times 100\% = 3.31\%$

31. अर्ध गोलें का नया व्यास = $0.7d$; त्रिज्या = $0.7 \frac{d}{2}$

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी} = \left[\frac{3\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 3\pi \left(\frac{0.7d}{2}\right)^2}{3\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} \times 100 \right] \%$$

$$= 0.51 \times 100 = 51\%$$

32. $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4851 \Rightarrow R = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ cm}$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4312}{3} \Rightarrow r = 7 \text{ cm}$$

त्रिज्या में कमी = $10.5 - 7 = 3.5 \text{ cm}$

33. $\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{64}{27} \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right) = \frac{4}{3}$

$$\text{क्षेत्रफल का अनुपात} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 16:9$$

34. (1) $R = 3r$ (2) $S : S' = 1 : 9$

35. 345.39 g

36. अर्धगोले का वक्र पृ.क्षे. = $288\pi \text{ cm}^2$

$$l = 20 \text{ cm}$$

$$\text{शंकु का वक्र पृ.क्षे.} = 240\pi \text{ cm}^2$$

अतः अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

37. 15 गेंदें

38. नए शंकु का आयतन = पुराने शंकु का आयतन

$$\Rightarrow \pi (1.5)^2 \times h = \pi (2)^2 \times 5.4$$

$$\Rightarrow h = 9.6 \text{ cm}$$

$$\text{आयतन का अंतर} = \frac{1\pi}{3} (5.4 \times 2 \times 2 - 1.5 \times 1.5 \times 9.6) = 0$$

39. खिलौने का आयतन = शंकु का आयतन + अर्धगोले का आयतन = 231 cm³
खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 204.05 cm²

40. त्रिज्या $r = 7$ cm

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 cm²

शंकु का आयतन = $\frac{1078}{\sqrt{3}}$ cm³

41. माना r ; l क्रमशः शंकु की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई हैं।

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}, \quad v = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad c = \pi r l$$

$$\therefore 3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2$$

$$= 3\pi \times \frac{1}{3}\pi r^2 h \times h^3 - (\pi r l)^2 h^2 + 9\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)^2$$

$$= \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^2 l^2 h^2 + \pi^2 r^4 h^2$$

$$= \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^2 h^2 (r^2 + h^2) + \pi^2 r^4 h^2$$

$$= \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^4 h^2 - \pi^2 r^2 h^4 + \pi^2 r^4 h^2 = 0$$

42. वक्र पृ.क्षे. = $\frac{2}{3}$ कुल पृ.क्षे. \Rightarrow वक्र पृ.क्षे. = 154 cm²

$$\text{वक्र पृ.क्षे.} + \pi r^2 = \text{कुल पृ.क्षे.} \Rightarrow \pi r^2 = 77 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{49}{2} \text{ cm}^2$$

$$\text{अब वक्र पृ.क्षे.} = 154 \text{ cm}^2 \Rightarrow l = 7\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{2} \times 7\sqrt{2} = \frac{539\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

43. आंतरिक त्रिज्या $r = 5$ cm; बाह्य त्रिज्या $R = 5.25$ cm

कटोरे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आंतरिक पृ.क्षे. + बाह्य पृ.क्षे. + मोटाई का क्षेत्रफल

$$= 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + (\pi R^2 - \pi r^2)$$

$$= 2\pi(R^2 + r^2) + \pi(R^2 - r^2)$$

$$= 256.7 \text{ cm}^2 \text{ (लगभग)}$$

$$\text{कटोरे पर कलाई का खर्च} = ₹ 218.19$$

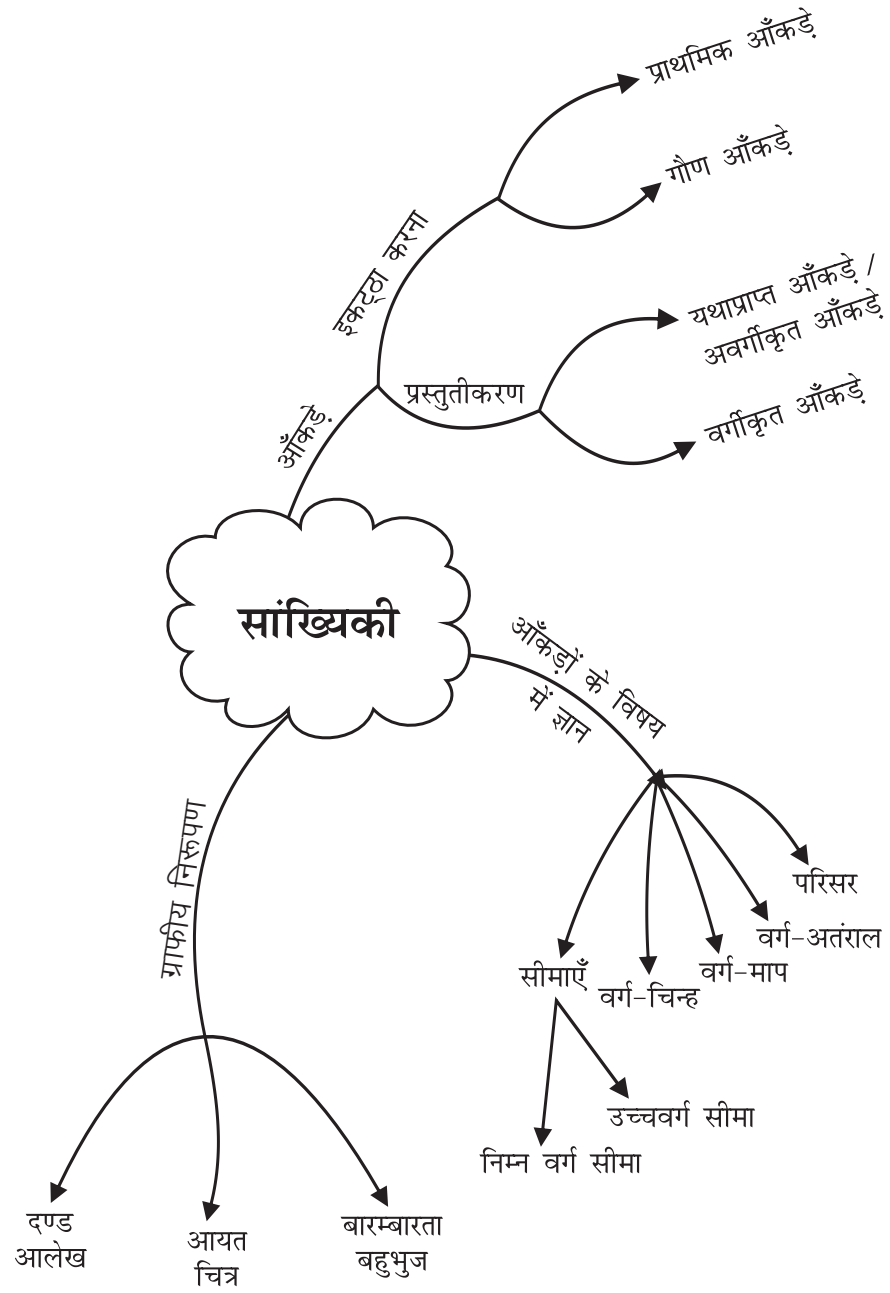
अभ्यास परीक्षा
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. किसी गोले का आयतन 310.4 cm^3 है। उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)
2. 3 गोले जिनकी त्रिज्याएं 3 cm, 4 cm, 5 cm हैं को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। नए गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (1)
3. एक शंकु की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई का अनुपात 4 : 7 है। यदि वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 192 cm^2 है तो त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (2)
4. 14 cm व्यास वाले अर्धवृत्ताकार कागज को मोड़कर एक खुले मुँह का कप बनाया जाता है। कप का आयतन ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक भुट्टे का दाना $1.8 \times 0.8 \times 0.2 \text{ cm}$ विमाओं का है। भुट्टे की कुल ऊँचाई 13.7 cm तथा त्रिज्या 4.2 cm है। ऐसा मानते हुए कि दानों का आकार समान है तथा दोनों के बीच की दूरी नगण्य है, भुट्टे पर लगे दानों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए। (3)
6. एक गोले की त्रिज्या 5 cm है। यदि त्रिज्या को 20% बढ़ा दिया जाए तो आयतन में कितनी प्रतिशत बढ़ोतरी होगी? (3)
7. एक शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल दूसरे शंकु के पृष्ठीय क्षेत्रफल से दुगुना है तथा दूसरे शंकु की तिर्यक ऊँचाई पहले शंकु की दुगुनी है। उनकी त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात कीजिए। (3)
8. अजय ने 28 सें.मी. व्यास वाले अर्धगोलाकार बर्तन में आईसक्रीम रखी। आईसक्रीम को 8 सें.मी. व्यास तथा 6 सें.मी. ऊँचाई वाले शंक्वाकार कोन में भरा। कोन के ऊपर 8 सें.मी. व्यास का आईसक्रीम का एक अर्धगोला भी रखा गया। आईसक्रीम को कितने शंक्वाकार कोन में भरा गया? (5)

अध्याय-12
सांख्यिकी
माइंड मैप



महत्वपूर्ण बिंदु:

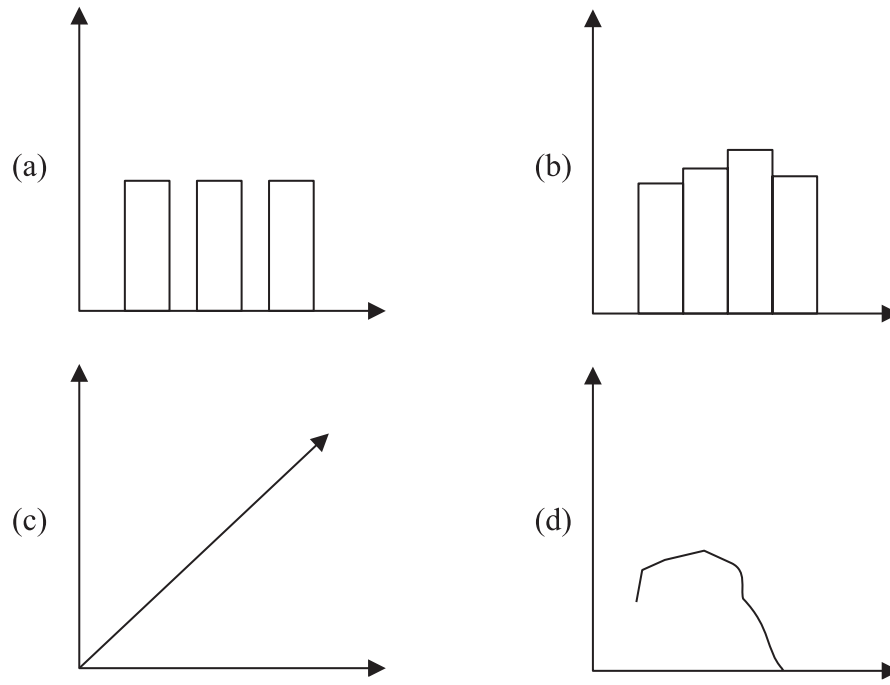
- सांख्यिकी के अंतर्गत हम आँकड़ों को इकट्ठा करना प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण करना तथा विवेचन करने का कार्य करते हैं।
- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किए गए तथ्यों या अंकों को आँकड़े (Data) कहते हैं।
- दिये गये आँकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण की बारम्बारता कहलाती है।
- वर्ग अंतराल वह वर्ग (Group) होते हैं, जिसमें सभी प्रेक्षण बंटे होते हैं।
- वर्ग अंतराल 20-30 में 30 को वर्ग अंतराल की उच्चसीमा तथा 20 को निम्न सीमा कहते हैं।
- वर्ग अंतराल का मध्य मान वर्ग चिन्ह कहलाता है। उदाहरण के लिए वर्ग 20-30 का वर्ग चिन्ह = $\frac{\text{निम्नवर्ग सीमा} + \text{उच्चवर्ग सीमा}}{2} = \frac{20+30}{2} = 25$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किए गए तथ्यों या अंकों को कहते हैं।
(a) बारम्बारता (b) आँकड़े
(c) मिलान चिन्ह (d) दण्ड
2. एक अध्यापिका अपने इस वर्ष के परिणाम की पिछले वर्ष के परिणाम से तुलना करना चाहती है। उसने कक्षा में प्रत्येक विद्यार्थी से अंक पूछे और 75 प्रतिशत के ऊपर प्राप्तांकों की संख्या लिख ली। पिछले वर्ष के 75 प्रतिशत से अधिक अंक प्राप्त करने वालों की संख्या के लिए उसने परिणाम रजिस्टर खोलकर संख्या लिख ली। उसके द्वारा विद्यार्थियों से इकट्ठे किए गए आँकड़े और रजिस्टर से लिखे गए आँकड़े क्रमशः के उदाहरण हैं।
(a) प्राथमिक आँकड़े और गौण आँकड़े (b) गौण आँकड़े और यथाप्राप्त आँकड़े
(c) दोनों प्राथमिक आँकड़े (d) गौण आँकड़े और प्राथमिक आँकड़े
3. एक आयत चित्र, दण्ड-आलेख से किस प्रकार भिन्न होता है:-
(a) आयत चित्र और दण्ड-आलेख समान हैं पर आयत चित्रों में दण्डों को जोड़ दिया जाता है।
(b) कोई अंतर नहीं।

- (c) आयत चित्र में वर्ग अंतराल का प्रयोग किया जाता है।
 (d) (a) और (b) दोनों सही हैं।

4. निम्न में से कौन सा चित्र आयतचित्र को दर्शाता है:-



5. एक आयत चित्र में आयत के ऊपरी सिरों के मध्य बिन्दुओं को जोड़ा जाता है तो हमें निम्न में से प्राप्त होता है:-
 (a) दण्ड-आलेख (b) रेखा चित्र
 (c) बारम्बारता बहुभुज (d) पाई चित्र
6. एक बारम्बारता बहुभुज को बनाने के लिए x -अक्ष पर वर्ग अंतराल का और y -अक्ष पर संगत वर्ग की बारम्बारता को दर्शाना होता है।
 (a) उच्चवर्ग सीमा (ऊपरी सीमा) (b) निम्नवर्ग सीमा (निम्न सीमा)
 (c) वर्ग चिन्ह (d) परिसर

7. यदि किसी बारम्बारता वितरण में किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 15 है और निम्नवर्ग सीमा 13 है, तो उच्चवर्ग सीमा होगी:-
- (a) 16 (b) 14
(c) 13 (d) 17
8. यदि किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 8.5 है तथा वर्ग माप 5 है तो वर्ग अंतराल की वर्ग सीमाएँ है:-
- (a) 6.5 – 11.5 (b) 6 – 11
(c) 5.5 – 10.5 (d) 7 – 12
9. यदि एक सतत बारम्बारता वितरण के एक वर्ग - अंतराल का मध्य बिन्दु x है और उच्चवर्ग सीमा y है तो निम्न वर्ग सीमा होगी:-
- (a) $2x + y$ (b) $2x - y$
(c) $x - y$ (d) $x + y$
10. आँकड़ों के अधिकतम मान और न्यूनतम मान का अंतर कहलाता है।
11. पाँच विद्यार्थियों के किसी विषय में 50 में से प्राप्तांक इस प्रकार है: 32, 48, 50, 27, 37 तो इन आँकड़ों का परिसर है।
12. आँकड़ों का अधिकतम मान 64 है। इन आँकड़ों का परिसर 13 है, तो आँकड़ों का न्यूनतम मान है।
13. एक वर्ग-अंतराल का मध्य बिंदु कहलाता है।
14. वर्ग अंतराल 4.7-6.3 का वर्ग चिन्ह है।
15. वर्ग अंतराल 5.5-15.5, 15.5-25.5, 25.5-35.5 का वर्ग माप है।

लघु उत्तरीय I प्रश्न (2 अंक)

16. वर्ग चिन्ह 18.5 तथा वर्ग माप 5 का वर्ग अंतराल ज्ञात कीजिए।
17. यदि किसी सतत बारम्बारता वितरण में किसी वर्ग अंतराल का वर्ग चिन्ह 15 और निम्न वर्ग सीमा 13 है, तो उच्च वर्ग सीमा ज्ञात कीजिए।
18. एक सतत बारम्बारता बंटन के वर्ग चिन्ह 3.05, 3.15, 3.25, 3.35, 3.45 और 3.55 हैं। वर्ग चिन्ह 3.35 का संगत वर्ग अंतराल ज्ञात कीजिए।

19. 25 विद्यार्थियों का भार (किलोग्राम में) इस प्रकार है: 35, 38, 36, 37, 38, 35, 37, 36, 35, 38, 36, 36, 35, 35, 38, 37, 35, 36, 38, 38, 35, 35, 36, 38, 37

बारम्बारता सारणी पूरी कीजिए।

भार 35 36 37 38

बारम्बारता _____

20. वर्ग चिन्हों 104, 114, 124, 134 के लिए वर्ग-माप और वर्ग सीमाएं ज्ञात कीजिए।

21. निम्न आँकड़ों 30 परिवारों के बच्चों की संख्या को दर्शाते हैं:

2, 1, 0, 3, 4, 2, 4, 3, 0, 1, 2, 4, 5, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 0, 2, 0, 3, 2, 1, 0, 4, 5, 1

इन आँकड़ों की बारम्बारता सारणी बनाइए।

लघु उत्तरीय प्रश्न II (3 अंक)

22. एक एकदिवसीय क्रिकेट मैच में 18 खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार हैं :

3, 7, 16, 27, 46, 122, 73, 24, 7, 3, 0, 8, 46, 3, 99, 45, 28, 79

(i) 25 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुए एक बारम्बारता सारणी बताइए।

(ii) सबसे अधिक वर्ग बारम्बारता किस वर्ग में है?

23. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय सेकंड में नीचे दिया गया है:

20, 16, 20, 27, 27, 28, 30, 33, 37, 50, 40, 42, 46, 28, 43, 46, 46, 48, 49, 52, 58, 59, 60, 64, 52

(i) 10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुए एक बारम्बारता सारणी बनाइए।

(ii) सबसे कम बारम्बारता किस वर्ग में है।

24. निम्नलिखित तालिका से आयत चित्र बनाइए।

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	8	15	20	12	16

25. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संचयी बारम्बारता वितरण तालिका दी गई है।

वर्ग	बारम्बारता
20 से कम	17
40 से कम	22
60 से कम	29
80 से कम	37
100 से कम	50

उपरोक्त आंकड़ों से एक बारम्बारता सारणी बनाइए।

26. निम्नलिखित तालिका किसी राज्य के राजनैतिक दलों द्वारा जीती गई सीटों को प्रदर्शित करती है। इसके लिए दंड आलेख बनाइए।

राजनैतिक दल	A	B	C	D	E	F	G
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37	50

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

27. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यक्रमों के लिए दिए गए हैं:

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	42	35	100	120
लड़कों की संख्या	90	64	130	86

उपरोक्त आँकड़ों के लिए दंड आलेख बनाइए। किस कार्यक्रम में लड़कों की संख्या सबसे अधिक है?

28. नीचे दिए गए आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाइए।

आयु (वर्षों)	बारम्बारता
1-2	5
2-3	4
3-5	10
5-7	12
7-10	9
10-15	10
15-17	8

29. नवीं कक्षा में 40 विद्यार्थियों के प्राप्तांक निम्न तालिका में दिए गए हैं। इन आँकड़ों के लिए आयात चित्र बनाइए।

वर्ग चिन्ह (मध्य बिंदु)	5	15	25	35	45	55
विद्यार्थियों की संख्या	3	7	6	14	8	2

30. निम्नलिखित आँकड़ों का बारम्बारता बहुभुज बनाइए।

प्राप्तांक	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
विद्यार्थियों की संख्या	6	8	3	9	4

31. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारम्बारता बहुभुज बनाइए।

अंक	बारम्बारता
0-10	03
10-20	09
20-30	18
30-40	16
40-50	12
50-60	02

32. कक्षा IX के 30 विद्यार्थियों का रक्त समूह निम्न प्रकार लिया गया। O रक्त समूह सार्वत्रिक दाता है और AB रक्त समूह सार्वत्रिक ग्राही है।

A, B, B, B, B, O, B, B, A, AB, A, O, B, O, AB, O

AB, AB, B, AB, A, O, AB, B, A, O, AB, A, A, AB

- (i) उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता वितरण सारणी बनाइए।

- (ii) मिस्टर 'X' का एक्सीडेंट हो गया और उन्हें रक्त की आवश्यकता है। उनका रक्त समूह AB है। उपरोक्त में से कितने 'सार्वत्रिक दाता' (Universal Donor) और 'सार्वत्रिक ग्राही' (Universal Recipient) हैं?

33. एक डॉक्टर किसी बीमारी के निदान के लिए दो तरीके सुझाता है। एक केवल दवाईयाँ लेकर और दूसरा ध्यान एवं योग द्वारा।

व्यक्तियों का आयु वर्ग	दवाई लेने वाले मरीजों की संख्या	ध्यान और योग करने वाले मरीजों की संख्या
20-30	20	05
30-40	30	12
40-50	42	20
50-60	40	30
60-70	30	20

उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारम्बारता बहुभुज बनाइए।

34. दिल्ली में आयोजित एक रक्त दान शिविर में स्वैच्छिक रक्तदान करने वाले व्यक्तियों की संख्या को प्रत्येक दिन के हिसाब से प्रदर्शित किया गया है।

दिन	रक्तदान करने वालों की संख्या
रविवार	100
सोमवार	80
मंगलवार	110
बुधवार	80
बृहस्पतिवार	60
शुक्रवार	70
शनिवार	120

- (i) उपरोक्त आँकड़ों को एक दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
(ii) किस दिन सर्वाधिक व किस दिन सबसे कम लोगों ने रक्तदान किया?

अध्याय-12
सांख्यिकी
उत्तर

1. (b) आँकड़े
2. (d) गौण आँकड़े और प्राथमिक आँकड़े
3. (c) आयत चित्र में वर्ग अंतराल का प्रयोग किया जाता है।
4. (b)
5. (c) बारंबारता बहुभुज
6. (c) वर्ग चिन्ह
7. (d) 17
8. (b) 6-11
9. (b) $2x - y$
10. परिसर
11. 23
12. 51
13. वर्ग चिन्ह
14. 5.5
15. 10
16. 16-21
17. 17
18. 3.3-3.4
19.

भार	35	36	37	38
बारंबारता	8	6	4	7
20. वर्ग माप = 10
वर्ग सीमाएं = 99-109, 109-119, 119-129, 129-139
- 21.

विद्यार्थियों की संख्या	मिलान चिन्ह	बारंबारता
0	∞	5
1	∞	7
2	∞	8
3		4
4		4
5		2

22.

वर्ग अंतराल	मिलान चिन्ह	बारंबारता
0-25		9
25-50		5
50-75		1
75-100		2
100-125		1

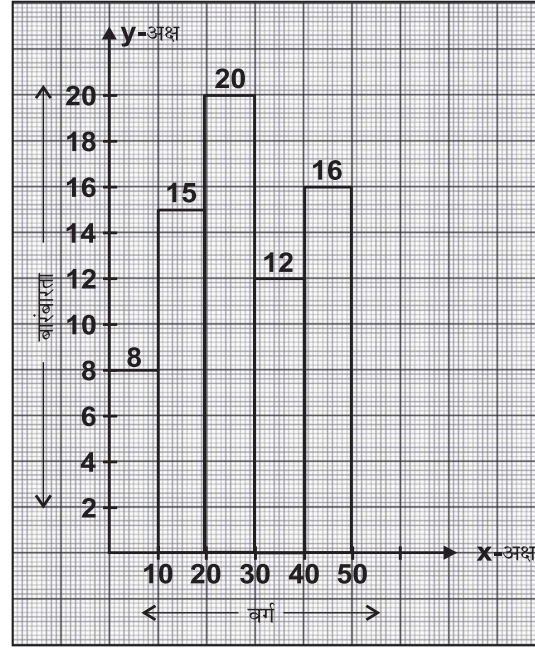
0 - 25 वर्ग की सबसे अधिक बारंबारता है।

23.

वर्ग अंतराल	मिलान चिन्ह	बारंबारता
15-25		3
25-35		6
35-45		4
45-55		8
55-65		4

15 - 25 वर्ग की सबसे कम बारंबारता है।

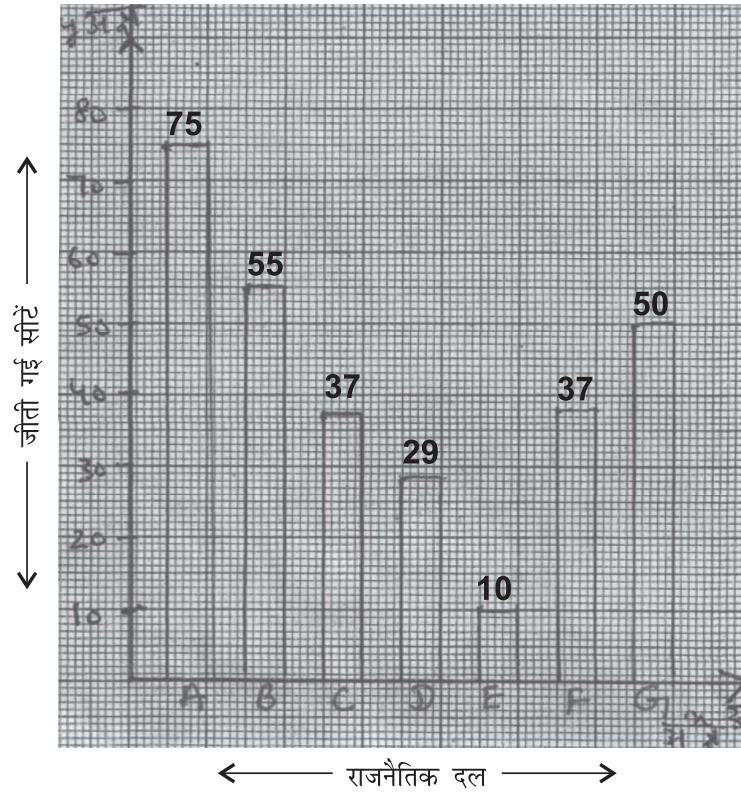
24.



25.

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0-20	17
20-40	5
40-60	7
60-80	8
80-100	13

26.



27. योग

32. (ii) सार्वत्रिक दाता = 6 सार्वत्रिक ग्राही = 8

34. (ii) रविवार को सर्वाधिक और बृहस्पतिवार को सबसे कम लोगों ने रक्तदान किया।

**सांख्यिकी
अभ्यास परीक्षा**

समय : 1 घंटा

कुल अंक : 20

1. निम्न वर्ग चिन्हों की वर्ग सीमाएँ लिखिए। (1)
47, 52, 57, 62, 67, 72, 77
2. वर्ग अंतराल 8-15 का वर्ग चिन्ह है। (1)
3. निम्न आँकड़ों में 20 परिवारों में बच्चों की संख्या दी गई है : (2)
1, 2, 0, 3, 2, 1, 0, 4, 3, 2, 2, 0, 1, 2, 3, 2, 2, 0, 4, 3
इन आँकड़ों की बारंबारता सारणी बनाइए।

4. वर्ग चिन्हों 25, 35, 45, 55, 65 के लिए वर्ग माप और वर्ग सीमाएँ ज्ञात कीजिए। (2)
5. एक परीक्षा में 25 विद्यार्थियों द्वारा एक प्रश्न को हल करने के लिए लिया गया समय (सैंकड़ों में) नीचे दिया गया है: (3)
18, 22, 17, 25, 27, 33, 35, 19, 21, 20, 17, 16, 25, 27, 33, 34, 38, 42, 43, 41, 37, 22, 19, 44, 36

10 वर्ग माप के वर्ग अंतराल लेते हुए एक बारंबारता सारणी बनाइए।

6. नीचे 50 बच्चों के अंकों की संचयी बारंबारता तालिका दी गई है। (3)

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	15	27	32	45	50

इस आँकड़ों के लिए बारंबारता सारणी बनाइए।

7. निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक आयत चित्र बनाइए। (3)

आयु (वर्षों में)	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30
व्यक्तियों की संख्या	5	4	6	9	7	2

8. निम्न सारणी में विद्यार्थियों द्वारा चयन किए गए विभिन्न कार्यकलाप हैं : (5)

कार्यकलाप	खेल	ध्यान	योग	टहलना
लड़कियों की संख्या	25	32	17	27
लड़कों की संख्या	35	18	22	25

उपरोक्त के लिए दंड आलेख बनाइए। लड़कियों की संख्या किस में सबसे अधिक है तथा लड़कों की किस में सबसे कम है ?

अभिकथन-कारण प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्नों में एक अभिकथन (A) और एक कारण (R) दिया गया है। नीचे दिए गए चार विकल्पों में से इन प्रश्नों का सही उत्तर चुनें:-

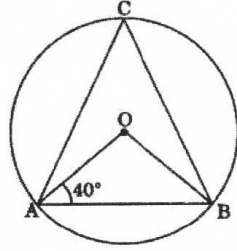
- (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
- (b) A और R दोनों सही हैं और R, कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
- (c) A सत्य है परन्तु R असत्य है।
- (d) A असत्य है परन्तु R सत्य है।

1. अभिकथन (A) : $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
कारण (R) : एक संख्या को अपरिमेय कहा जाता है, यदि इसे p/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।
2. अभिकथन (A) : 7 एक अपरिमेय संख्या है।
कारण (R) : सभी परिमेय संख्याओं का वर्गमूल अपरिमेय होता है।
3. अभिकथन (A) : 0.258 एक सांत दशमलव प्रसार है।
कारण (R) : एक दशमलव जिसमें एक अंक या अंकों का एक सेट समय-समय पर दोहराया जाता है, एक असांत आवर्ती दशमलव प्रसार कहलाता है।
4. अभिकथन (A) : बहुपद $(x^2 - 2)(x - 3)(x + 4)$ की डिग्री 3 है।
कारण (R) : डिग्री 3 के बहुपद को त्रिघात बहुपद कहा जाता है।
5. अभिकथन (A) : -7 एक स्थिर बहुपद है।
कारण (R) : स्थिर बहुपद की डिग्री शून्य है।
6. अभिकथन (A) : व्यंजक $3x^4 - 4x^{3/2} + x^2 = 2$ एक बहुपद नहीं है क्योंकि पद $-4x^{3/2}$ में x की घात परिमेय संख्या है।
कारण (R) : एक चर में एक बीजगणितीय अभिव्यक्ति के विभिन्न पदों में उच्चतम घातांक को इसकी डिग्री कहा जाता है।
7. अभिकथन (A) : बिंदु $(-2, 0)$ y-अक्ष पर और $(0, 4)$ x-अक्ष पर स्थित है।
कारण (R) : x-अक्ष पर प्रत्येक बिंदु की x-अक्ष से शून्य दूरी होती है और y-अक्ष पर स्थित बिंदु की y-अक्ष से शून्य दूरी है।

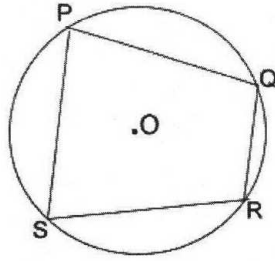
8. अभिकथन (A) : एक बिंदु (5, 2) का भुज 5 है।
कारण (R) : y-अक्ष से किसी बिंदु की लंबवत दूरी को उसका भुज कहते हैं।
9. अभिकथन (A) : यदि किसी बिंदु की कोटि उसके भुज के बराबर है तो बिंदु या तो पहले चतुर्थांश में या तीसरे चतुर्थांश में स्थित होगा।
कारण (R) : एक बिंदु जिसके दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं, तीसरे चतुर्थांश में स्थित होगा।
10. अभिकथन (A) : रैखिक समीकरण $9y = 2x + 9$ में a , b और c के मान क्रमशः 2, -9 और 9 हैं।
कारण (R) : दो चरों में रैखिक समीकरण का सामान्य रूप $ax + by + c = 0$ है।
11. अभिकथन (A) : रैखिक समीकरण $9x = 100$, y-अक्ष के समांतर है।
कारण (R) : $x = a$ का आलेख y-अक्ष के समांतर एक सरल रेखा होती है।
12. अभिकथन (A) : $x + y = 9$ के केवल दो समाधान (0, 9) और (9, 0) हैं।
कारण (R) : प्रत्येक दो चरों में रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।
13. अभिकथन (A) : समांतर रेखाएँ वे रेखाएँ होती हैं जो एक-दूसरे को कभी नहीं काटती हैं।
कारण (R) : दो या अधिक रेखाएँ समांतर हो सकती हैं।
14. अभिकथन (A) : किसी दिए बिंदु से अनगिनत रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
कारण (R) : एक रेखा-खंड के दो अंत-बिंदु होते हैं।
15. अभिकथन (A) : यूक्लिड की दूसरी अभिगृहीत के अनुसार, जब बराबर को बराबर में जोड़ा जाता है, तो पूर्ण बराबर होते हैं।
कारण (R) : राज और अली का वजन बराबर है। यदि उनमें से प्रत्येक का वजन 3 किलो बढ़ जाता है, तो यूक्लिड के दूसरे अभिगृहीत का उपयोग उनके वजन की तुलना करने के लिए किया जाएगा।
16. अभिकथन (A) : एक कोण अपने पूरक कोण से 20° अधिक है, तो कोण 52° है।
कारण (R) : दो कोणों को पूरक कहा जाता है यदि उनके कोणों के माप का योग 90° हो।

17. अभिकथन (A) : यदि $a = 35^\circ$ और $b = 155^\circ$ है तो 'a' और 'b' कोणों का एक रैखिक युग्म बनाते हैं।
कारण (R) : कोणों के रैखिक युग्म का योग हमेशा 180° होता है।
18. अभिकथन (A) : यदि दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करने वाली तिर्यक रेखा के एक ही ओर दो आंतरिक कोण $5 : 4$ के अनुपात में हैं, तो दोनों कोणों में से बड़ा कोण 100° है।
कारण (R) : यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को काटती है, तो तिर्यक रेखा के एक ही तरफ के आंतरिक कोणों का योग 180° होता है।
19. अभिकथन (A) : यदि SSS सर्वांगसमता नियम द्वारा $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ तो $AB = QR$ होगा।
कारण (R) : यदि दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं तो सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग बराबर होते हैं।
20. अभिकथन (A) : दो कोणों का माप a और $3a - 80$ है। यदि प्रत्येक कोण एक समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाओं के विपरीत हो, तो a का मान 40° होगा।
कारण (R) : एक त्रिभुज के समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।
21. अभिकथन (A) : एक वर्ग की सभी भुजाएँ समान लंबाई की होती हैं।
कारण (R) : सभी वर्ग सर्वांगसम होते हैं।
22. अभिकथन (A) : चतुर्भुज के कोण x° , $(x - 10)^\circ$, $(x + 30)^\circ$ और $(2x)^\circ$ हैं। सबसे छोटा कोण 58° के बराबर है।
कारण (R) : चतुर्भुज के कोणों का योग 360° है।
23. अभिकथन (A) : चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं में एक उभयनिष्ठ बिंदु होता है।
कारण (R) : चतुर्भुज की विपरीत भुजाओं में दो उभयनिष्ठ बिंदु होते हैं।
24. अभिकथन (A) : प्रत्येक वर्ग समचतुर्भुज होता है।
कारण (R) : प्रत्येक समचतुर्भुज एक वर्ग होता है।

25. अभिकथन (A) : चित्र में, $\angle ACB = 50^\circ$
कारण (R) : अर्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।



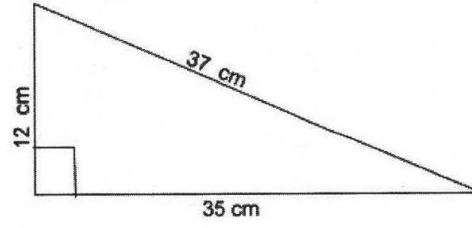
26. अभिकथन (A) : जीवा से काटे गए वृत्त का भाग वृत्त का त्रिज्यखंड होता है।
कारण (R) : किसी वृत्त का त्रिज्यखंड उसकी त्रिज्याओं और चाप के बीच का क्षेत्र होता है।
27. अभिकथन (A) : आकृति में, PQRS एक चक्रीय चतुर्भुज है।
कारण (R) : चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण संपूरक होते हैं।



28. अभिकथन (A) : यदि त्रिभुज की भुजाएँ 6 सें.मी., 11 सें.मी. और 23 सें.मी. हैं तो 's' का मान 40 सें.मी. है।
कारण (R) : 's' त्रिभुज का अर्ध-परिमाप है।
29. अभिकथन (A) : भुजा a cm वाले एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ cm² होता है।
कारण (R) : एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र से ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

30. अभिकथन (A) : दिए गए समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 210 cm^2 है।

कारण (R) : त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सामान्य सूत्र $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$ है।



31. अभिकथन (A) : यदि गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $64\pi r^2$ है तो गोले की त्रिज्या $2r$ है।

कारण (R) : गोले का आयतन $\frac{4}{3}\pi r^3$ होता है।

32. अभिकथन (A) : शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ होती है, जहाँ h ऊँचाई और r त्रिज्या है।

कारण (R) : शंकु की तिर्यक ऊँचाई l , ऊँचाई h और त्रिज्या r समकोण त्रिभुज की भुजाएँ होती हैं।

33. अभिकथन (A) : अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 24.12 cm^2 है।

कारण (R) : अर्धगोले का व्यास 3.2 cm है।

34. अभिकथन (A) : 6 के पहले 6 गुणांकों का परिसर 9 है।

कारण (R) : परिसर = अधिकतम संख्या - न्यूनतम संख्या

35. अभिकथन (A) : वर्ग अंतराल 90-120 का वर्ग चिह्न 105 है।

कारण (R) : वर्ग चिह्न = $\frac{1}{2}(\text{ऊपरी सीमा} + \text{निचली सीमा})$

36. अभिकथन (A) : संख्या 20 वर्ग-अंतराल 20-30 में शामिल है।

कारण (R) : संख्या हमेशा वर्ग अंतराल की निचली सीमा में शामिल होती है।

अभिकथन-कारण प्रश्न

उत्तर

1. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
2. (c) A सत्य है लेकिन R असत्य है।
3. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
4. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
5. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
6. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
7. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
8. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
9. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
10. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
11. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
12. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
13. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
14. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
15. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
16. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
17. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
18. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
19. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
20. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
21. (c) A सत्य है लेकिन R असत्य है।
22. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।

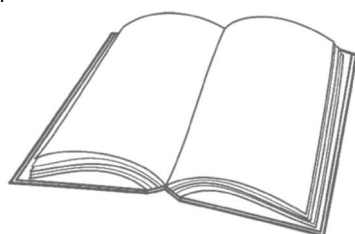
23. (c) A सत्य है लेकिन R असत्य है।
24. (c) A सत्य है लेकिन R असत्य है।
25. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
26. (d) A असत्य है लेकिन R सत्य है।
27. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
28. (d) A असत्य है परन्तु R सत्य है।
29. (c) A सत्य है परन्तु R असत्य है।
30. (c) A सत्य है परन्तु R असत्य है।
31. (b) A और R दोनों सही हैं लेकिन R कथन की सही व्याख्या नहीं करता है।
32. (d) A असत्य है परन्तु R सत्य है।
33. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
34. (c) A सत्य है परन्तु R असत्य है।
35. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।
36. (a) A और R दोनों सही हैं और R कथन की सही व्याख्या करता है।

केस स्टडी पर आधारित प्रश्न

1. एक विद्यालय के इको-क्लब ने अपने विद्यालय में एक बगीचा विकसित करने का निर्णय लिया और A, B, C तीन प्रकार के पौधे लगाए। A प्रकार के पौधों की संख्या x है। B और C प्रकार के पौधों की संख्या समान हैं। यदि कुल पौधों की संख्या 100 हो तो :-



- (i) उपरोक्त स्थिति के लिए उचित समीकरण लिखिए।
(ii) यदि A प्रकार के 50 पौधे हों, तो B प्रकार के पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।
(iii) यदि A और B प्रकार के कुल पौधे 75 हैं, तो C प्रकार के कुल कितने पौधे हैं?
(iv) यदि A प्रकार के कुल पौधे 60 हैं तो C प्रकार के पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।
2. एक RWA किराए पर पुस्तकें देने वाले एक पुस्तकालय को चलाते हैं, ताकि समाज में पुस्तकों को पढ़ने की आदत को बढ़ाया जा सके। इस पुस्तकालय को चलाने के लिए, प्रति पुस्तक पहले पाँच दिनों के लिए नियत किराया ₹10 तथा इसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन के लिए ₹3 लिए जाते हैं।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

- (i) यदि आप एक पुस्तक को 7 दिनों के लिए लेते हो, तो इसके लिए कितनी रकम देनी पड़ेगी?

- (ii) यदि आप एक पुस्तक को कुछ दिनों के लिए लेते हो और उसके लिए ₹40 देते हो तो दिनों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- (iii) दिनों की संख्या को x (जहाँ $x \geq 5$) और अदा की गई रकम ₹ y लेकर, एक पुस्तक लेने के लिए उपयुक्त समीकरण लिखिए।
- (iv) यदि $x = 7$ हो तो y का मान क्या होगा?
3. COVID-19 में घर-घर सर्वे के दौरान एक अग्रिम पंक्ति स्वास्थ्यकर्मी किसी परिवार के सदस्यों का तापमान रिकॉर्ड करता है। उनके नाम और उनकी आयु नीचे दी गई है।



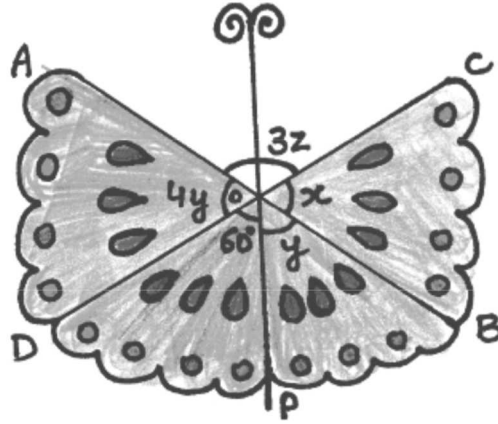
नाम	आयु (वर्षों में)
उमा	65
राज कुमार	40
सविता	37
रोहन	14
ज्योति	10

फ़ारेनहाइट ($^{\circ}\text{F}$) तापमान को सेलसियस ($^{\circ}\text{C}$) में बदलने के लिए रैखिक समीकरण हैं :

$$C = \frac{5F - 160}{9}$$

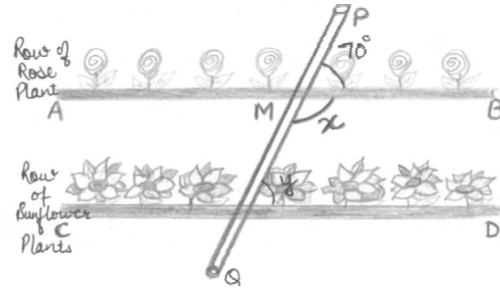
- (i) यदि श्रीमती उमा का तापमान 97.7°F हो तो $^{\circ}\text{C}$ में तापमान ज्ञात कीजिए।

- (ii) यदि श्री राजकुमार का तापमान 37°C हो, तो उनका $^{\circ}\text{F}$ में तापमान कितना होगा?
- (iii) यदि सेल्सियस ($^{\circ}\text{C}$) को x -अक्ष और फारेनहाइट ($^{\circ}\text{F}$) को y -अक्ष पर लेकर आलेख खींचा जाए तो वह किस चतुर्थांश से नहीं गुजरेगा?
- (iv) यदि मानव शरीर का सामान्य तापमान सेल्सियस में 36.5°C और 37.5°C के बीच हो, तो फारेनहाइट में तापमान किसके बीच होगा?
4. रशमी अपनी छोटी बहन के लिए तीलियों से एक तितली बना रही थी। उसने तीलियों को दी गई आकृति के अनुसार व्यवस्थित किया। इसमें AB व CD दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं जो बिंदु O पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर रही हैं। एक तीसरी तीली OP भी जोड़ी गई है जिससे तितली को हाथ में पकड़ कर घुमाया जा सके।
- दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



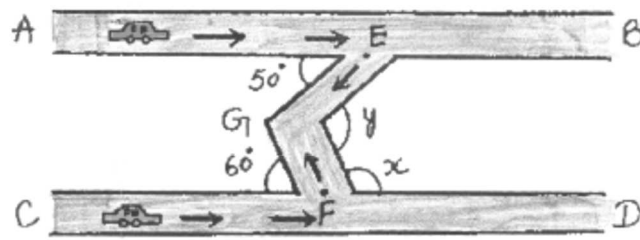
- (i) रशमी ने तीलियों AB व CD को कितने अंश पर झुकाकर जोड़ा?
- (ii) यदि 10 सें.मी. लंबी दो तीलियाँ AB व CD को मध्यबिंदुओं पर जोड़ा गया है तो OA ज्ञात कीजिए।
- (iii) आकृति में y तथा z का मान ज्ञात कीजिए।
- (iv) x का मान ज्ञात कीजिए तथा $x + 4y$ का मान ज्ञात कीजिए।
5. कक्षा नौवीं के चार विद्यार्थियों श्रेया, खुशी, वैभव व सुशांत को विद्यालय के 'इको क्लब' में पौधारोपण के लिए नियुक्त किया गया। श्रेया व वैभव ने गुलाब के पौधों की एक पंक्ति तैयार की, जिसे आकृति में AB द्वारा दर्शाया गया है। खुशी व सुशांत सूरजमुखी के पौधों

की भी एक पंक्ति CD तैयार करना चाहते हैं जो चमेली के पौधों की पंक्ति के समांतर हो। एक पाइपलाइन PQ भी आकृति में दर्शाई गई है जो AB व CD के बीच से गुजरती है। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



- (i) खुशी व सुशांत द्वारा लगाई गई पंक्ति CD , PQ के साथ कितने माप का कोण बनाएगी?
 - (ii) x और y किस प्रकार के कोणों का युग्म है?
 - (iii) x और y का मान ज्ञात कीजिए।
 - (iv) AB व CD के बीच अंकित कोणों x व y का योग क्या होगा? $2x + y$ का मान भी ज्ञात कीजिए।
6. दो कारें दो समांतर सड़कों AB व CD पर दौड़ रही हैं। (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है) पहली कार E बिंदु पर पहुँच कर अपनी दाईं ओर 50° के कोण पर मुड़ती है। उसी समय दूसरी कार CD सड़क पर F बिंदु पर पहुँच कर अपनी बांयी ओर 60° के कोण पर मुड़ती है। दोनों कारें G बिंदु पर मिलती हैं।

दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-



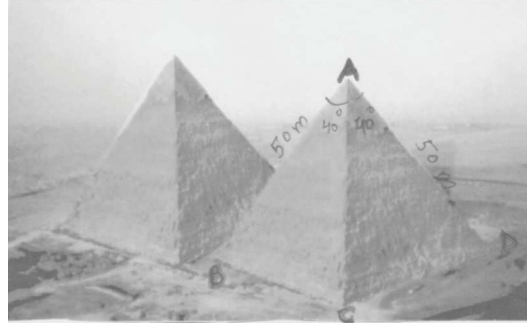
- (i) आकृति में अंकित कोण x का मान ज्ञात कीजिए।
- (ii) कोण $\angle EGF$, जो कि y द्वारा अंकित है, का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) प्रतिवर्ती $\angle EGF$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि EF को एक रेखाखण्ड द्वारा मिला दिया जाए तो EGF किस प्रकार का त्रिभुज बनेगा?

अथवा

यदि $\triangle EGF$ एक समद्विबाहु त्रिभुज हो जिसमें $EG = GF$ हो, तो $\angle GFC$ का मान क्या होगा यह मानते हुए कि $\angle AEG = 50^\circ$ है?

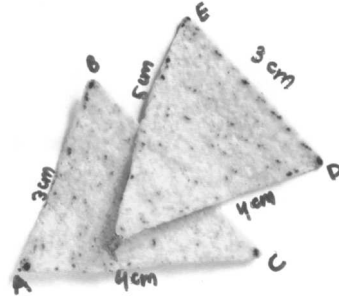
7. मिस्र के पिरामिड, मिस्र में स्थित प्राचीन संरचनाएँ हैं। खुफु का पिरामिड मिस्र का सबसे बड़ा पिरामिड है। यह प्राचीन विश्व के सात अजूबों में से एक है जो अभी भी अस्तित्व में हैं। पिरामिड एक ऐसी संरचना है जिसकी बाहरी सतह त्रिभुजाकार होती है और शीर्ष पर एक एकल चरण में मिलती है। पिरामिड का आधार त्रिभुज, चतुर्भुज या कोई बहुभुज हो सकता है। गीता एक गणित की विद्यार्थी है जो मिस्र घूमने जाती है और पिरामिड को देखती है। (चित्र में दर्शाया गया है।)



ऊपर दी गई जानकारी के अनुसार निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

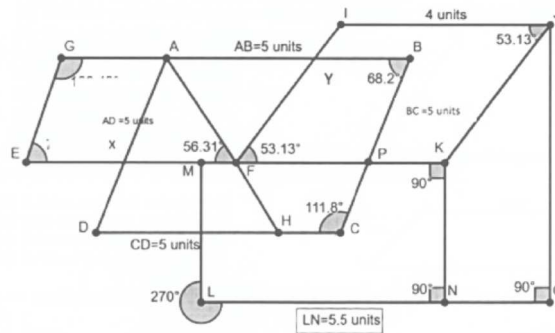
- (i) उस त्रिभुज का नाम लिखिए जो $\triangle ABC$ के सर्वांगसम त्रिभुज है।
(ii) किस सर्वांगसमता नियम से भाग (i) में त्रिभुज सर्वांगसम है?
(iii) $BC =$ _____
(iv) CPCT से दोनों त्रिभुज के समान भाग लिखिए।
8. संजना और अंशु दो दोस्त हैं, दोनों चिप्स खाने की शौकीन हैं। एक दिन दोनों त्रिभुजाकार चिप्स खा रही थी और अचानक संजना को लगा कि सभी चिप्स जो त्रिभुजाकार हैं एक जैसी ही दिखाई देती हैं। उसे अपनी अध्यापिका द्वारा कक्षा में पढ़ाया गया अध्याय त्रिभुज

याद आया। उसने चिप्स की भुजाओं को मापा और पाया कि सभी त्रिभुजाकार चिप्स की माप समान है जो 3 cm, 4cm और 5cm है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।



दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

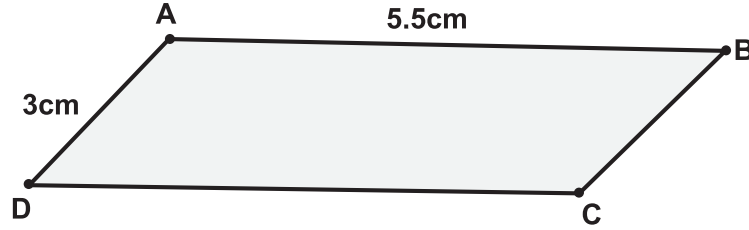
- (i) चिप्स किस प्रकार के त्रिभुज थे?
 - (ii) क्या त्रिभुजाकार चिप्स सर्वांगसम त्रिभुज थे? यदि हाँ तो किस नियम से?
 - (iii) $BC =$ _____
 - (iv) $\angle A =$ _____
9. रोहिता अपनी एक ड्रेस पर चित्र में दिखाए पैटर्न को प्रिंट करना चाहती है।



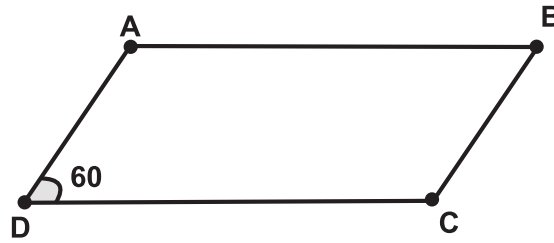
- (i) रोहिता आकृति $ABCD$ जैसे लकड़ी के 1 ब्लॉक का ऑर्डर देना चाहती है। आकृति $ABCD$ का क्या नाम है?
- (ii) आकृति $LNKM$ का क्या नाम है?
- (iii) वह समांतर रेखाओं के दो युग्मों को एक ही रंग में रंगना चाहती है। ऐसे दो युग्म लिखिए।
- (iv) $\triangle AFY$ बनाने के लिए रोहिता को $\angle AFY$ के मान की आवश्यकता है। $\angle AFY$ का मान क्या होगा?

10. कक्षा नौवीं C के छात्र अपनी कक्षा के डिस्प्ले बोर्ड को सजाना चाहते हैं। वे बोर्ड को सजाने के लिए नीचे दी जानकारी की मदद से पेपर की आकृतियाँ काटते हैं।

- (1) एक चतुर्भुज, समांतर चतुर्भुज कहलाता है यदि
 - (a) उसकी सम्मुख भुजाओं (आमने-सामने की भुजाओं) के दोनों युग्म समांतर हो
 - (b) उसकी सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म बराबर हो
 - (c) उसकी सम्मुख भुजाओं का एक युग्म बराबर तथा समांतर हो।
- (2) एक समांतर चतुर्भुज में
 - (a) सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
 - (b) आसन्न कोण संपूरक होते हैं।
- (3) समांतर चतुर्भुज में
 - (a) विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।
- (i) बोर्ड के बॉर्डर को सजाने के लिए वे समांतर चतुर्भुज जैसी आकृति अलग-अलग रंगों के कागज से काटना चाहते हैं। CD तथा BC की लंबाई क्या होनी चाहिए?

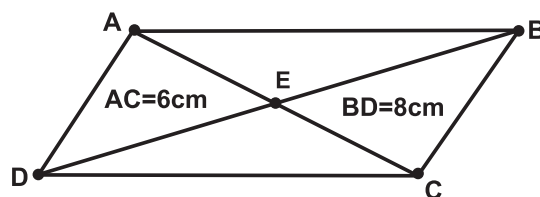


- (ii) समांतर चतुर्भुज $ABCD$ को काटने के लिए उन्होंने $\angle D = 60^\circ$ निर्धारित किया समांतर चतुर्भुज $ABCD$ के $\angle B$ का मान कितना होना चाहिए?



(iii) समांतर चतुर्भुज $ABCD$ के $\angle A$ का मान कितना होना चाहिए?

(iv) कुछ समांतर चतुर्भुज को काटकर त्रिभुज बनाए गए, जिनसे बोर्ड के किनारे पर फूल बनाए जा सकें। यदि BD की लंबाई 8 सेंटीमीटर तथा AC की लंबाई 6 सेंटीमीटर रखी गई हो तो AE की लंबाई क्या होनी चाहिए?

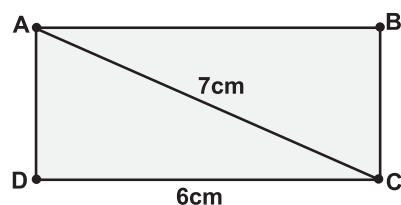


11. (1) एक समांतर चतुर्भुज, आयत कहलाता है यदि उसका एक कोण 90° हो। इससे आयत के सभी कोण 90° हो जाते हैं। आयत के विकर्ण बराबर तथा परस्पर समद्विभाजक होते हैं।

(2) एक समांतर चतुर्भुज वर्ग कहलाता है यदि उसका एक कोण 90° हो तथा आसन्न भुजाओं का एक युग्म बराबर हो। इससे वर्ग के सभी कोण 90° हो जाते हैं। तथा सभी भुजाएं बराबर हो जाती हैं। वर्ग के विकर्ण बराबर तथा परस्पर समकोण पर समद्विभाजक होते हैं।

साहिल इस जानकारी की मदद से एक वॉल हेंगिंग बनाना चाहता है। तारे की मदद से फ्रेम बनाकर तथा उन तारों पर ऊन पलेटकर वह इसे बनाएगा।

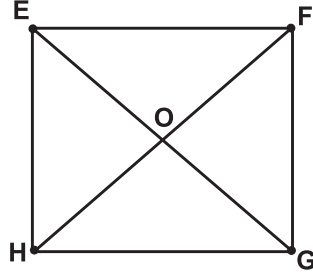
(i) सबसे पहला फ्रेम जो साहिल ने तारों से बनाया वह एक आयत $ABCD$ था, जैसा की चित्र में दिखाया गया है। यदि विकर्ण की तार 7 cm लम्बी तथा भुजा CD 6 cm लम्बी है। तो वांछित आयत के लिए BC की लंबाई क्या होनी चाहिए?



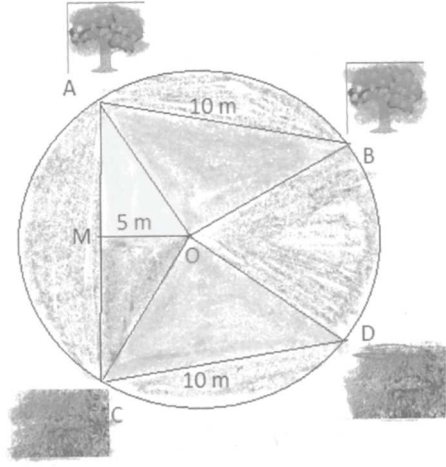
(ii) तार BD की लम्बाई क्या होनी चाहिए?

(iii) दूसरा फ्रेम वर्ग $EFGH$ है, जैसा की चित्र में दिखाया गया है साहिल के पास तार का 8 cm लम्बा एक बचा हुआ टुकड़ा है वह इस टुकड़े को $EFGH$ के विकर्ण की तरह लेना चाहता है तार HF की लम्बाई क्या होनी चाहिए?

(iv) तार EF की लम्बाई क्या होनी चाहिए?

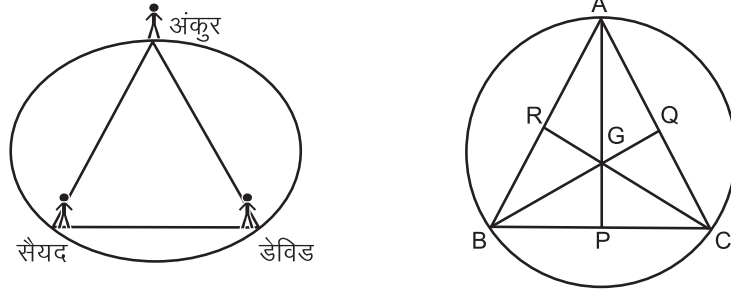


12. एक किसान के पास एक वृत्ताकार बगीचा है, जैसाकि चित्र में दिखाया गया है। इस खेत में उसने विभिन्न तरह के वृक्ष, पौधे और फूल उगाए हैं। बगीचे में A तथा B पर दो आम के वृक्ष $AB = 10$ मी की दूरी पर हैं। इसी प्रकार दो लीची के पेड़ भी 10 मी की दूरी पर हैं जो C और D पर दिखाए गए हैं। AB केन्द्र O पर 80° का कोण अंतरित करता है। AC की केन्द्र से लाम्बिक दूरी 5 मी. तथा बगीचे की त्रिज्या 13 मी. है।



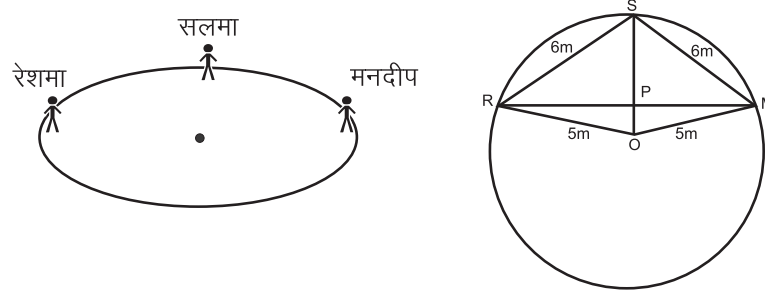
- (i) $\angle COD$ का क्या मान है?
- (ii) आम के पेड़ A और लीची के पेड़ C के बीच कितनी दूरी है?
- (iii) यदि $\angle BOD = 70^\circ$ तो दर्शाइए कि $\angle CAB = 75^\circ$ है।
- (iv) $\angle OCD$ का क्या मान है?
13. 20 सें.मी. त्रिज्या का एक गोल पार्क (वृत्ताकार) एक कॉलोनी में स्थित है। तीन लड़के अंकुर, सैय्यद तथा डेविड इसकी परिसीमा पर बराबर दूरी पर बैठे हैं और प्रत्येक के हाथ में एक खिलौना टेलीफोन आपस में बात करने के लिए है, जैसा कि आकृति में दिखाया

गया हैं। AP , BQ और CR त्रिभुज की माध्यिकाएँ हैं। दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-



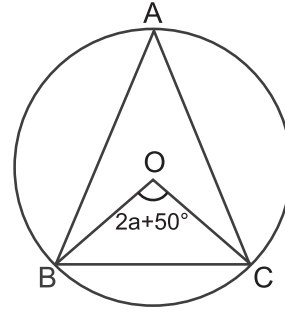
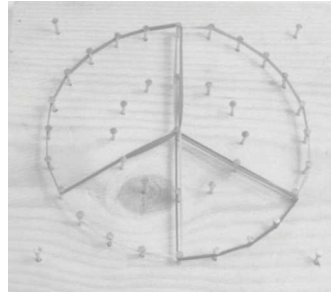
- (i) AG की लंबाई कितनी है?
- (ii) AP की लंबाई क्या है?
- (iii) $\angle BGC$ तथा $\angle ABQ$ का माप ज्ञात कीजिए।
- (iv) AB की लंबाई ज्ञात कीजिए।

14. 5 मी. त्रिज्या वाले वृत्त की परिसेमा पर तीन लड़कियाँ रेशमा, सलमा और मनदीप क्रमशः बिंदु R , S और M पर खड़ी होकर आपस में खेल रही हैं। रेशमा एक गेंद को सलमा के पास, सलमा मनदीप के पास तथा मनदीप रेशमा के पास फेंकती हैं। यदि रेशमा तथा सलमा के बीच और सलमा तथा मनदीप के बीच दूरी 6 m है व O वृत्त का केन्द्र है तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

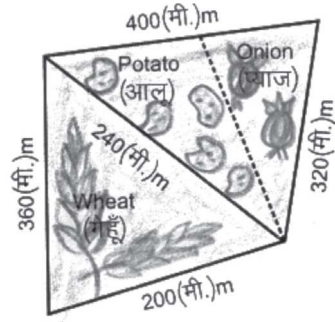


- (i) अनुपात $\angle MOS : \angle MRS$ ज्ञात कीजिए।
- (ii) O से SM पर डाले गई लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- (iii) OP ज्ञात कीजिए।
- (iv) रेशमा और मनदीप के बीच की दूरी क्या है?

15. मैथ लैब में किसी क्रियाकलाप में बच्चे वृत्ताकार जियोबोर्ड का प्रयोग करते हैं। आकृति में वृत्त की एक चाप \widehat{BC} द्वारा केन्द्र पर बना कोण $(2a + 50^\circ)$ माप का है।



- (i) $\angle BAC$ का क्या माप है?
(ii) यदि $a = 30^\circ$ है तो $\angle BAC$ का माप ज्ञात कीजिए।
(iii) यदि $a = 50^\circ$ हो तो प्रतिवर्ती $\angle BOC$ का माप क्या होगा?
(iv) $a = 20^\circ$ और वृत्त की त्रिज्या 10 cm है। BC का माप ज्ञात कीजिए।
16. सरला देवी के पास एक त्रिभुजाकार खेत है जिसकी भुजाओं की लंबाइयाँ 240 मी., 200 मी. व 360 मी. हैं, जहाँ वह गेहूँ उगाती है। एक अन्य त्रिभुजाकार खेत, जिसकी भुजाओं की लंबाइयाँ 240 मी., 320 मी. व 400 मी. है जो पहले खेत के संगत है, में वे आलू और प्याज उगाना चाहती हैं। इसके लिए उन्होंने इस दूसरे खेत को दो भागों में बाँटने के लिए खेत की सबसे लम्बी भुजा के मध्यबिंदु से विपरीत शीर्ष को मिलाकर विभाजन किया और इस प्रकार प्राप्त भागों में से एक में आलू व दूसरे में प्याज उगाया।

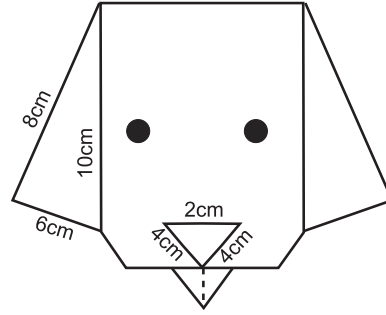


दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

- (i) गेहूँ के खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

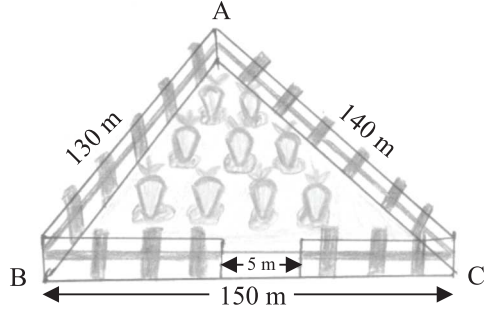
- (ii) आलू उगाने के लिए प्रयोग किए गए खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 (iii) प्याज उगाने के लिए प्रयोग किए गए खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। आलू व प्याज उगाने के लिए उपयोग किए गए खेतों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
 (iv) उनके पास खेतों का कुल कितना क्षेत्रफल है? क्षेत्रफल को हेक्टेयर में व्यक्त कीजिए।

17. गर्मियों की छुट्टियों में रोहित बोर हो रहा था। उसकी मम्मी ने उसे ऑरीगेमी शिल्प द्वारा कुछ बनाने का परामर्श दिया। रोहित ने इंटरनेट की सहायता से यह शिल्प सीखा व एक ऑरीगेमी से पिल्ला बनाया जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



दिए गए चित्र व जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

- (i) पिल्ले के एक कान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (दोनों कान समान हैं)
 (ii) पिल्ले की नाक बनाने के लिए प्रयोग किए गए कागज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
 (iii) यदि पिल्ले की जीभ एक समबाहु त्रिभुज के आकार में हैं जिसकी भुजाएँ 2 सें.मी. हैं, तो इसे बनाने में प्रयोग किए गए कागज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जीभ के बीच में दर्शाए गए रेखाखण्ड की लंबाई क्या होगी?
 (iv) यदि पूरी आकृति बनाने में 96 वर्ग सें.मी. कागज प्रयुक्त हुआ, तो कान, नाक व जीभ छोड़कर बाकी हिस्से को बनाने में कितने कागज का प्रयोग हुआ?
18. एक त्रिभुजाकार खेत के शीर्ष A , B और C तथा उसकी भुजाओं की लंबाई 130m, 140m तथा 150m हैं। किसान खेत के एक तरफ 5m स्थान फाटक के लिए छोड़ते हुए चारों तरफ बाड़ लगवाना चाहता है। बाड़ लगवाने का खर्च ₹20 प्रति मीटर है। बाड़ लगाने के बाद किसान पूरे खेत में गाजर की खेती करता है।



दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों का उत्तर दीजिए:-

- (i) त्रिभुजाकार खेत का अर्धपरिमाप ज्ञात कीजिए।
- (ii) खेत का परिमाप ज्ञात कीजिए।
- (iii) काँटेदार तार लगवाने का कुल खर्च ज्ञात कीजिए।
- (iv) खेत का कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

19. एक युवा लड़की जूही को एक गोलाकार नारियल मिला। जूही ने नारियल का पानी पीया और अपनी रचनात्मकता का उपयोग करते हुए बचे हुए नारियल के ऊपरी भाग को सजाकर बेचा। नारियल की त्रिज्या 2.1cm है। (नारियल की मोटाई तथा नारियल को पूरा पानी से भरा मानते हुए)

दी गई जानकारी के अनुसार निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-



- (i) गोलाकार नारियल का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?
- (ii) यदि जूही केवल आधा नारियल ही सजा पाती है तो सजाने के लिए उपयोग में आने वाले कागज़ का क्षेत्रफल क्या होगा?

(iii) यदि नारियल सजाने में ₹5 प्रति वर्ग सें.मी. के हिसाब से खर्च आता है तो नारियल सजाने में कितने रुपये खर्च होंगे?

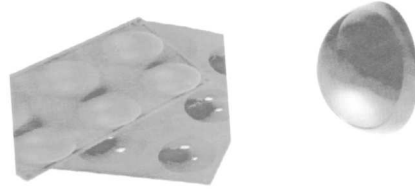
(iv) जूही द्वारा लिए नारियल पानी का आयतन कितना था?

20. यातायात शंकु का उपयोग बाहरी रूप से सड़क गतिविधियों जैसे यातायात पुननिर्देशन, खतरों की अग्रिम चेतावनी या यातायात की रोकथाम के दौरान किया जाता है।

एक शंकु के आधार की त्रिज्या 2.1 cm तथा ऊँचाई 20 m है दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



- (i) यातायात शंकु की तिर्यक ऊँचाई क्या होगी?
- (ii) यातायात शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?
- (iii) ऐसे 20 शंकुओं के वक्र पृष्ठीय पर पेंट करने में कितना खर्च होगा यदि 1 m² पर पेंट करने के लिए ₹8 लगते हैं?
- (iv) एक यातायात शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
21. कौशल नौवीं कक्षा का छात्र है, वह चॉकलेट खाना पसंद करता है। उसकी माता ने उसके जन्मदिन पर चॉकलेट बेकिंग ट्रे उपहार में दी। ट्रे में 6 अर्धगोलाकार खाचें हैं, हर एक अर्धगोलाकार खाचें की व्यास 8.4 cm हैं कौशल अपने जन्मदिन पर इस ट्रे को उपयोग करते हुए चॉकलेट बनाता है और अर्धगोलाकार चॉकलेट अपने दोस्तों के साथ साझा करता है।



दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

- (i) अर्धगोलाकार चॉकलेट की त्रिज्या कितनी है?
- (ii) अर्धगोलाकार चॉकलेट का आयतन ज्ञात कीजिए।

(iii) कौशल चॉकलेट को कागज से ढकना चाहता है तो उसे पूरी ट्रे की चॉकलेट के लिए कितने कागज की आवश्यकता होगी?

(iv) यदि नेहा ट्रे में से दो-तिहाई चॉकलेट (माने ट्रे पूरी चॉकलेट से भरी है) खा लेती है तो वह आयतन ज्ञात कीजिए जो नेहा खाती है।

22. कक्षा IX की एक कक्षा में वास्तविक संख्याओं पर आधारित एक गतिविधि करवाई जाती है इस गतिविधि के अंतर्गत प्रत्येक विद्यार्थी को एक कार्ड उठाना है, प्रत्येक कार्ड पर एक प्रश्न लिखा हुआ है। पहले चार विद्यार्थियों द्वारा उठाए गए कार्डों पर लिखे हुए प्रश्नों को नीचे दिया गया है। आप उन प्रश्नों के लिए सही उत्तर लिखिए।

(i) $\sqrt{10}$ किस प्रकार की संख्या है?

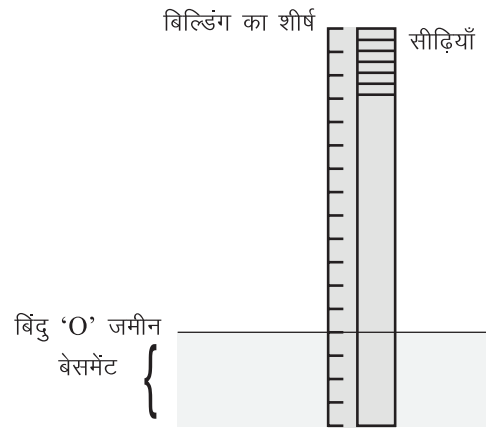
(ii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ एक संख्या है।

(iii) 'p' के किस मान के लिए $\frac{251}{2^3 \times p^2}$ एक अनवसानी आवर्ती दशमलव है? किस प्रकार की संख्या का दशमलव प्रसार अनवसानी आवर्ती होता है?

(iv) $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09} = \underline{\hspace{2cm}}$.

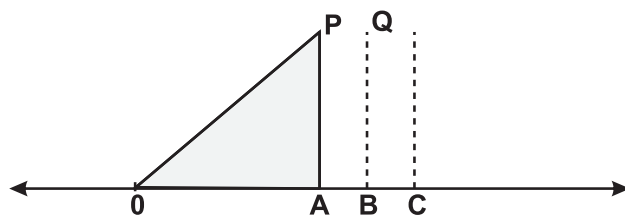
23. एक भवन में 13 मंज़िल ज़मीन के ऊपर तथा चार मंज़िल ज़मीन के नीचे बनी हुई हैं। इस भवन में सीढ़ियाँ बेसमेंट के फर्श से लेकर भवन की छत तक जाती हैं। रमेश ज़मीन पर खड़ा है। इस बिंदु को शून्य मानते हुए वह हर 4 सीढ़ियों, ऊपर तथा नीचे के, बाद '1' गिनता है। साथ ही सीढ़ियाँ उतरते समय वह ऋणात्मक संख्या गिनता है।

निम्न स्थितियों में रमेश की स्थिति अंकों द्वारा दर्शाइए:-



- (i) यदि वह 16 सीढ़ियाँ ऊपर चढ़ा, तो वह क्या गिनेगा?
- (ii) यदि वह 3 सीढ़ियाँ ज़मीन से नीचे उतरा, तो उसे कौन-सी संख्या प्राप्त होगी?
- (iii) यदि वह 7 सीढ़ियाँ ज़मीन से ऊपर चढ़ा और फिर 10 सीढ़िया नीचे उतरा तो उसकी स्थिति की संख्या बताइए।
- (iv) $\frac{2}{4} - \left(\frac{-1}{4}\right)$ को हल कीजिए। रमेश की स्थिति को दर्शाने वाले नंबरों का नाम लिखिए।

24. एक विद्यालय, चित्र में दिखाई दूरी के अनुसार एक पंक्ति में कुछ पेड़ लगाना चाहता है। प्रत्येक पेड़ की ऊँचाई लगभग बराबर तथा 1 मात्रक ली गई हैं। दूरी 'OA' भी 1 मात्रक ली गई है। पहला पेड़ बिन्दु 'B' पर तथा दूसरा पेड़ बिन्दु 'C' पर लगाया गया है। बिन्दु 'O' इस रेखा का शून्य माना जाए तथा $OB = OP$, $OC = OQ$ तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(पेड़ों की मोटाई को नगण्य मानें)

- (i) दूरी OB ज्ञात कीजिए।
- (ii) दूरी OC ज्ञात कीजिए।
- (iii) $\frac{1}{OB}$ को सरल करने पर क्या प्राप्त होगा? वह किस प्रकार की संख्या होगी?
- (iv) $\frac{OB}{OC}$ के हर का परिमेयकरण करने पर क्या प्राप्त होगा?
25. सरकारी विद्यालय में वृक्षारोपण कार्यक्रम आयोजित किया गया। कार्यक्रम के अंतर्गत कक्षा IX के विद्यार्थियों ने कुल 2079 वृक्ष लगाए। वृक्षों को कुछ पंक्तियों और स्तंभों (Columns) में लगाया गया। कुल पंक्तियाँ $(2x - 1)$ थीं और स्तंभ $(x + 1)$ थे।



दी गई जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) यदि कुल 2079 वृक्ष लगाए गए तो x का मान क्या है?
- (ii) पंक्तियों और स्तंभों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- (iii) उपरोक्त स्थिति के लिए बहुपद ज्ञात कीजिए।
- (iv) बहुपद के गुणनखंड ज्ञात कीजिए।

26. महेश अपने कमरे की एक दीवार को रंगना चाहता है। वह दीवार को विकर्ण से बाँटते हुए दो रंगों, गुलाबी और सफेद में रंगने का निर्णय करता है। दीवार की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः $(x + 4)$ और $(3x + 2)$ है और दीवार का विकर्ण $x^2 + 3x$ है।

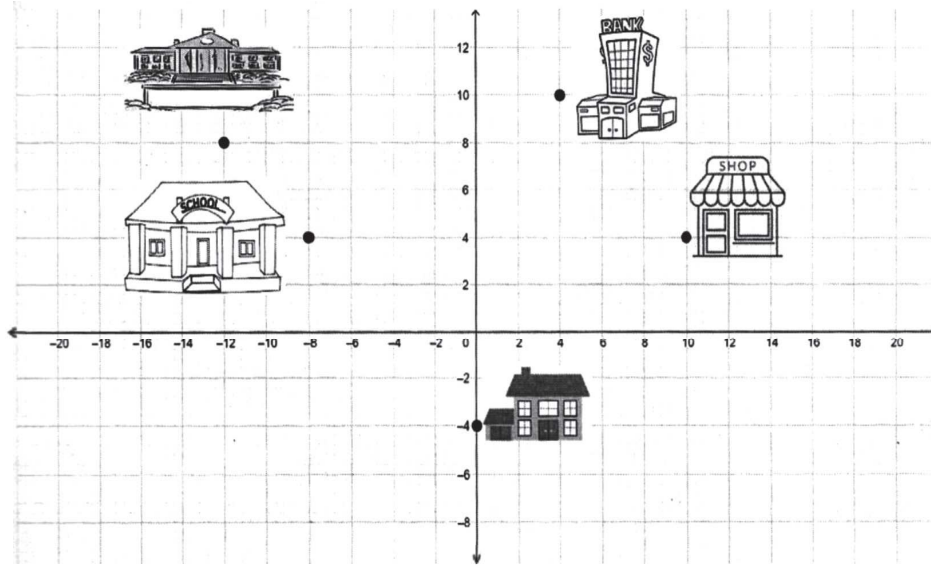


- (i) दीवार का क्षेत्रफल एक बहुपद है।
- (ii) दीवार का क्षेत्रफल कितना है?

(iii) महेश दीवार के वर्गाकार हिस्से को फूलों के चित्रों से सजाना चाहता है। इसके लिए लंबाई को कितना कम करना होगा?

(iv) यदि $x = 2$ इकाई है तो गुलाबी रंगे जाने वाले हिस्से का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

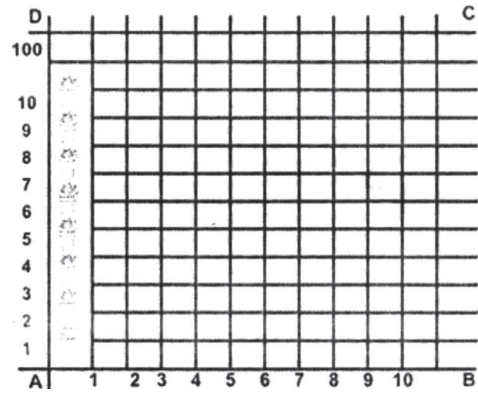
27. किसी दिन घर से ऑफिस जाते हुए सुचित्रा अपने बेटे के स्कूल PTM के लिए गईं। उसके बाद सुचित्रा ने ऑफिस में काम करके जल्दी चली गयी क्योंकि शाम को घर पर मेहमान आने वाले थे। ऑफिस से निकल कर वह बैंक गयी और फिर शाम को मेहमानों के स्वागत के लिए एक दुकान से कुछ सामान खरीदा। दिनभर सुचित्रा द्वारा तय किये गए रास्ते को कार्तीय तल में दर्शाया गया है। कार्तीय तल में सुचित्रा का घर y -अक्ष पर स्थित है।



- (i) सुचित्रा के घर के निर्देशांक लिखिए।
(ii) समान कोटि वाले भवनों का नाम लिखिए।
(iii) दुकान और बैंक के निर्देशांक लिखिए। (दुकान की कोटि) - (बैंक का भुजा) ज्ञात कीजिए।
(iv) कौन से भवन चतुर्थांश II में स्थित हैं? इनके निर्देशांक लिखिए।

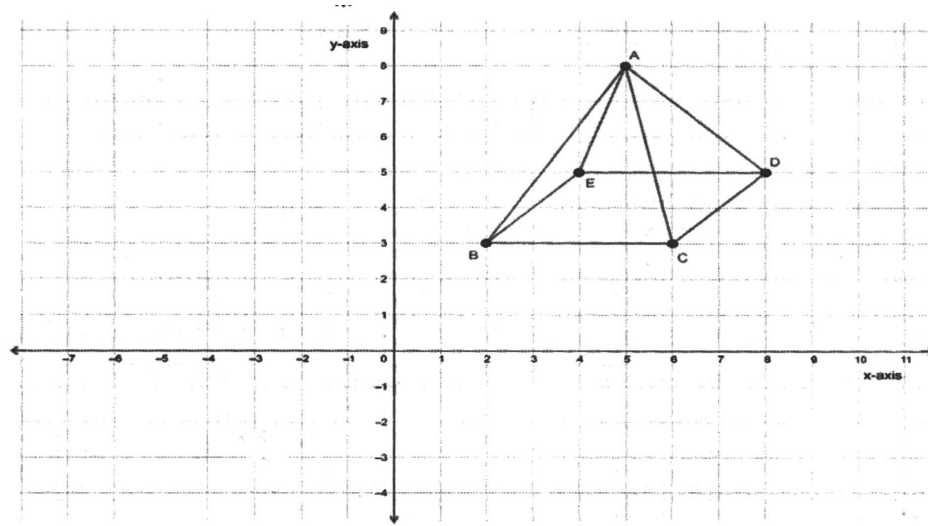
28. विद्यार्थियों को अपने स्वास्थ्य एवं स्वच्छता के प्रति जागरूक करने के लिए विद्यालय के आयताकार मैदान $ABCD$ पर एक दौड़ का आयोजन किया गया। मैदान पर चाक-पाउडर से प्रत्येक 1 मीटर की दूरी पर चित्रानुसार पंक्तियाँ खींची गयी और AD पर प्रत्येक 1 मीटर की दूरी पर 100 गमले रखे गए। मीता ने तीसरी पंक्ति पर

AD की $\frac{1}{4}$ दूरी तय की और एक लाल झण्डा लगाया। मयंक ने सांतवीं पंक्ति पर AD की $\frac{1}{5}$ दूरी तय की और एक हरा झण्डा लगाया।



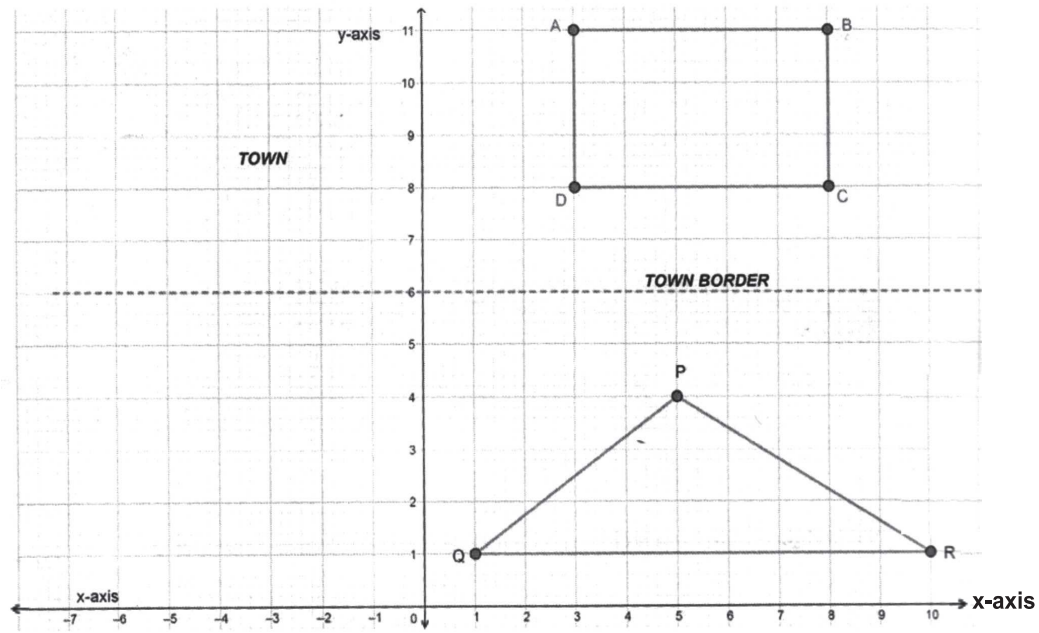
- (i) लाल झण्डे के निर्देशांक क्या हैं?
- (ii) हरे झण्डे के निर्देशांक क्या है?
- (iii) x -अक्ष तथा y -अक्ष के समक्ष हरे झंडे का दर्पण प्रतिबिंब क्या है?
- (iv) लाल झंडे और हरे झंडे की कोटियों में और भुजों में अंतर ज्ञात कीजिए।

29. किसी विद्यालय की गणित प्रयोगशाला में कार्तीय तल में रखे गए पिरामिड के मॉडल को निम्न चित्र में दर्शाया गया है। चित्र के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



- (i) पिरामिड के शीर्ष के निर्देशांक क्या हैं?
- (ii) BC तथा ED के मध्य लाम्बिक दूरी कितनी है?
- (iii) यदि पिरामिड को दाँयी तरफ दो इकाई आगे बढ़ाया जाए तो D के निर्देशांक क्या होंगे?
- (iv) यदि पिरामिड को अपने मूल स्थान से तीन इकाई नीचे खिसकाया जाए तो E के निर्देशांक क्या होंगे?

30. नगर निगम ने शहर में स्कूल खोलने का निश्चय किया। निगम ने स्कूल बनाने के लिए शहर के अन्दर प्लॉट $ABCD$ का चुनाव किया। लेकिन प्लॉट $ABCD$ श्री अमर सिंह का है जो इस प्लॉट को शहर की सीमा के बाहर त्रिकोने प्लॉट PQR से बदलने को तैयार हो गए। कार्तीय तल में दोनों प्लॉट के निर्देशांक निम्न चित्र में दर्शाए गए हैं:-



- (i) शीर्ष C के निर्देशांक क्या हैं?
- (ii) आयताकार प्लॉट $ABCD$ का क्षेत्रफल कितना है?
- (iii) त्रिकोने प्लॉट PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- (iv) क्षेत्रफल ($ABCD$) का क्षेत्रफल (PQR) से अनुपात ज्ञात कीजिए।

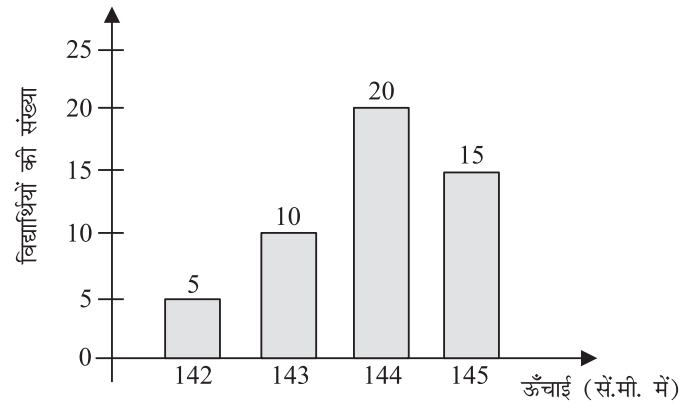
31. छात्रों के एक समूह ने सांख्यिकी का एक प्रोजेक्ट बनाने का निर्णय किया। उन्होंने कक्षा IX A, B और C की कुल 51 लड़कियों की लंबाईयाँ इकट्ठी की और इस आँकड़े को निम्नलिखित बारंबारता सारणी के रूप में लिखिए:-

लंबाई (cm में)	लड़कियों की संख्या
135 – 140	4
140 – 145	7
145 – 150	18
150 – 155	11
155 – 160	6
160 – 165	5



इस सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

- सबसे अधिक बारंबारता वाला अंतराल कौन-सा है?
 - 155 cm से कम ऊँचाई वाली लड़कियों की संख्या क्या है?
 - 150 या उससे अधिक लंबाई वाली लड़कियों की संख्या क्या है?
 - कितनी लड़कियाँ हैं, जिनकी लंबाई 140 cm से अधिक और 160 cm से कम है?
32. निम्न दंड आलेख किसी विद्यालय की कक्षा IX के 50 विद्यार्थियों की ऊँचाईयों को (cm में) दर्शाता है:-



आलेख के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

- कितने प्रतिशत विद्यार्थियों की ऊँचाई 142 cm से अधिक है?
- अधिकतम ऊँचाई वाले कितने विद्यार्थी हैं?
- कितने विद्यार्थी की ऊँचाई 142 cm और 145 cm के बीच है?
- इन आँकड़ों का परिसर कितना है?

केस स्टडी पर आधारित प्रश्न
उत्तर

1. (i) $x + 2y = 100$
(ii) 25
(iii) 25
(iv) 20
2. (i) ₹16
(ii) 15 दिन
(iii) $3x - y = 5$
(iv) 31
3. (i) 36.5
(ii) 98.6
(iii) IV
(iv) 97.7 और 99.5
4. (i) 96°
(ii) 5 सें.मी.
(iii) $y = 24^\circ$, $z = 28^\circ$
(iv) 96, 192
5. (i) 70°
(ii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अंतः कोण
(iii) 110° ; 70°
(iv) 180° , 290°
6. (i) 120°
(ii) 110°
(iii) 250° विषमबाहु त्रिभुज
(iv) 50°
7. (i) $\triangle ADC$
(ii) SAS
(iii) $BC = CD$
(iv) $\angle ABC = \angle ADC$

8. (i) विषमबाहु त्रिभुज
(ii) हाँ, SSS सर्वांगसमता नियम से
(iii) $BC = EF$
(iv) $\angle A = \angle D$
9. (i) समांतर चतुर्भुज
(ii) आयत
(iii) AB, CD और KN, JO
(iv) $\angle AFY = 70.56^\circ$
10. (i) $CD = 5.5$ सें.मी., $BC = 3$ सें.मी.
(ii) 60°
(iii) 120°
(iii) 3 cm
11. (i) $\sqrt{13}$ cm
(ii) 7 सें.मी.
(iii) 8 सें.मी.
(iv) $4\sqrt{2}$ सें.मी.
12. (i) 80°
(ii) 24 मीटर
(iv) 50°
13. (i) 20 मीटर
(ii) 30 मीटर
(iii) $\angle BGC = 120^\circ$ और $\angle ABQ = 30^\circ$
(iv) $20\sqrt{3}$ मीटर
14. (i) 2 : 1
(ii) 4 मीटर
(iii) 1.4 मीटर
(iv) 9.6 मीटर

15. (i) $a + 25^\circ$
(ii) 55°
(iii) 210°
(iv) $10\sqrt{2}$
16. (i) $16000\sqrt{2}$ वर्ग मीटर
(ii) 19200 वर्ग मीटर
(iii) 19200 वर्ग मीटर, 1 : 1
(iv) 61000 वर्ग मीटर, 6.1 हेक्टेयर
17. (i) 24 वर्ग सें.मी.
(ii) $\sqrt{15}$ वर्ग सें.मी.
(iii) $\sqrt{3}$ वर्ग सें.मी., $\sqrt{3}$ सें.मी.
(iv) $(48 - \sqrt{15} - \sqrt{3})$ वर्ग सें.मी.
18. (i) 210 मीटर
(ii) 420 मीटर
(iii) ₹ 8300
(iv) 8400 वर्ग मीटर
19. (i) 55.44 वर्ग सें.मी.²
(ii) 0.002772 वर्ग मीटर²
(iii) ₹277.20
(iv) 38.808 मि.ली.
20. (i) 20.109 सें.मी.
(ii) 146.5 सें.मी.
(iii) ₹ 2.11
(iv) 92.4 cm³

21. (i) 4.2 सें.मी.
(ii) 155.23 cm^3
(iii) 665.28 cm^2
(iv) 620.92 cm^3
22. (i) यह एक अपरिमेय संख्या है।
(ii) अपरिमेय
(iii) $P \neq 2, 5$ परिमेय
(iv) 4
23. (i) 4
(ii) $\frac{-3}{4}$
(iii) $\frac{-3}{4}$
(iv) $\frac{3}{4}$, पूर्णांक
24. (i) $\sqrt{2}$ मात्रक
(ii) $\sqrt{3}$ मात्रक
(iii) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, अपरिमेय
(iv) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
25. (i) $x = 32$
(ii) 63, 33
(iii) $2x^2 + x - 2080$
(iv) $(2x + 65)(x - 32)$
26. (i) द्विघाती
(ii) $(x + 4)(3x + 2)$
(iii) $2(x - 1)$
(iv) 24

27. (i) $(0, -4)$
(ii) दुकान और स्कूल
(iii) दुकान $(10, 4)$, बैंक $(4, 10)$
(दुकान की कोटि) - (बैंक का भुज) = $4 - 4 = 0$
(iv) स्कूल और कार्यालय, स्कूल $(-8, 4)$ कार्यालय $(-12, 8)$
28. (i) $(3, 25)$
(ii) $(7, 20)$
(iii) x -अक्ष के समक्ष = $(7, -20)$ y -अक्ष के समक्ष = $(-7, 20)$
(iv) कोटि का अंतर = $25 - 20 = 5$
भुज का अंतर = $3 - 7 = -4$
29. (i) $(5, 8)$
(ii) 2 इकाई
(iii) $(10, 5)$
(iv) $(4, 2)$
30. (i) $(8, 8)$
(ii) 15 वर्ग इकाई
(iii) 13.5 वर्ग इकाई
(iv) $10 : 9$
31. (i) $145 - 150$
(ii) 40
(iii) 22
(iv) 42
32. (i) 90%
(ii) 20
(iii) 30
(iv) 3

अभ्यास प्रश्नपत्र-1

विषय-गणित

कक्षा-IX

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश:

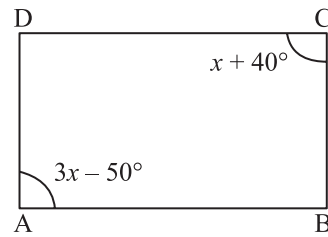
1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड हैं।
2. खंड A में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
3. खंड B में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
4. खंड C में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
5. खंड D में 4 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक के 5 अंक हैं।
6. खंड E में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाईयाँ हैं (प्रत्येक में 4 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के उपभागों के साथ।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि 5 अंकों के 2 प्रश्न 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड E के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि π का मान न दिया गया हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

खंड-A

खंड-A में कुल 20 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. $\sqrt[4]{3\sqrt{3^2}}$ बराबर है—
(a) $3^{-1/6}$ (b) $3^{1/6}$ (c) 3^{-6} (d) 3^6
2. किसी त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 3:5:7 है और इसका परिमाप 300 से.मी. है। इसका क्षेत्रफल होगा—
(a) $1000\sqrt{3}$ वर्ग से.मी. (b) $1500\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.
(c) $1700\sqrt{3}$ वर्ग से.मी. (d) $1900\sqrt{3}$ वर्ग से.मी.

3. यह दिया गया है $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ और $AB = 5$ से.मी., $\angle B = 40^\circ$ तथा $\angle A = 80^\circ$ तो इनमें से कौन-सा सत्य है?
- (a) $DF = 5$ से.मी., $\angle F = 60^\circ$ (b) $DF = 5$ से.मी., $\angle E = 60^\circ$
(c) $DE = 5$ से.मी., $\angle E = 60^\circ$ (d) $DE = 5$ से.मी., $\angle D = 60^\circ$
4. यदि $x^{1/3} + y^{1/3} + z^{1/3} = 0$ है तो कौन-सा समीकरण सही है?
- (a) $x^3 + y^3 + z^3 = 0$ (b) $x + y + z = 3x^{1/3} y^{1/3} z^{1/3}$
(c) $x + y + z = 3xyz$ (d) $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$
5. जब $P(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ तो $P(-1)$ का मान क्या है?
- (a) 3 (b) -1
(c) 9 (d) 1
6. $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ में हर का परिमेयकरण करने के लिए, इसे गुणा करेंगे—
- (a) $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$
(c) $\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a-b}}$ (d) $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}}$
7. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $x = 1, y = 2$ समीकरण $2x + 3y = k$ का एक हल है।
- (a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8
8. यदि बिंदु P, MN का मध्यबिंदु है तथा बिंदु C, MP का मध्यबिंदु है तो
- (a) $MC + PN = MN$ (b) $MP + CP = MN$
(c) $MC + CN = MN$ (d) $CP + CN = MN$
9. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। x का मान ज्ञात कीजिए।
- (a) 25°
(b) 80°
(c) 75°
(d) 45°



10. जीवा AB की केंद्र से दूरी 12 cm है तथा जीवा की लंबाई 10 cm है तो वृत्त का व्यास है—
- (a) 26 cm (b) 13 cm
(c) $\sqrt{244}$ cm (d) 20 cm
11. त्रिज्या $r/2$ तथा तिर्यक ऊँचाई $2l$ वाले शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है—
- (a) $2\pi(l+r)$ (b) $\pi r \left(l + \frac{r}{4} \right)$
(c) $\pi r(l+r)$ (d) $2\pi r$
12. एक बिंदु के कितने आयाम होते हैं?
- (a) 1 (b) 0
(c) 3 (d) 2
13. कक्षा 150–160 का वर्ग चिन्ह है—
- (a) 150 (b) 160
(c) 155 (d) 10
14. एक कक्षा का वर्ग चिन्ह 10 है तथा उसी कक्षा की वर्ग चौड़ाई 6 है। वर्ग की निचली सीमा है—
- (a) 5 (b) 7
(c) 8 (d) 8
15. x -अक्ष पर स्थित किसी बिंदु के निर्देशांक—
- (a) (x, y) (b) $(0, y)$
(c) $(x, 0)$ (d) (x, x)
16. वृत्त का केंद्र वृत्त के में स्थित है।
- (a) बहिर्भाग (b) अंतः भाग
(c) परिसीमा (d) इनमें से कोई नहीं
17. समांतर चतुर्भुज के क्रमागत कोण हैं—
- (a) बराबर (b) संपूरक
(c) पूरक (d) पूर्ण कोण

18. एक गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 cm^2 है। इसकी त्रिज्या है—

- (a) 7 से.मी. (b) 5 से.मी.
(c) 6 से.मी. (d) 8 से.मी.

निर्देश: प्रश्न संख्या 19-20 में अभिकथन (A) और दूसरा कारण (R) है। प्रत्येक प्रश्न में सही विकल्प को छाँटिए—

19. अभिकथन (A): -7 एक स्थिरांक बहुपद है।

कारण (R): स्थिरांक बहुपद की घात शून्य होती है।

- (a) अभिकथन (A) तथा कारण (R) दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या है।
(b) अभिकथन (A) तथा कारण (R) दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या नहीं है।
(c) A सत्य है, परन्तु R असत्य है।
(d) A असत्य है, परन्तु R सत्य है।

20. अभिकथन (A): घनाभ त्रिविमीय आकृति है।

कारण (R): एक ठोस के तीन आयाम होते हैं।

- (a) अभिकथन (A) तथा कारण (R) दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या है।
(b) अभिकथन (A) तथा कारण (R) दोनों सही हैं तथा R, A की सही व्याख्या नहीं है।
(c) A सत्य है, परन्तु R असत्य है।
(d) A असत्य है, परन्तु R सत्य है।

खंड-B

खंड-B में कुल 5 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. $0.\overline{47}$ को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

$27^{2/3} \times 27^{1/3} \times 27^{-4/3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

22. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएं 8 cm तथा 11 cm हैं और परिमाप 32 cm है।

23. उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $2x + 3y = 6$ का ग्राफ x -अक्ष और y -अक्ष को काटता है।

24. वह कोण ज्ञात कीजिए जो अपने पूरक का चार गुणा हो।

अथवा

यदि दो संपूरक कोणों के बीच का अंतर 40° है, तो छोटा कोण ज्ञात कीजिए।

25. $(3, 10)$ से गुजरने वाली किन्हीं दो रेखाओं के समीकरण लिखिए।

खंड-C

खंड-C में कुल 6 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

26. $\left[5(8^{1/3} + 27^{1/3})^3\right]^{1/4}$ को हल कीजिए।

27. एक त्रिभुजाकार खेत की विमाएँ 40 cm, 9 cm तथा 41 cm हैं। यदि एक क्यारी 18 cm^2 क्षेत्रफल घेरती है तो इस खेत में कितनी फूलों की क्यारियाँ बनाई जा सकती हैं?

28. यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

29. a और b का मान ज्ञात कीजिए:-

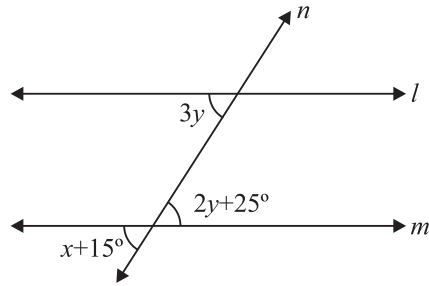
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = a + b\sqrt{6}$$

30. गुणनखंड कीजिए $8x^3 + \sqrt{27}y^3$

अथवा

यदि $P(x) = x^2 - 3x + 2$ है तो $P(1) + P(-1) + P(0)$ का मान ज्ञात कीजिए।

31. दी गई आकृति में $l \parallel m$ तथा n एक तिर्यक रेखा है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



खंड-D

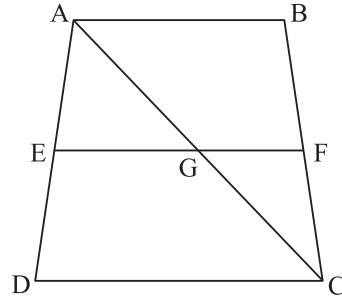
खंड-D में कुल 4 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

32. यदि $(x + 2)$ बहुपद $ax^3 + bx^2 + x - 6$ का एक गुणनखंड है तथा बहुपद को $(x - 2)$ से विभाजित करने पर शेषफल 4 प्राप्त होता है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।
33. प्रदर्शित कीजिए कि वर्ग की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने से प्राप्त चतुर्भुज भी एक वर्ग होता है।

अथवा

चित्र में, ABCD एक समलंब है जिसमें भुजा AB भुजा DC के समांतर है तथा E भुजा AD का मध्य-बिंदु है। यदि भुजा BC पर F बिंदु इस प्रकार है कि रेखाखंड EF भुजा

DC के समांतर है, तो सिद्ध कीजिए कि $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$



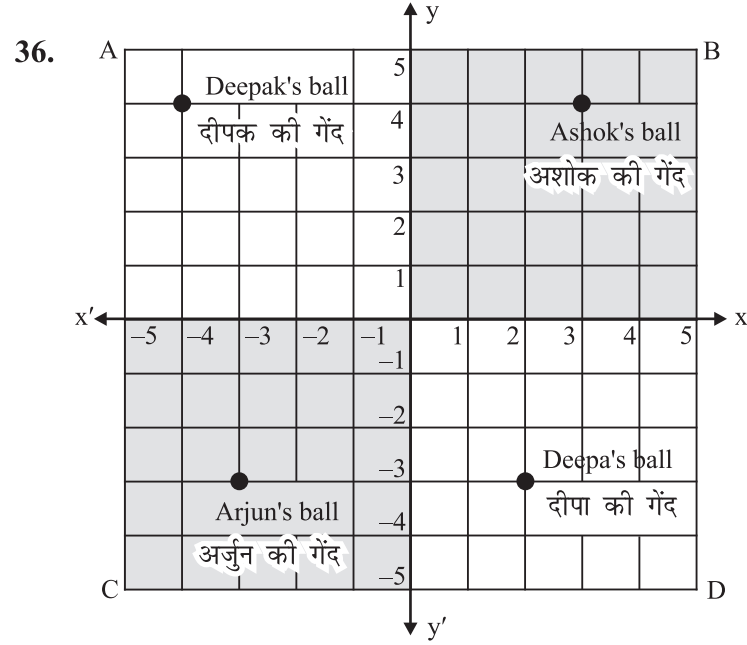
34. AC और BD एक वृत्त की जीवाएँ हैं, जो परस्पर समद्विभाजित करती हैं। सिद्ध कीजिए कि—
- (i) AC और BD व्यास है।
- (ii) ABCD एक आयत है।
35. यदि एक गोले का व्यास 25% घटा दिया जाता है, तो उसका वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल कितना प्रतिशत घट जाएगा?

अथवा

एक खोखले अर्धगोलीय बर्तन के आंतरिक और बाहरी व्यास क्रमशः 24 cm और 25 cm हैं। यदि 1 cm^2 पृष्ठ को रंगने का व्यय ₹0.05 है, तो संपूर्ण बर्तन को रंगने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए। ($\pi = 22/7$ उपयोग कीजिए)

खंड-E

खंड-E में कुल 3 केस स्टडी आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।



दिल्ली में एक कॉलोनी के बीच में एक वर्गाकार पार्क ABCD है। चार बच्चे दीपक, अशोक, अर्जुन और दीपा अपनी-अपनी गेंदों से खेलने गए। अशोक, दीपक, अर्जुन और दीपा की गेंदों का रंग क्रमशः लाल, नीला, पीला और हरा है।

सभी चार बच्चे अपनी गेंद को केंद्र बिंदु O से XOY, X'OY, X'OY' और XOY' की दिशा में घुमाते हैं। उनकी गेंदें रुक गईं जैसा कि ऊपर की छवि में दिखाया गया है।

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

- रेखा XOY' को क्या कहते हैं? (1 अंक)
- केंद्र बिंदु क्या कहलाता है? (1 अंक)
- अशोक और दीपा की गेंद के निर्देशांक क्या हैं? (2 अंक)

अथवा

- अर्जुन की गेंद की X-अक्ष और Y-अक्ष से दूरी कितनी है? (2 अंक)

37. COVID-19 महामारी, जिसे कोरोनावायरस महामारी के रूप में भी जाना जाता है, गंभीर तीव्र श्वसन सिंड्रोम कोरोना वायरस-2 (SARS-CoV-2) के कारण हुई थी। इसकी पहचान सबसे पहले दिसंबर 2019 में चीन के वुहान में हुई थी।

सर्वेक्षण के दौरान, COVID से संक्रमित और शहर के एक अस्पताल में भर्ती 80 रोगियों की आयु दर्ज की गई और एकत्र किए गए डाटा को बारंबारता बंटन तालिका द्वारा दर्शाया गया है।

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या
5-15	6
15-25	11
25-35	21
35-45	23
45-55	14
55-65	5

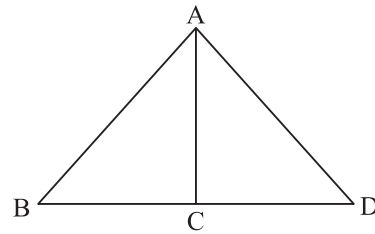
जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- (i) कौन से वर्ग अंतराल की उच्चतम बारंबारता है? (1 अंक)
(ii) कौन-सा आयु वर्ग सबसे कम प्रभावित हुआ? (1 अंक)
(iii) उपरोक्त आँकड़ों के लिए आयत चित्र बनाएं। (2 अंक)

अथवा

उपरोक्त आँकड़ों के लिए बारंबारता बहुभुज बनाइए। (2 अंक)

38. टीना के पास त्रिभुजों का एक चित्र है जिसमें भुजा $AB =$ भुजा AD और $\angle BAC = \angle DAC$ है।



उपरोक्त के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- (i) दी गई आकृति में सर्वांगसम त्रिभुजों के नाम लिखिए। (1 अंक)
(ii) ये त्रिभुज किस गुण से सर्वांगसम हैं? (1 अंक)
(iii) $\triangle ADC$ का कौन-सा कोण $\triangle ABC$ के $\angle ABC$ के बराबर है और क्यों? (2 अंक)

अथवा

क्या $CD = BC$ है? यदि हाँ तो क्यों? (2 अंक)

हल
खंड-A

1. (b) $3^{1/6}$
2. (b) $1500\sqrt{3}$ वर्ग सें.मी.
3. (b) $DF = 5$ सें.मी., $\angle E = 60^\circ$
4. (b) $x + y + z = 3x^{1/3}y^{1/3}z^{1/3}$
5. (d) 1
6. (d) $\frac{\sqrt{a}-b}{\sqrt{a}-b}$
7. (d) 8
8. (c) $MC + CN = MN$
9. (d) 45°
10. (a) 26 सें.मी.
11. (b) $\pi r \left(l + \frac{r}{4} \right)$
12. (b) 0
13. (c) 155
14. (b) 7
15. (c) $(x, 0)$
16. (b) अंतःभाग
17. (b) संपूरक
18. (a) 7 सें.मी.
19. (a)
20. (a)

खंड-B

21. माना $x = 0.\overline{47}$... (1)

$$100x = 47.\overline{47} \Rightarrow x = \frac{47}{99} \quad \dots(2)$$

अथवा

$$27^{\frac{2+\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

22. $a = 8$ cm, $b = 11$ cm

$$\text{परिमाप} = 32 \text{ cm} \Rightarrow c = 13 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{16(16-8)(16-11)(16-13)} \\ &= \sqrt{16 \times 8 \times 5 \times 3} = 8\sqrt{30} \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

23. x -अक्ष पर काटता है $\Rightarrow y = 0$

$$\text{अतः } 2x + 3y = 6 \Rightarrow x = 3$$

y -अक्ष पर काटता है $\Rightarrow x = 0$

$$\text{अतः } 2 \times 0 + 3y = 6 \Rightarrow y = 2$$

अतः अभीष्ट बिंदु $(3, 0)$ तथा $(0, 2)$ हैं।

24. माना कोण $= x$

$$\text{पूरक कोण} = 90^\circ - x$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } x = 4(90^\circ - x)$$

$$\Rightarrow x = 72^\circ$$

अथवा

$$\text{माना कोण} = x$$

$$\text{संपूरक कोण} = 180^\circ - x$$

$$\text{प्रश्नानुसार } x - (180^\circ - x) = 40^\circ$$

$$\Rightarrow x = 110^\circ$$

$$\text{अतः छोटा संपूरक कोण} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

25. $x + y - 13 = 0$

$$y - x - 7 = 0$$

$$26. \left[5 \left(8^{\frac{1}{3}} + 27^{\frac{1}{3}} \right)^3 \right]^{\frac{1}{4}} = \left[5(2+3)^3 \right]^{\frac{1}{4}} = (5 \times 5^3)^{\frac{1}{4}} = 5^{4 \times \frac{1}{4}} = 5^1 = 5$$

खंड-C

$$27. a = 40 \text{ cm}, b = 9 \text{ cm}, c = 41 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow S = 45$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)} \\ &= \sqrt{45(45-40)(45-9)(45-41)} \\ &= \sqrt{45 \times 5 \times 5 \times 9 \times 4 \times 4} = 180 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{क्वैरियों की संख्या} = \frac{180}{18} = 10$$

$$28. \text{ दिया है : } x^2 + y^2 = 49$$

$$x - y = 3 \Rightarrow (x - y)^2 = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 9 \Rightarrow xy = 20$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + y^2 + xy) = 3(49 + 20) = 207$$

$$29. \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = -5 - 2\sqrt{6} = a + b\sqrt{6}$$

$$a = -5, \quad b = -2$$

$$30. 8x^3 + \sqrt{27}y^3 = (2x)^3 + (\sqrt{3}y)^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= (2x + \sqrt{3}y)(4x^2 + 3y^2 - 2\sqrt{3}xy)$$

अथवा

$$P(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$P(1) = 1 - 3 + 2 = 3 - 3 = 0$$

$$P(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 2 = 6$$

$$P(0) = 0 - 3 \times 0 + 2 = 2$$

$$P(1) + P(-1) + P(0) = 6 + 2 = 8$$

31. $3y = 2y + 25^\circ$ (अन्तः एकांतर कोण)

$$3y - 2y = 25^\circ \Rightarrow y = 25^\circ$$

$$x + 15^\circ = 2y + 25^\circ \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$\Rightarrow x = 60^\circ$$

खंड-D

32. $-2a + b = 2$, $2a + b = 2$ हल करने पर $a = 0$, $b = 2$

35. 43.75%

अथवा

$$3\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2 + \pi \times 12^2 = \frac{245}{4}\pi$$

$$\text{कुल व्यय} = \frac{245}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{100} = ₹96.28$$

खंड-E

36. (i) x -अक्ष

(ii) मूल बिंदु

(iii) (3, 4) और (2, -3)

अथवा

3 मात्रक और 3 मात्रक

37. (i) 35-45 की सबसे अधिक बारंबारता है।

(ii) 55-65 की बारंबारता सबसे कम है।

तो यह सबसे कम प्रभावित हुआ।

38. (i) $\triangle ABC$ तथा $\triangle ADC$

(ii) SAS

(iii) $\angle ADC = \angle ABC$ है CPCT से

अथवा

$$CD = BC \text{ है CPCT से}$$

अभ्यास प्रश्नपत्र-2

विषय-गणित

कक्षा-IX

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश:

1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड हैं।
2. खंड A में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
3. खंड B में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
4. खंड C में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
5. खंड D में 4 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक के 5 अंक हैं।
6. खंड E में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाईयाँ हैं (प्रत्येक में 4 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के उपभागों के साथ।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालाँकि 5 अंकों के 2 प्रश्न 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड E के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि π का मान न दिया गया हो तो $\pi = 22/7$ लीजिए।

खंड-A

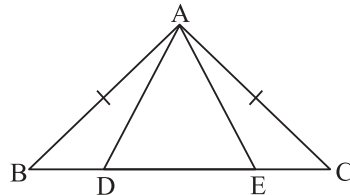
खंड-A में कुल 20 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. परिमेय संख्या $\frac{2}{25}$ बराबर है:-
(a) 0.08 (b) 0.8
(c) 0.02 (d) 0.2
2. $125^{-1/3}$ का मान है:-
(a) $\frac{1}{125}$ (b) $\frac{1}{15}$
(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{25}$

3. बहुपद $P(x) = (x + 1)(x + 2)$ के शून्यक हैं:-
 (a) -1, 2 (b) -1, -2
 (c) 1, -2 (d) 1, 2
4. यदि $x^2 + ax + 5$ का एक गुणखंड $(x - 1)$ हो तो a का मान होगा:-
 (a) 6 (b) 1
 (c) -6 (d) 3
5. रैखिक समीकरण $7x - 3y = 10$ के हल हैं:-
 (a) अद्वितीय (b) दो
 (c) कोई नहीं (d) अनंत हल
6. यदि $(1, 2)$ रैखिक समीकरण $4x + y = k$ का एक हल हो तो k का मान है।
 (a) 6 (b) -6
 (c) 5 (d) -5
7. यदि बिन्दु C, A और B दो बिन्दुओं के बीच इस प्रकार स्थित है कि $AC = BC$, तो

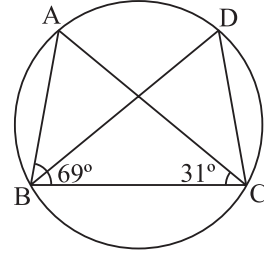


- (a) $AC = AB$ (b) $AC = \frac{1}{2} AB$
 (c) $AB = \frac{1}{2} AC$ (d) $AC = 2AB$
8. एक कोण जो अपने पूरक कोण का 4 गुना है:-
 (a) 45° (b) 60°
 (c) 72° (d) 18°
9. आकृति में, $AB = AC$ और $BE = CD$ है, यदि $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ हो तो $AD = ?$



- (a) AC (b) AE
 (c) AB (d) इनमें से कोई नहीं

10. एक चतुर्भुज के कोणों का अनुपात $1 : 2 : 2 : 4$ हो तो इसके क्रमशः कोणों का माप हैं,
 (a) $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$ (b) $120^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 60^\circ$
 (c) $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ (d) $40^\circ, 80^\circ, 80^\circ, 160^\circ$
11. चतुर्भुज PQRS के मध्य बिन्दुओं को क्रम अनुसार मिलाने पर प्राप्त चतुर्भुज एक आयत होगा, यदि
 (a) PQRS एक आयत है। (b) PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।
 (c) PQRS के विकर्ण परस्पर लम्ब है। (d) PQRS के विकर्ण समान है।
12. 10 cm व्यास वाले एक वृत्त में 6 cm लम्बी एक जीवा खींची जाए तो इसकी केन्द्र से दूरी होगी:-
 (a) 5 cm (b) 4 cm
 (c) 6 cm (d) 7 cm
13. आकृति में $\angle ABC = 69^\circ, \angle ACB = 31^\circ$ हो तो $\angle BDC$ हैं:-



- (a) 60° (b) 80°
 (c) 90° (d) 100°
14. l इकाई भुजा वाले समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल है:-
 (a) $\frac{\sqrt{3}}{4}l^2$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}l^2$
 (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}l$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}l$
15. $3r$ इकाई व्यास वाले गोले का आयतन होगा:-
 (a) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (b) $\frac{9}{2}\pi r^3$
 (c) $36\pi r^3$ (d) $\frac{27}{2}\pi r^3$

16. 6 cm त्रिज्या और 3.5 cm ऊँचाई वाले एक लम्ब वृतीय शंकु का आयतन है:

- (a) 127 cm^3 (b) 132 cm^3
(c) 137 cm^3 (d) 147 cm^3

17. वर्ग अंतराल के वर्ग चिन्ह और वर्ग माप क्रमशः 12.5 और 5 हैं, वह वर्ग अंतराल है।

- (a) 10-15 (b) 12-13
(c) 11-14 (d) 8-13

18. वर्ग अंतराल 15-25, 25-35 में 25 शामिल होगा:-

- (a) 15-25 में (b) 25-35 में
(c) दोनों अंतरालों (d) किसी में नहीं

प्रश्न 19 और 20 के लिए निर्देश: प्रश्न संख्या 19 और 20 में, अभिकथन (A) के एक कथन के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

19. अभिकथन (A): बहुपद $7y^5 - 2y^3 + 7y + 1$ की घात 5 है।

कारण (R): एक बहुपद में चर की अधिकतम घात वाले पद के घातांक को बहुपद की घात कहा जाता है।

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
(b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
(c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) गलत है।
(d) अभिकथन (A) गलत है लेकिन कारण (R) सत्य है।

20. अभिकथन (A): यदि $\triangle ABC$ में $\angle B = 70^\circ$ और $\triangle PQR$ में $\angle P = 70^\circ$ हो तो $\angle B = \angle P$
कारण (R): सभी समकोण बराबर होते हैं।

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
(b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
(c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) गलत है।
(d) अभिकथन (A) गलत है लेकिन कारण (R) सत्य है।

खंड-B

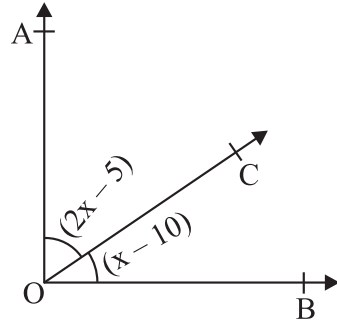
खंड-B में 2 अंक वाले कुल 5 प्रश्न हैं।

21. सरल कीजिए:- $(16^{-1/5})^{5/2}$

अथवा

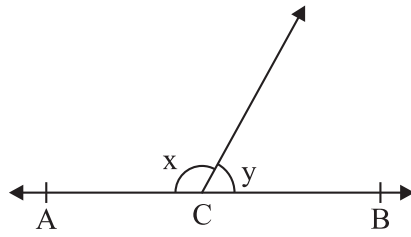
सरल कीजिए:- $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{3} - \sqrt{5})$

22. यदि बिन्दु $(2k - 3, k + 2)$ समीकरण $2x + 3y + 15 = 0$ के आलेख पर स्थित हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
23. बकरियों और मुर्गियों के झुंड में कुल पैरों की संख्या 40 है। इस स्थिति को दर्शाने के लिए दो चरों वाला रैखिक समीकरण बनाइए।
24. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी प्रत्येक समान भुजा 13 cm हो और आधार 24 cm हो।
25. आकृति में, $AO \perp OB$, $\angle AOC$ तथा $\angle BOC$ ज्ञात कीजिए।



अथवा

आकृति में, यदि ACB एक सरल रेखा है तथा $x : y = 2 : 1$ हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



खंड-C

खंड-C में 3 अंक वाले कुल 6 प्रश्न हैं।

26. मान ज्ञात कीजिए:-

$$\sqrt[4]{16} - 6\sqrt[3]{343} + 18\sqrt[5]{243} - \sqrt{196}$$

27. सरल कीजिए:-

$$(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{2})^2$$

28. यदि $a + b + c = 4$ तथा $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ हो, तो $ab + bc + ca$ का मान ज्ञात कीजिए।

29. गुणनखंड कीजिए:-

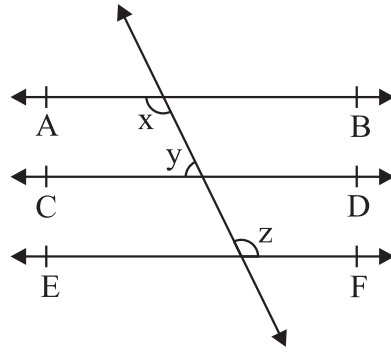
$$(x - y)^2 - 7(x^2 - y^2) + 12(x + y)^2$$

अथवा

सरल कीजिए:-

$$\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3}$$

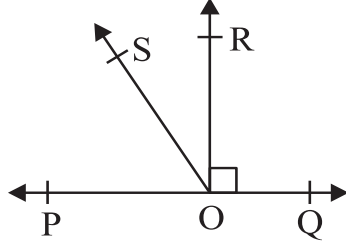
30. आकृति में, यदि $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ और $y : z = 3 : 7$ हो, तो x, y और z का मान ज्ञात कीजिए।



अथवा

आकृति में, POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लंब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए।

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$



31. एक शहर में एक त्रिभुजाकार पार्क की विमाएँ 30m, 26m और 28m हैं। एक माली इस पार्क में ₹1.50 प्रति वर्ग मी. की दर से घास लगाता है। माली को कुल कितनी राशि दी जाएगी?

खंड-D

खंड-D में 5 अंक वाले कुल 4 प्रश्न हैं।

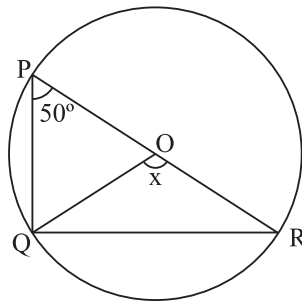
32. बहुपदों $ax^3 - 3x^2 + 4$ और $2x^3 - 5x + a$ को $(x - 2)$ से भाग करने पर शेषफल क्रमशः p और q प्राप्त होते हैं। यदि $p - 2q = 4$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए।
33. दर्शाइए कि एक समांतर चतुर्भुज के कोणों के समद्विभाजक एक आयत बनाते हैं।

अथवा

ABCD एक समचतुर्भुज है और P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्यबिंदु हैं। दर्शाइए कि PQRS एक आयत है।

34. सिद्ध कीजिए कि, एक चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अंतरित कोण का दुगुना होता है।

उपरोक्त कथन का प्रयोग करके निम्न आकृति में x का मान ज्ञात कीजिए।



अथवा

सिद्ध कीजिए कि किसी चतुर्भुज के अतः कोणों के समद्विभाजको से बना चतुर्भुज चक्रीय होता है।

35. किसी बस स्टॉप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 cm है और ऊचाई 1 m है। यदि इन शंकुओं के बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर ₹12 प्रति m^2 है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी?

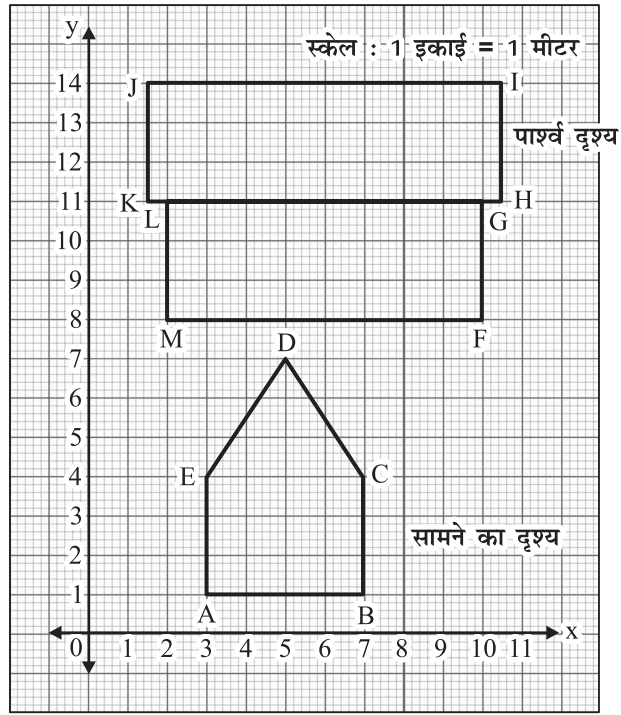
($\Pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)

खंड-E

खंड-E में 4 अंक वाले 3 केस आधारित प्रश्न हैं।

36. एक मकान के पार्श्व और सामने के दृश्य को ग्राफ शीट पर खींचा गया है।



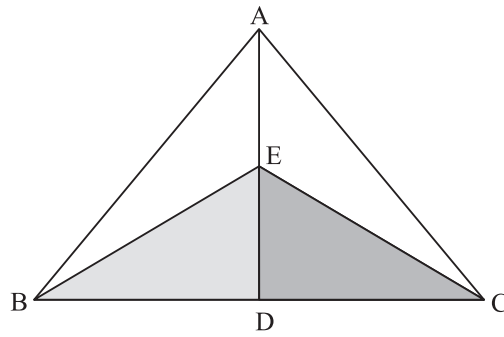


- (i) बिंदु A और B के निर्देशांक बताइए।
(ii) बिंदु बताइए जिनके निर्देशांक (5, 7) और (2, 11) हैं।
(iii) पंचभुज ABCDE का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

(G का भुज) – (J की कोटि) का अंतर ज्ञात कीजिए।

37. एक रंगोली प्रतियोगिता के दौरान अनन्या एक ज्यामितीय रंगोली बनाती है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है?



इसको मापने पर AB और AC तथा BE और CE समान पाए गए।

(i) त्रिभुज AEB और AEC की कौन-सी भुजा उभयनिष्ठ है?

(ii) क्या त्रिभुज BED और DEC सर्वांगसम है?

(iii) दर्शाइए कि $\angle ABE = \angle ACE$

अथवा

दर्शाइए कि $\angle ADC = 90^\circ$ है।

38. कक्षा IX-A की गणित मध्यावधि परीक्षा की अंक सूची नीचे दी गयी है:-

रोल न.	अंक (80 में से)	रोल न.	अंक (80 में से)
1	32	16	44
2	35	17	65
3	61	18	72
4	68	19	78
5	72	20	15
6	73	21	30
7	54	22	32
8	17	23	35
9	28	24	54
10	16	25	62
11	32	26	66
12	35	27	5
13	32	28	19
14	38	29	76
15	34	30	9

(i) सबसे कम और सबसे अधिक प्राप्तांक बताइए।

(ii) आंकड़ों का परिसर ज्ञात कीजिए।

(iii) वर्ग अंतराल 0-10, 10-20 और ऐसे ही आगे लेते हुए बारंबारता बंटन सारिणी बनाइए।

अथवा

वर्ग अंतराल 30-35 में कितने छात्रों ने अंक प्राप्त किए।

उत्तर
खंड-A

1. (a) 0.08
2. (c) $\frac{1}{5}$
3. (b) -1, -2
4. (c) -6
5. (d) अनंत, अनेक हल
6. (a) 6
7. (b) $AC = \frac{1}{2}AB$
8. (c) 72°
9. (b) AE
10. (d) $40^\circ, 80^\circ, 80^\circ, 160^\circ$
11. (c) PQRS के विकर्ण परस्पर लम्ब हैं।
12. (b) 4 cm
13. (b) 80°
14. (a) $\frac{\sqrt{3}}{4}l^2$
15. (b) $\frac{9}{2}\pi r^3$
16. (b) 132 cm^3
17. (a) 10-15
18. (b) 25-35
19. (a)
20. (b)

खंड-B

21. $\frac{1}{4}$
अथवा
 $\sqrt{15} - 5 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

22. $k = \frac{-15}{7}$
 23. $2x + y = 20$
 24. 60 cm^2
 25. $\angle AOC = 65^\circ; \angle BOC = 25^\circ$

अथवा

$$x = 120^\circ; y = 60^\circ$$

खंड-C

26. 0
 27. $-4\sqrt{14}$
 28. 1
 29. $(x + 2y)(3x + 5y)$

अथवा

$$(a + b)(b + c)(c + a)$$

30. $x = 126^\circ \quad y = 54^\circ \quad z = 126^\circ$
 31. ₹504

खंड-D

32. 4
 34. $x = 100^\circ$
 35. ₹384.34 (approx)

खंड-E

36. (i) A(3, 1) B(7, 1) (ii) D, L (iii) 18 वर्ग इकाई

अथवा

$$-4$$

37. (i) AE (ii) हाँ
 38. (i) 5, 78 (ii) 73
 (iii)

0.1	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
f	2	4	2	9	1	2	5	5

अथवा

$$6$$

अभ्यास प्रश्नपत्र-3

विषय-गणित

कक्षा-IX

समय : 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश:

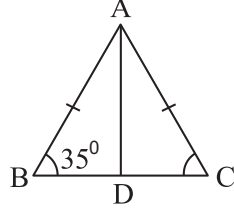
1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड A, B, C, D, E हैं।
2. खंड A में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक का 1 अंक है।
3. खंड B में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 2 अंक हैं।
4. खंड C में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 3 अंक हैं।
5. खंड D में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 5 अंक हैं।
6. खंड E में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाईयाँ हैं (प्रत्येक में 4 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के उपभागों के साथ।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि 5 अंकों के 2 प्रश्न, 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड E के 2 अंक वाले प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।
8. जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि π का मान न दिया गया हो, तो $\pi = 22/7$ लीजिए।

खंड-A

खंड-A में कुल 20 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

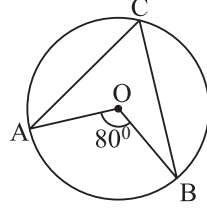
1. परिमेय संख्या $\frac{5}{7}$ सम-तुल्य है?
(a) $\frac{15}{17}$ (b) $\frac{25}{27}$
(c) $\frac{10}{14}$ (d) $\frac{10}{27}$
2. बहुपद $p(x) = 2x + 5$ का शून्यक है?
(a) 2 (b) $\frac{2}{5}$
(c) 5 (d) $\frac{-5}{2}$

3. यदि $a = 0$ हो तो बहुपद $ax^2 + bx + c$ का प्रकार होगा:-
 (a) रैखिक (b) द्विघात
 (c) त्रिघातीय (d) द्वि-द्विघाती
4. समीकरण $y = -x$ का ग्राफ किस बिन्दु से होकर गुजरेगा?
 (a) (1, 1) (b) (0, 1)
 (c) (-1, 1) (d) (0, 0)
5. किस समीकरण का ग्राफ x -अक्ष के समान्तर होगा?
 (a) $y = x + 1$ (b) $y = 2$
 (c) $x = 3$ (d) $x = 2y$
6. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने सम्पूरक कोण से 32° कम हो?
 (a) 148° (b) 60°
 (c) 74° (d) 55°
7. सलंगन आकृति में AD एक माध्यिका है। $\angle BAD$ का मान होगा:-



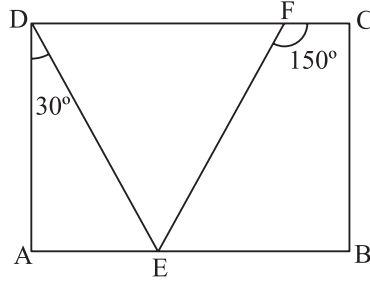
- (a) 70°
 (b) 55°
 (c) 110°
 (d) 35°
8. किसी अर्धगोले की त्रिज्या r हो तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा:-
 (a) $\frac{2}{3}\pi r^3$ (b) $3\pi r^2$
 (c) $2\pi r^2$ (d) $\frac{4}{3}\pi r^3$
9. त्रिभुज की भुजाएँ 3 : 4 : 5 के अनुपात में हैं। यदि त्रिभुज का परिमाप 36 सें.मी. है तो उसका क्षेत्रफल होगा:-
 (a) 72 cm^2 (b) 67 cm^2
 (c) 32 cm^2 (d) 54 cm^2
10. पांच संख्याओं का माध्य 30 है। यदि एक संख्या को निकाल दिया जाए तो नया माध्य 28 हो जाता है। निकाली गयी संख्या है:-
 (a) 38 (b) 35
 (c) 33 (d) 36

11. संलग्न आकृति में 'O' वृत्त का केन्द्र है। $\angle ACB$ का मान होगा:-



- (a) 80° (b) 40°
(c) 160° (d) 35°
12. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2}}$ बराबर है:-
(a) $2^{-1/6}$ (b) 2^{-6}
(c) $2^{1/6}$ (d) 2^6
13. निम्न में से कौन-सा अर्धवृत्त में बना कोण है:-
(a) 120° (b) 60°
(c) 180° (d) 90°
14. वर्ग अंतराल 90–120 का वर्ग चिन्ह है:-
(a) 90 (b) 105
(c) 115 (d) 120
15. निम्न में से गोले के आयतन का सूत्र है:-
(a) $\frac{1}{3}\pi r$ (b) $\frac{2}{3}\pi r$
(c) πr^2 (d) $\frac{4}{3}\pi r^3$
16. तीन सरेखीय बिन्दुओं से रेखा / रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
(a) केवल एक (b) दो
(c) तीन (d) इनमें से कोई नहीं
17. यदि एक समचतुर्भुज की दो क्रमागत भुजाएँ $3x-6$ और $x+14$ हों तब समचतुर्भुज का परिमाप होगा:-
(a) 10 (b) 24
(c) 70 (d) 96

18. दी गयी आकृति एक आयत ABCD है। यदि $\angle ADE = 30^\circ$ और $\angle CFE = 150^\circ$ हो तो $\angle DEF$ का मान होगा?



- (a) 90° (b) 75°
(c) 110° (d) 85°
19. अभिकथन: एक बिंदु के माध्यम से अनंत रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
कारण: एक बिन्दु से हम केवल दो रेखाएँ खींच सकते हैं।
(a) अभिकथन और कारण दोनों सही हैं और कारण अभिकथन की सही व्याख्या करता है।
(b) अभिकथन और कारण दोनों सही हैं लेकिन कारण अभिकथन के लिए सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(c) कथन सही है लेकिन कारण गलत है।
(d) अभिकथन और कारण दोनों गलत हैं।
20. अभिकथन: गैर शून्य स्थिर बहुपद की डिग्री शून्य है।
कारण: दो पदों वाले बहुपद को द्विपद कहा जाता है।
(a) अभिकथन और कारण दोनों सही हैं और कारण अभिकथन की सही व्याख्या करता है।
(b) अभिकथन और कारण दोनों सही हैं लेकिन कारण अभिकथन के लिए सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(c) कथन सही है लेकिन कारण गलत है।
(d) अभिकथन और कारण दोनों गलत हैं।

खंड-B

खंड-B में कुल 5 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. x का मान ज्ञात कीजिए, यदि $(\sqrt{3})^x = 3^7$

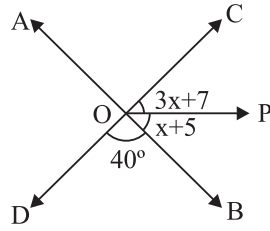
अथवा

जोड़िए:- $\sqrt{125} + 2\sqrt{27}$ तथा $-5\sqrt{5} - \sqrt{3}$

22. $x = 2, y = 3$ के लिए समीकरण $5x + 3py = 4a$ से p का मान ज्ञात कीजिए।

23. बिना आलेख बनाए उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण $5x + 2y = 10$ का आलेख दोनों अक्ष को काटता है।

24. दी गई आकृति में AB व CD दो सरल रेखाएँ हैं जो बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। OP एक किरण है। $\angle AOD$ व ' x ' का मान ज्ञात कीजिए।



अथवा

वह कोण ज्ञात कीजिए जो अपने पूरक कोण का चार गुना है।

25. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि उसकी एक भुजा की लम्बाई 4 सें.मी. हो।

खंड-C

खंड-C में कुल 6 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

26. मान ज्ञात कीजिए:- $\frac{2^{38} + 2^{37} + 2^{36}}{2^{39} + 2^{38} + 2^{37}}$

27. a का मान ज्ञात कीजिए यदि $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$.

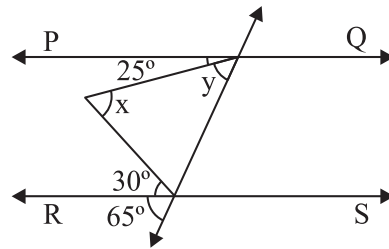
28. गुणनखण्ड कीजिए: $64a^2 + 96ab + 36b^2$

अथवा

यदि $x^2 + y^2 = 49$ तथा $x - y = 3$ तो $x^3 - y^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

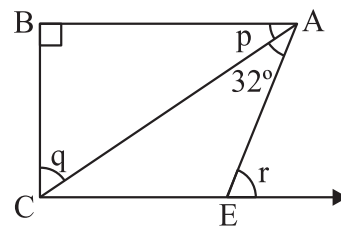
29. गुणनफल ज्ञात कीजिए:- $\left(p - \frac{1}{p}\right)\left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^4 + \frac{1}{p^4}\right)$

30. संलग्न चित्र में, $PQ \parallel RS$, x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।



अथवा

दी गई आकृति में यदि $p : q = 11 : 19$ तथा $AB \parallel CE$ है तो p, q तथा r का मान ज्ञात कीजिए।



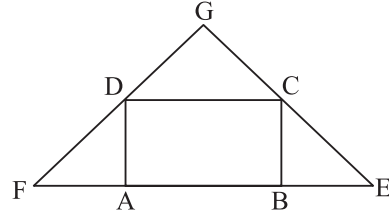
31. एक त्रिभुज का परिमाप 50 सें.मी. है। इसकी एक भुजा सबसे छोटी भुजा से 4 सें.मी. लंबी है व तीसरी भुजा सबसे छोटी भुजा के दुगुने से 6 सें.मी. कम है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

खंड-D

खंड-D में कुल 4 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

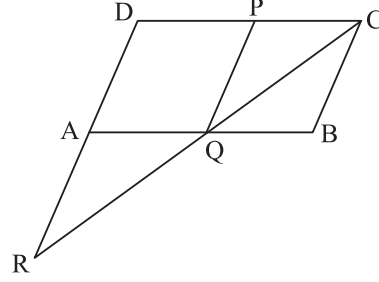
32. यदि $(x + 4)$ बहुपद $x^3 - x^2 - 14x + 24$ का गुणनखंड है तो शेष गुणनखंड भी ज्ञात कीजिए।

33. समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजा AB को दोनों ओर बिन्दु E और F तक इस प्रकार बढ़ाया गया कि $BE = BC$ और $AF = AD$ है। दर्शाइए कि EC और FD को बढ़ाने पर वह दोनों समकोण बनाते हैं।



अथवा

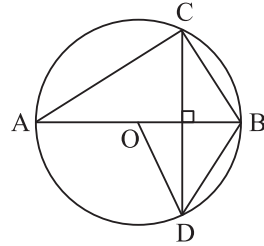
समांतर चतुर्भुज ABCD में बिन्दु P भुजा CD का मध्य बिन्दु है। C से गुजरती हुई रेखा PA के समांतर है और AB को Q पर काटती है और बढ़ी हुई भुजा DA को R पर। सिद्ध कीजिए कि $DA = AR$ तथा $CQ = QR$ है।



34. सिद्ध कीजिए कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अंतरित कोण उसी चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगना होता है।

अथवा

आकृति में, O वृत्त का केन्द्र, $BD = OD$ और $CD \perp AB$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए।



35. एक अर्धगोलकार कटोरे को ₹20 प्रति 100 वर्ग मीटर की लागत से अंदर से रंगना है। रंगाई का कुल खर्च ₹30.80 है। ज्ञात कीजिए:-
- कटोरे का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल।
 - कटोरे के अंदर मौजूद हवा का आयतन।

खंड-E

खंड-E में 4 अंक वाले कुल 3 प्रश्न हैं।

36. एक वन महोत्सव सप्ताह में 25 स्कूलों द्वारा 50-50 वृक्ष लगाए गए। एक माह बाद उन स्कूलों में जीवित वृक्षों की संख्या निम्नलिखित है:-



30	27	26	32	40
32	26	25	30	20
38	30	29	15	21
25	27	21	20	29
42	40	37	16	22

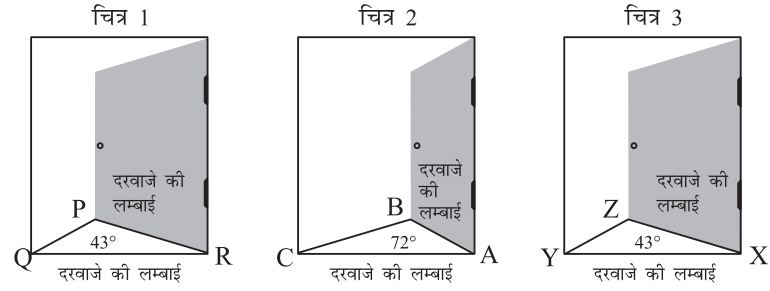
- (i) वर्ग माप 5 का उपयोग करते हुए बारम्बारता सारणी बनाइए। 2

अथवा

दिए गए आँकड़ों का परिसर ज्ञात कीजिए।

- (ii) कितने विद्यालयों में 35-40 के बीच पौधे जीवित हैं? 1
- (iii) किस वर्ग की बारम्बारता न्यूनतम है? 1

37. रितेश ने कक्षा में प्रवेश करने के लिए दरवाजे को 43° के कोण तक खोला। विद्यालय में आधी छुट्टी के दौरान कक्षा में बाहर जाने के लिए रितेश ने दरवाजे को 72° के कोण तक खोला। आधी छुट्टी के बाद कक्षा में प्रवेश करने के लिए उसने दोबारा 43° के कोण पर दरवाजे को खोला। दरवाजे की लम्बाई 80 सें.मी. है।

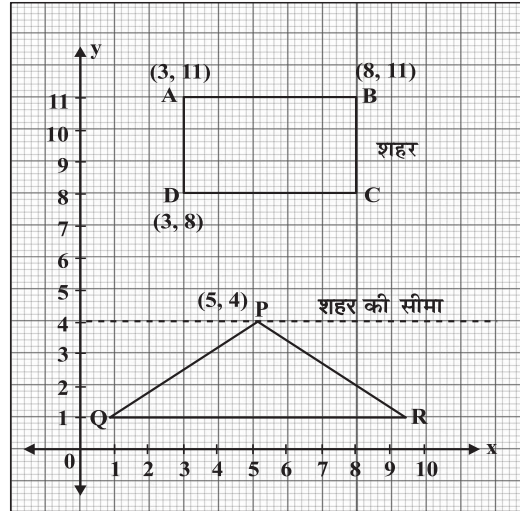


- (i) दरवाजे को खोलने पर बनने वाले त्रिभुज का प्रकार क्या है? 1
- (ii) इन त्रिभुजों में से कौन से सर्वांगसम हैं? 1
- (iii) $\angle P$ का माप क्या है? 2

अथवा

$\triangle ABC$ में सबसे बड़ी भुजा कौन सी है?

38. MNQ विद्यालय गरीब बच्चों को मुफ्त शिक्षा की सुविधा प्रदान करते हैं। एक शहर की नगरपालिका ऐसा ही एक विद्यालय अपने शहर के एक आयताकार प्लॉट ABCD पर खोलना चाहती है, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यह प्लॉट अमर सिंह का था जो कि इसे एक अन्य त्रिभुजाकार प्लॉट PQR से बदलने को तैयार हैं जो शहर से बाहर है। दी गई जानकारी व आकृति के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-



- (i) शीर्ष C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) बिंदु C की x -अक्ष से लंबवत् दूरी ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) D से y -अक्ष पर बने लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

BC की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर

1. (c) 10/14
2. (d) $-5/2$
3. (a) रैखिक
4. (c) $(-1, 1)$
5. (b) $y = 2$
6. (c) 74°
7. (b) 55°
8. (b) $3\pi^2$
9. (d) 54 cm^2
10. (a) 38°
11. (b) 40°
12. (c) 2^6
13. (d) 90°
14. (b) 105
15. (d) $\frac{4}{3}\pi r^3$
16. (a) केवल एक
17. (d) 96
18. (a) 90°
19. (c)
20. (b)
21. $x = 14$ अथवा $5\sqrt{3}$
22. $P = \frac{4a-10}{9}$
23. (0, 5) और (2, 0)
24. $x = 32^\circ$, $\angle AOD = 140^\circ$ अथवा 72°
25. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

26. $\frac{1}{2}$
27. $a = -2$
28. $(8a + 6b)^2$ अथवा 207
29. $P^8 - \frac{1}{q^8}$
30. $x = 55^\circ, y = 40^\circ$ अथवा $33^\circ, 57^\circ, 65^\circ$
31. 13, 17, 20, 109.6 cm^2
32. $(x - 3)(x - 2), p(10) = 56, p(20) = 306, p(50) = 2256$
34. 30°
35. $154 \text{ m}^2, 251.5 \text{ m}^3$
36. (i) बारम्बारता सारणी अथवा 27
(ii) 2
(iii) (15-20) और (35-40)
37. (i) समद्विबाहु
(ii) ΔPQR और ΔXYZ अथवा BC
(iii) $68\frac{1}{2}^\circ$ अथवा BC
38. (i) (8, 8)
(ii) 8 मात्रक
(iii) (0,8)
अथवा
3 मात्रक

NOTES
