शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री

(2025-26)

कक्षा : दसवीं

गणित

मार्गदर्शनः

श्री पांडुरंग के. पोले

सचिव (शिक्षा)

वेदिता रेड्डी

निदेशक, (शिक्षा और खेल विभाग)

डॉ. रीता शर्मा

अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयक:

श्री परविंदर कुमार	**श्रीमती रितु सिंघल**	**श्री कृष्ण कुमार**	**श्री तुषार सलूजा**
उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)	विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)	विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)	विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में बिजेन्द्र कुमार, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2,पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा **मुद्रक : पलक प्रिंटर्स, 6, मोहक्कमपुर, फेस-2, दिल्ली रोड, मेरठ (उत्तर प्रदेश)**

पांडुरंग के. पोले, भा.प्र.से
सचिव (शिक्षा)

PANDURANG K. POLE, IAS
SECRETARY (Education)

सत्यमेव जयते

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली–110054
दूरभाष: 011–23890187, 23890119
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone: 23890187, 23890119
E-mail : sccyedu@nic.in

D.O. NO. : DE.5/228/Exam/Message/S.M/2018/249
Date : 07/11/2025

MESSAGE

The Directorate of Education remains steadfast in its vision to achieve excellence in the academic domain and its commitment to develop meaningful, engaging, and child-friendly learning content.

Each year, the Directorate carefully reviews and updates the Support Material to ensure alignment with the latest CBSE guidelines and emerging academic developments.

The Support Material provides comprehensive academic support through well-structured practice questions and exercises that strengthen conceptual understanding and exam readiness and aims to nurture students' critical thinking, analytical abilities, and problem-solving skills. Through such sustained efforts, the Directorate of Education continues to guide students towards academic excellence and holistic growth.

This Support Material is intended to bridge classroom learning and examination preparation, enabling students to consolidate knowledge through systematic practice. It has been thoughtfully designed for students, with the belief that its effective use will strengthen their understanding and support them in achieving their learning goals with confidence.

I appreciates the dedication and collaborative effort of all those involved in the development of this material and extends my best wishes to all students —may this Support Material serve as an essential academic aid, enhancing students' confidence and preparedness for examinations.

Best Wishes.

(Pandurang K. Pole)

VEDITHA REDDY, IAS
Director, Education & Sports

Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Old Secretariat
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
E-mail :diredu@nic.in

सत्यमेव जयते

DE-5/228/Exam/Message/S-m/2018/402
dated - 09/05/25

MESSAGE

Education is the cornerstone of a progressive society, and providing students with the right learning resources is essential for their academic and personal growth. Keeping this in mind, the Directorate of Education, GNCT of Delhi, develops comprehensive Support Material every year for various subjects of Classes IX to XII.

The support material serves as an additional study resource to supplement textbooks by offering clear and easy-to-understand explanation of complex topics. Our dedicated team of expert faculty members has meticulously reviewed and updated this material, aligning it with the latest CBSE syllabus, question paper pattern and assessment guidelines. Our effort is to simplify difficult concepts and make them more accessible to students, helping them save time and effort with ready references for effective preparation.

As Ruskin Bond beautifully said, "Education must inspire the spirit of inquiry, Creativity and Joy" True learning goes beyond memorisation-it encourages curiosity, fosters creativity, and makes the learning process meaningful and enjoyable.

In alignment with the vision of NEP 2020, the CBSE framework now places emphases on competency-based assessments for 50% of the evaluation, highlighting the need for students to develop critical thinking and problem-solving skills. The Support Material is designed to help students analyse concepts deeply, think innovatively, and apply their knowledge affectively, ensuring they are well-prepared not only for exams but also for real-life challenges.

I appreciate the dedicated efforts of the entire team of subject experts in developing this valuable learning resource. I am confident that both teachers and students will make the best use of these material to enhance learning and academic success.

Wishing all students great success in their exam and a bright, fulfilling future ahead.

Veditha

(VEDITHA REDDY, IAS)

Dr. RITA SHARMA
Additional Director of Education
(School/Exam)

सत्यमेव जयते

Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Ph. : 23890185

D.O. No. DE.5/228/Exam/Message/SM/2013/1096
Dated-..02/07/2025......

MESSAGE

The persistent efforts of the Directorate in making the course material more accessible and student-friendly are evident in the conscientious preparation of the Support Material. Our team consistently adapts to the evolving educational landscape, ensuring that the Support Material for the various subjects of classes 9 to 12 align with the latest CBSE guidelines and syllabi prescribed for the annual examinations.

The Support Material encapsulates crucial subject-specific points and facts, tailored to suit the students, all presented in a lucid language. It is our firm belief that these resources will significantly augment the academic prowess of our students, empowering them to excel in their upcoming examinations.

I extend my heartfelt congratulations to the diligent officials and teachers whose dedication and expertise have played a pivotal role in crafting this invaluable content/resource.

I convey my best wishes to all our students for a future brimming with success. Remember, every page you read is a step towards an enlightened tomorrow.

Rita Sharma

(Dr Rita Sharma)

शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री
(2025-26)

गणित

कक्षा : दसवीं

निःशुल्क वितरण हेतु

दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक [1][**संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य**] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की **स्वतंत्रता,**

प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन **सब में**

व्यक्ति की गरिमा और [2][**राष्ट्र की एकता**

और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को **एतद्द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।**

---

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) ''राष्ट्र की एकता'' के स्थान पर प्रतिस्थापित।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a [1]**[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the [2][unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

---

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य – भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे;

(ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण बनाए रखे;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो महिलाओं के सम्मान के विरुद्ध हों;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू सके; और

(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य को शिक्षा के अवसर प्रदान करे।

Constitution of India

Part IV A (Article 51 A)

Fundamental Duties

It shall be the duty of every citizen of India —

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers, wildlife and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence;

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

*(k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

Note: The Article 51A containing Fundamental Duties was inserted by the Constitution (42nd Amendment) Act, 1976 (with effect from 3 January 1977).

*(k) was inserted by the Constitution (86th Amendment) Act, 2002 (with effect from 1 April 2010).

Team Members for Review of Support Material

S.No.	Name & Designation	Name of School/Branch
1.	Mr. Narender Kumar (Principal) ***Group Leader***	Sarvodaya Bal Vidyalaya Anandwas, Lok Vihar, Delhi
2.	Mr. Tarun Kumar TGT	Govt. Co-Ed SV Dichaon Kalan Exam Branch, DoE, Delhi
3.	Mr. Naveen Sangwan TGT	Core Academic Unit, Exam Branch, DoE, Delhi
4.	Mr. Manish Jain TGT	Sarvodaya Vidyalaya, Sector-III, Rohini, Delhi
5.	Mr. Abadhesh Kumar Singh Lecturer	Sarvodaya Co-Ed Vidyalaya, Mukhmel Pur, Delhi
6.	Mr. Nitin Bhardwaj TGT	R.P.V.V., Phase-II, Sector-21, Rohini, Delhi
7.	Mohammad Sharib Azeem TGT	Dr. Zakir Husain Mem. Sr. Sec. School, Jafrabad, Delhi

SESSION- (2025-26)
CLASS-X
Subject: Mathematics (Code: 041 & 241)
Course Structure

Units	Unit Name	Marks
I	Number Systems	06
II	Algebra	20
III	Coordinate Geometry	06
IV	Geometry	15
V	Trigonometry	12
VI	Mensuration	10
VII	Statistics and Probability	11
	Total	**80**

S. No.	Content	Competencies	Explanation
	UNIT I: NUMBER SYSTEMS		
1.	**REAL NUMBERS** 1. Fundamental Theorem of Arithmetic - statements after reviewing work done earlier and after illustrating and motivating through examples 2. Proofs of irrationality of $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$	• Develops understanding of numbers, including the set of real numbers and its properties. • Extends the understanding of powers (radical powers) and exponents. • Applies Fundamental Theorem of Arithmetic to solve problems related to real life contexts.	• Describes Fundamental Theorem of Arithmetic with examples • Prove algebraically the Irrationality of numbers like $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, 3 + 2\sqrt{5}$ etc.
	UNIT II: ALGEBRA		
1.	**POLYNOMIALS** 1. Zeros of a polynomial 2. Relationship between zeros and coefficients of quadratic polynomials.	• develops a relationship between algebraic and graphical methods of finding the zeroes of a polynomial.	• Find the zeros of polynomial graphically and algebraically and verifying the relation between zeros and coefficients of quadratic polynomials.

2.	**PAIR OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES** 1. Pair of linear equations in two variables and graphical method of their solution, consistency/inconsistency. 2. Algebraic conditions for number of solutions. 3. Solution of a pair of linear equations in two variables algebraically - by substitution, by elimination. Simple situational problems.	• Describes plotting a pair of linear equations and graphically finding the solution. • Models and solves contextualised problems using equations (e.g., simultaneous linear equations in two variables).	• Find the solution of pair of linear equations in two variables graphically and algebraically (substitution and elimination method)
3.	**QUADRATIC EQUATIONS** 1. Standard form of a quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$. 2. Solutions of quadratic equations (only real roots) by factorization, and by using quadratic formula. Relationship between discriminant and nature of roots. 3. Situational problems based on quadratic equations related to day-to-day activities to be incorporated	• demonstrates strategies of finding roots and determining the nature of roots of a quadratic equation.	• Solves quadratic equations using factorization and quadratic formula • Determines the nature of roots using discriminant • Formulates and solves problems based on real life context
4.	**ARITHMETIC PROGRESSIONS** 1. Motivation for studying Arithmetic Progression 2. Derivation of the nth term and sum of the first n terms of AP and their application in solving daily life problems.	• Develops strategies to apply the concept of A.P. to daily life situations.	• Applies concepts of AP to find the nth term and sum of n terms. • Application of AP in real life problems

UNIT III: COORDINATE GEOMETRY			
1.	**Coordinate Geometry** 1. **Review:** Concepts of coordinate geometry. Distance formula. Section formula (internal division).	• Derives formulae to establish relations for geometrical shapes in the context of a coordinate plane, such as, finding the distance between two given points, to determine the coordinates of a point between any two given points.	• Solves problems using distance formula and section formula
UNIT IV: GEOMETRY			
1.	**TRIANGLES** Definitions, examples, counter examples of similar triangles. 1. (Prove) If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio. 2. State (without proof) If a line divides two sides of a triangle in the same ratio, the line is parallel to the third side. 3. State (without proof) If in two triangles, the corresponding angles are equal, their corresponding sides are proportional and the triangles are similar. 4. State (without proof) If the corresponding sides of two triangles are proportional, their corresponding angles are equal and the two triangles are similar. 5. State (without proof) If one angle of a triangle is equal to one angle of another triangle and the sides including these angles are proportional, the two triangles are similar.	• works out ways to differentiate between congruent and similar figures. • establishes properties for similarity of two triangles logically using different geometric criteria established earlier such as, Basic Proportionality Theorem, etc.	• Prove Basic Proportionality theorem and applying the theorem and its converse in solving questions • Prove similarity of triangles using different similarity criteria

2.	**CIRCLES** Tangent to a circle at point of contact. 1. (Prove) The tangent at any point of a circle is perpendicular to the radius through the point of contact. 2. (Prove) The lengths of tangents drawn from an external point to a circle are equal.	• derives proofs of theorems related to the tangents of circles.	• Prove the theorems based on the tangent to a circle. • Applies the concept of tangents of circle to solve various problems.
UNIT V: TRIGONOMETRY			
1.	**INTRODUCTION TO TRIGONOMETRY** 1. Trigonometric ratios of an acute angle of a right-angled triangle. Proof of their existence (well defined) 2. Motivate the ratios whichever are defined at $0°$ and $90°$. Values of the trigonometric ratios of $30°$, $45°$ and $60°$. 3. Relationships between the ratios.	• Understands the definitions of the basic trigonometric functions (including the introduction of the sine and cosine functions).	• Evaluates trigonometric ratios • Describes trigonometric ratios of standard angles and solving related expressions
2.	**TRIGONOMETRIC IDENTITIES** 1. Proof and applications of the identity $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. 2. Only simple identities to be given.	• Uses Trigonometric identities to solve problems.	• Proves trigonometric identities using $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ and other identities
3.	**HEIGHTS AND DISTANCES: Angle of elevation, Angle of Depression.** 1. Simple problems on heights and distances. Problems should not involve more than two right triangles. Angles of elevation / depression should be only 30°, 45°, and 60°.	• Applies Trigonometric ratios in solving problems in daily life contexts like finding heights of different structures or distance from them.	• Find heights and distances in real life word problems using trigonometric ratios

UNIT VI: MENSURATION			
1.	**AREAS RELATED TO CIRCLES** 1. Area of sectors and segments of a circle. 2. Problems based on areas and perimeter /circumference of the above said plane figures. (In calculating area of segment of a circle, problems should be restricted to central angle of 60°, 90° and 120° only.	• Derives and uses formulae to calculate areas of plane figures.	• Visualises and evaluates areas of sector and segment of a circle
2.	**SURFACE AREAS AND VOLUMES** 1. Surface areas and volumes of combinations of any two of the following: cubes, cuboids, spheres, hemispheres and right circular cylinders/cones.	• Visualises and uses mathematical thinking to discover formulae to calculate surface areas and volumes of solid objects (cubes, cuboids, spheres, hemispheres, right circular cylinders/cones, and their combinations).	• Evaluates the surface areas and volumes of combinations of solids by visualisation
UNIT VII: STATISTICS AND PROBABILITY			
1.	**STATISTICS** 1. Mean, median and mode of grouped data (bimodal situation to be avoided).	• calculates mean, median and mode for different sets of data related with real life contexts.	• Computes the mean, of a grouped frequency distribution using direct, assumed mean and step deviation method. • Computes the median and mode of grouped frequency distribution by algebraic method
2.	**PROBABILITY** 1. Classical definition of probability. 2. Simple problems on finding the probability of an event.	• Applies concepts from probability to solve problems on the likelihood of everyday events.	• Determines the probabilities in simple real-life problems

PRESCRIBED BOOKS:

1. Mathematics - Textbook for class IX - NCERT Publication
2. Mathematics - Textbook for class X - NCERT Publication
3. Guidelines for Mathematics Laboratory in Schools, class IX - CBSE Publication
4. Guidelines for Mathematics Laboratory in Schools, class X - CBSE Publication
5. Laboratory Manual - Mathematics, secondary stage - NCERT Publication
6. Mathematics exemplar problems for class IX, NCERT publication
7. Mathematics exemplar problems for class X, NCERT publication.

MATHEMATICS- STANDARD (Code – 041)
QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-X (2025-26)

Time: 3 Hours *Max. Marks: 80*

S.No.	Typology of Questions	Total Marks	% Weightage (approx)
1	**Remembering:** Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts, and answers. **Understanding:** Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas	60	75
2	**Applying:** Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.	12	15
3	**Analysing:** Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations **Evaluating:** Present and defend opinions by making judgments about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria. **Creating:** Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.	8	10
	Total	80	100

INTERNAL ASSESSMENT	20 MARKS
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5 + 5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

MATHEMATICS-Standard

QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-X (2025-26)

Time: 3 Hours ***Max. Marks: 80***

S.No.	Typology of Questions	Total Marks	% Weightage (approx)
1	**Remembering:** Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts, and answers. **Understanding:** Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas	43	54
2	**Applying:** Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.	19	24
3	**Analysing:** Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations **Evaluating:** Present and defend opinions by making judgments about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria. **Creating:** Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.	18	22
	Total	80	100

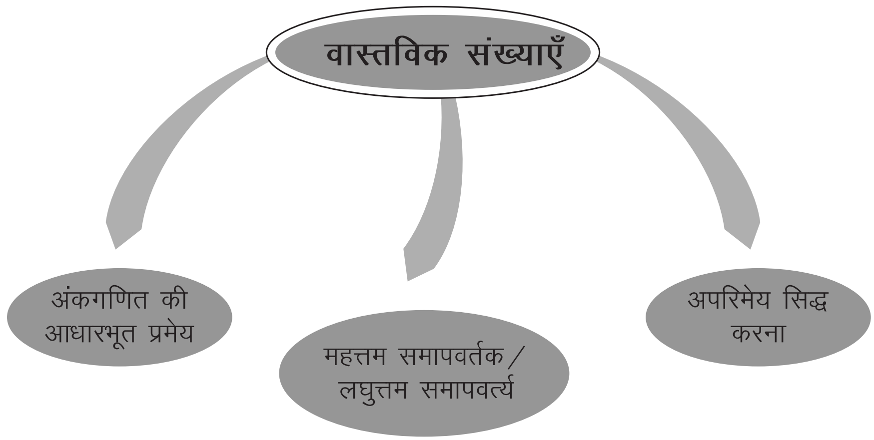
INTERNAL ASSESSMENT	20 MARKS
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5 + 5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

विषय-तालिका

क्रम सं.	विषय सामग्री	पृष्ठ संख्या
1.	वास्तविक संख्याएँ	01–11
2.	बहुपद	12–22
3.	दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म	23–32
4.	द्विघात समीकरण	33–52
5.	समांतर श्रेढ़ियाँ	53–69
6.	त्रिभुज	70–95
7.	निर्देशांक ज्यामिति	96–106
8.	त्रिकोणमिति का परिचय	107–117
9.	त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग	118–127
10.	वृत्त	128–148
11.	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	149–168
12.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	169–187
13.	सांख्यिकी	188–203
14.	प्रायिकता	204–222
•	स्थिति आधाारित प्रश्न (Case Based Questions)	223–256
•	अभिकथन व तर्क आधारित प्रश्न	257–264
•	अभ्यास प्रश्न-पत्र	265–305

अध्याय 1

वास्तविक संख्याएँ



महत्त्वपूर्ण बिन्दु

- **अंकगणित की आधारभूत प्रमेय** : प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है तथा यह गुणनखंड अभाज्य गुणनखण्डों के आने वाले क्रम के बिना अद्वितीय होता है।

  HCF (a, b) × L.C.M. (a, b) = a × b
- यदि p कोई अभाज्य संख्या है और p, a^2 को विभाजित करता है तो p, a को भी विभाजित करेगा, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक हैं।
- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।
- एक शून्योतर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योग या अंतर या गुणनफल या भागफल एक अपरिमेय संख्या होती है।
- अभाज्य गुणनखण्डों के द्वारा H.C.F. या L.C.M. ज्ञात करना।

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि n एक वास्तविक संख्या है तो $25^{2n} - 9^{2n}$ विभाज्य होगा

   (a) 16 (b) 34 (c) 16 तथा 34 दोनों (d) इनमें से कोई नहीं

2. यदि (2520, 6600) का महत्तम समापवर्तक (HCF) = 120 और लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) = 252k है, तो 'k' का मान है:

   (a) 165 (b) 550

   (c) 990 (d) 1650

3. सबसे छोटी अभाज्य संख्या और सबसे छोटी भाज्य संख्या के महत्तम समापवर्तक (HCF) और लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) का गुणनफल है:

   (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

4. यदि दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) 3600 है, तो निम्नलिखित में से कौन उनका महत्तम समापवर्तक (HCF) नहीं हो सकता है?

   (a) 600 (b) 500 (c) 400 (d) 150

5. सबसे छोटी अभाज्य संख्या और सबसे छोटी भाज्य संख्या के HCF तथा LCM का अनुपात है:

   (a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 1 : 3 (d) 1 : 1

6. वह बड़ी–से–बड़ी संख्या जिससे 30 और 80 को भाग देने पर शेषफल क्रमशः 2 तथा 3 बचे, है:

   (a) 10 (b) 7 (c) 14 (d) 11

7. सभी दशमलव संख्याएँ होती हैं–

   (a) परिमेय संख्याएँ (b) अपरिमेय संख्याएँ

   (c) वास्तविक संख्याएँ (d) पूर्णांक

8. इनमें से किस संख्या का इकाई का अंक 6 होगा?

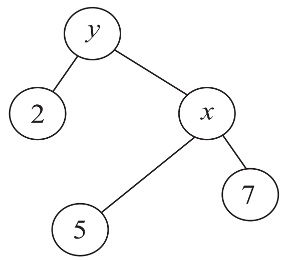
   (a) 4^n (b) 2^n (c) 6^n (d) 8^n

9. किसी संख्या N को 16 से विभाजित करने पर शेषफल 5 प्राप्त होता है। यदि इस संख्या को 8 से विभाजित करें तो शेषफल________होगा।

10. म0स0 $3^3 \times 5^4$ और $3^4 \times 5^2$=__________

11. यदि $a=xy^2$ तथा $b=x^3y^5$ जहाँ x तथा y अभाज्य संख्याएँ है तो ल.स. (a,b) =______ है।

12. इस गुणनखण्ड वृक्ष में x तथा y का मान ज्ञात कीजिए



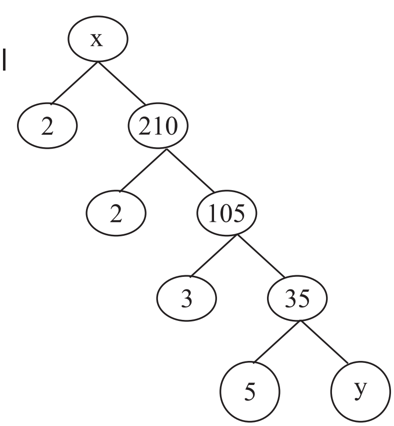
13. संख्या (2×7×11×13×17+21) का सबसे छोटा अभाज्य गुणनखंड लिखिए।

14. प्रत्येक घनात्मक विषम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।

15. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं से विभाज्य है।

16. यदि संख्याएँ 525 और 3000; 3, 5, 15, 25 और 75 से भाज्य है तो 525 और 3000 का म.स. लिखिए।

17. दिए गए गुणनखंड – वृक्ष में $x : y$ क्या होगा।



लघु उत्तरीय प्रश्न **(2 अंक)**

18. यदि n एक प्राकृत संख्या है तो दिखाइए 12^n का ईकाई का अंक 0 या 5 नहीं हो सकता है।

19. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ को गुणा करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त हो। उस परिमेय संख्या को भी ज्ञात कीजिए।

20. $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक परिमेय तथा एक अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

21. यदि 144 व 180 के म.स. को $13m-3$ के रूप में व्यक्त किया जाता है तो m का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2014)**

22. $(-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{2n+1} + (-1)^{4n+2}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि n कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है। **(CBSE 2016)**

23. दो टैंकरों में क्रमशः 850 लीटर व 680 लीटर पेट्रोल है। उस कंटेनर की अधिकतम क्षमता क्या होगी जो इन टैंकरों के पेट्रोल को सही सही माप सके? **(CBSE 2016)**

लघु उत्तरीय प्रश्न **(3 अंक)**

24. 2658 को इसके अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

25. यदि $7560 = 2^3 \times 3^p \times q \times 7$ तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

27. सिद्ध कीजिए $5-\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

28. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

29. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56 और 112 का म.स. तथा ल.स. ज्ञात कीजिए।

30. निम्न संख्याएँ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं, बताइए।

    (i) $7 \times 11 \times 13 \times 15 + 15$

    (ii) $11 \times 13 \times 17 + 17$

    (iii) $1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 + 3 \times 7$

31. प्रातः तीन व्यक्ति भ्रमण के दौरान अपने कदम एक साथ उठाते हैं, जिनकी माप क्रमशः 40 सेमी, 42 सेमी और 45 सेमी है। वह कम से कम दूरी ज्ञात कीजिए जिसे तीनों पूरे कदमों में माप सकें।

32. एक सेल के दौरान रंगीन पेंसिलें 24 के और क्रेयोन 32 के पैक में उपलब्ध हैं। यदि आप समान संख्या में पेंसिलें और क्रेयोन खरीदना चाहतें है तो आप, दोनों के कितने पैकेट खरीदेंगे? **(CBSE 2017)**

33. वह बड़ी से बड़ी संख्या बताइए जिससे 31 तथा 99 को भाग देने पर शेषफल क्रमशः 5 व 8 बचे।

34. यदि 65 और 117 के म.स. को $65m-117$ के रूप में लिखा जा सकता है, तो m का मान ज्ञात कीजिए। अभाज्य गुणनखण्ड़ विधि द्वारा 65 व 117 का ल.स. ज्ञात कीजिए।

35. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 26, 65 तथा 117 का HCF तथा LCM ज्ञात कीजिए।

36. 180, 252 व 324 का म.स. ज्ञात कीजिए।

37. छः अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जो 18,24 तथा 36 से पूर्णतः विभाजित हो।

38. तीन घंटियाँ क्रमशः 9,12, 15 मिनट के अंतराल पर बजती हैं। यदि वे एक साथ एक समय पर बजती है तो वे पुनः एक साथ कब बजेंगी?

39. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 8 मीटर 25 सेमी., 6 मीटर 75 सेमी. और 4 मीटर 50 सेमी है। सबसे लंबी उस छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए जो कमरे के तीनों आयामों को ठीक–ठीक माप सकती है।

40. 404 तथा 96 का ल.स. और म.स.ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि ल.स.$\times$म.स. $=$दोनो संख्याओं का गुणन। **(CBSE 2018)**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

41. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56, 96, 324 का म.स. ज्ञात कीजिए।

42. यदि 42 मीटर, 49 मीटर और 63 मीटर लंबी लकड़ी के तीन टुकड़ों को समान लंबाई के तख्तों में विभाजित किया जाए, तो तख्तों की न्यूनतम संभव संख्या क्या होगी?

43. अमित, सुनीता और सुमित वृद्धाश्रम में सभी व्यक्तियों के लिए कार्ड तैयार करना शुरू करते हैं। एक कार्ड को पूरा करने के लिए उन्हें क्रमशः 10, 16 और 20 मिनट का समय लगता है यदि वे सभी एक साथ कार्ड तैयार करना शुरू करते हैं,तो कितने समय बाद वे एक साथ एक नया कार्ड तैयार करना शुरू करेंगे?

44. आकृति ने अपने जन्मदिन के उपलक्ष्य में एक अनाथाश्रम में दूध वितरित करने का निणर्य लिया। दूध के विक्रेता ने दूध के दो कंटेनर लिए जिसमें 398 ली. और 436 ली. दूध है। एक ड्रम द्वारा इनमें से दूध तीसरे कंटेनर में डालना है। तीसरे कंटेनर में ड्रम द्वारा पलटने पर दोनों कंटेनर में क्रमशः 7 ली. और 11 ली. दूध बचता है। ड्रम की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए।

45. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें यदि 17 बढ़ा दिया जाए तो वह 520 व 468 दोनों से पूर्णतया विभाजित हो जाए।

46. एक गली में दुकानदार 396 गुलाब जामुन व 342 रसगुल्ले बनाता है। वह इन्हें इक्टठे पैक करता है प्रत्येक कंटेनर में या तो गुलाब जामुन हैं या रसगुल्ले हैं। परन्तु प्रत्येक कंटेनर में दोनों पीस बराबर–बराबर हैं कम से कम डिब्बे बनाने के लिए उसे प्रत्येक डिब्बे में कितने पीस रखने होंगे? कुल कितने डिब्बे पैक किए गए। (CBSE 2016)

47. 110000 की समीपवर्ती संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 लाख से अधिक है और 8, 15 और 21 से पूर्णतया विभाजित होती है।

48. किसी सेमीनार में हिन्दी, इंगलिष व गणित के क्रमशः 60,84 और 108 प्रतिभागी है। कम से कम कितने कमरों की आवष्यकता होगी यदि प्रत्येक कमरे में बराबर–बराबर प्रतिभागी हों व एक ही विषय के हों।

49. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय बताइए। क्या किन्ही दो संख्याओं का म.स. व ल.स. क्रमशः 24 व 540 हो सकता है। उत्तर की पुष्टि कीजिए।

50. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 20 की वृद्धि करने पर वह 90 और 144 से पूर्णतया विभाजित होती हो। क्या ल.स. 144 का गुणज है?

51. यदि 1032 और 408 के म.स. को $1032p - 408 \times 5$ के रूप में व्यक्त करें तो p का मान ज्ञात कीजिए।

52. दो संख्याओं का ल.स.व. उनके म.स. का 14 गुना है ल.स. और म.स. का योग 600 है। यदि उनमें से एक संख्या 280 है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिये।

उत्तर तथा संकेत

1. (c) $25^{2n} - 9^{2n}$ को $a^{2n} - b^{2n}$ के रूप मे लिखा जा सकता है तो यह a-b और a+bसे विभाजित होगा, इसलिए 25+9=34 और 25–9=16 दोनो से विभाजित है।

2. (c) 550

3. (d) 8

4. (b) 500

5. (a) 1 : 2

6. (b) 7

7. (c) वास्तविक संख्याएँ

8. (c) 6^n

9. 5

10. $3^3 \times 5^2$

11. $x^3 \times y^2$

12. x = 35, y = 70

13. 7

14. 2t + 1या 2t – 1

15. 2520

16. 75

17. 60 : 1

18. 2, 2, 3 संख्या 12 के गुणनखण्ड हैं। क्योंकि 12 का गुणनखण्ड 5 नही है अतः 12^n कभी भी 0 अथवा 5, इकाई संख्या नही, देगा।

19. $\sqrt{5}+\sqrt{3}, 2$

21. 180 तथा 144 का म.स. = 36

$$36 = 13m - 3 \Rightarrow 13m = 39 \Rightarrow m = 3$$

22. दिया है कि n एक धनात्मक विषम पूर्णांक है $\Rightarrow$ $2n$ और $4n+2$ एक सम धनात्मक पूर्णांक है और n अथवा $2n+1$ एक विषम धनात्मक पूर्णांक है।

$$(-1)^n = -1, (-1)^{2n} = +1, (-1)^{2n+1} = -1, (-1)^{4n+2} = +1;$$

$$\therefore (-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{2n} + 1 + (-1)^{4n+2} = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

23. 850 और 680 का म.स. $=2\times5\times17=170$ लीटर

24. $2658 = 2 \times 3 \times 443$

25. $p = 3$ और $q = 5$

26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है तथा किन्ही दो अपरिमेय संख्याओं का योग भी अपरिमेय संख्या होता है।

27. 5 एक परिमेय संख्या है तथा $\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। किसी परिमेय संख्या व अपरिमेय संख्या का अन्तर सदैव एक अपरिमेय संख्या होता है।

29. म.स. = 56, ल.स.=112

30 (i) $15\times(7\times11\times3+1)$ के दो से अधिक गुणनखंड है तो यह भाज्य संख्या है।

31. ल.स. 40,42,45 = 2520, प्रत्येक कम से कम 2520 सेमी की दूरी तय करेगा।

32. ल.स. 24 और 32 का 96

क्रेयान $\frac{96}{32}$ = 3 पैकेट क्रेयान के

96 पैंसिले $\frac{96}{24}$ = 4 पैकेट पेंसिले के

33. दी गई संख्याएँ 31 तथा 99

31–5=26 तथा 99–8=91

म.स. (26, 91) = 13

$\therefore$ 13 वह सबसे बड़ी संख्या है, जिससे 31 और 99 को भाग देने पर क्रमशः 5 और 8 शेष फल प्राप्त होता है।

34. म.स. (117,65) = 13 $65m-117=13 \Rightarrow 65m=130 \Rightarrow m=2$

ल.स. (65,117) = $13 \times 3^2 \times 5 = 585$

35. HCF = 13

LCM = $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 13$

= 1170

36. म.स. (324, 252, 180) = 36

37. ल.स. (18, 24, 36) = 72

बड़ी से बड़ी 6 अंको की संख्या = 999999

```
72) 999999 (13888
    -72
     279
    -216
      639
     -576
       639
      -576
        639
       -576
         63
```

अतः 6 अंको की वान्छिक संख्या

$$999999 - 63 = 9,99,936$$

38. ल.स. (9,12,15) = 180 मिनट

39. 8 मीटर 25 सेमी., 6 मीटर 75 सेमी. और 4 मीटर 50 सेमी. का महत्तम समापवर्तक (HCF) = 75 सेमी.

40. म.स. (404,96)=4

ल.स. (404,96)=9696

म.स. × ल.स.=38,784=404 × 96

41. म.स. (56, 96, 324) = 4

42. 42 मीटर, 49 मीटर और 63 मीटर का म.स.(HCF) = 7 मीटर

तख्तों की संख्या $= \frac{42}{7} + \frac{49}{7} + \frac{63}{7}$

$= 6 + 7 + 9 = 22$

43. 10, 16 और 20 मिनट का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) = 80 मिनट

44. 17

45. 4663, ल.स. (468, 520) = 4680, अतः संख्या = 4680 – 17 = 4663

46. म.स. (396, 342) = 18

$$\text{डिब्बों की संख्या} = \frac{396 + 342}{18} = 41$$

47. 109200

48. म.स. (60,84 और 108) = $2^2 \times 3 = 12$ (प्रत्येक कमरे में प्रतिभागियों की संख्या)

$$\text{कमरो की संख्या} = \frac{60+84+108}{12} = 21 \text{ कमरे}$$

49. म.स. =24, ल.स. =540

$$\frac{\text{ल.स.}}{\text{म.स.}} = \frac{540}{24} = 22.5, \text{ प्राकृत संख्या नहीं है।}$$

अतः किन्ही दो संख्याओं का म.स. और ल.स. क्रमशः 24 तथा 540 नही हो सकता।

50. वांछित संख्या = ल.स. (90, 144) – 20 = 700

51. p = 2

52. म.स. = 40, ल.स. = 560,

अतः दूसरी सख्ंया = 80

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 45 मिनट

वास्तविक संख्याएँ

अधिकतम अंक : 20

खण्ड—अ

1. जाँच कीजिए कि $17 \times 19 \times 21 \times 23 + 17$ एक भाज्य संख्या है। [भाज्य संख्या है] **1**

2. दो अंकों की सबसे छोटी संख्या और सबसे छोटी भाज्य संख्या का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) क्या है? [44]

3. x^4y^5, x^8y^3 का म.स. ज्ञात कीजिए। [x^4y^3] **1**

4. 14 और 122 का ल.स. ज्ञात कीजिए। [2054] **1**

खण्ड—ब

5. दर्शाइए कि 9^n की ईकाई की संख्या कभी भी शून्य नहीं होगी। **2**

6. उन प्राकृत संख्याओं के युग्म ज्ञात कीजिए जिनका लघुत्तम समापवर्तक (LCM) 78 है और महत्तम समापवर्तक (HCF) 13 है। [26 तथा 39 अथवा 78 तथा 13] **2**
से

7. गुणनखंड वृक्ष का उपयोग कर 7650 के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात कीजिए। **2**
[$2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$]

खण्ड—स

8. सिद्ध कीजिए $3-2\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है। **3**

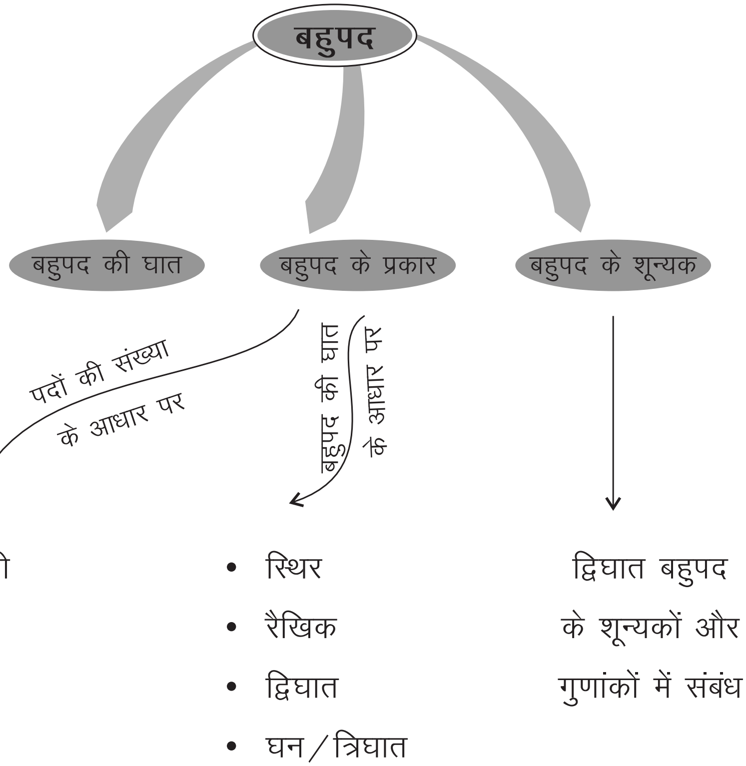
9. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 36, 96 और 120 का म. स. ज्ञात कीजिए। [12] **3**

खण्ड—द

10. एक बार एक खेल का सामान बेचने वाले विक्रेता ने 'पैदल चलने के फायदे' की जागरूकता के लिए एक अभियान चलाया। जिसमें सोहम और बानी ने हिस्सा लिया किसी खेल के मैदान के चारों और एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में बानी को 18 मिनट ओर सोहम को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान से एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं तो कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे? [36 मिनट] **4**

2
अध्याय

बहुपद



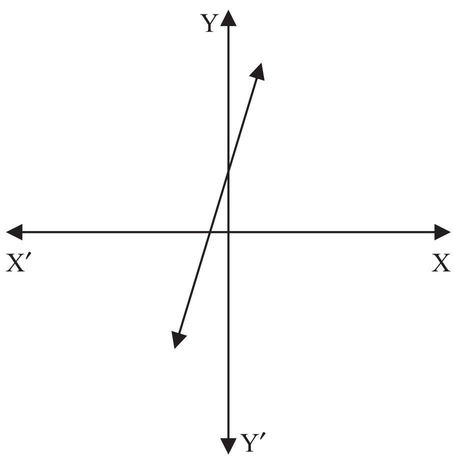
महत्त्वपूर्ण बिन्दु

- एक वास्तविक संख्या 'a' बहुपद P(x) का शून्यक है, यदि $P(a)=0$ है।
- यदि α और β, द्विघात बहुपद ax^2+bx+c के शून्य हैं, तो $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$ तथा $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ होगा।
- एक द्विघात बहुपद $f(x)$ जिसके शून्यक α और β हों, को $f(x): x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

बहुपद का आलेख

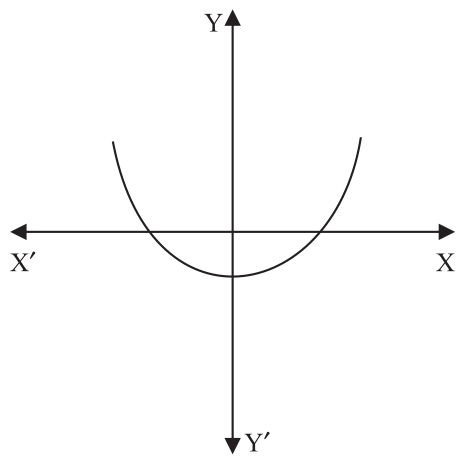
एक रैखिक बहुपद का ज्यामितीय निरूपण

एक रैखिक बहुपद $P(x) = ax + b, a \neq 0$ का आलेख एक सीधी रेखा है जो x-अक्ष को ठीक एक बिंदु पर काटती है।
रैखिक बहुपद $ax + b$ की घात 1 है, इसमें 'a' एक रेखा $ax + b$ की ढलान, अचर 'b' Y-अवरोधन का प्रतिनिधित्व करता है।
जैसे–$7x + 5$ यहां 'a' = 7 और 'b' = 5

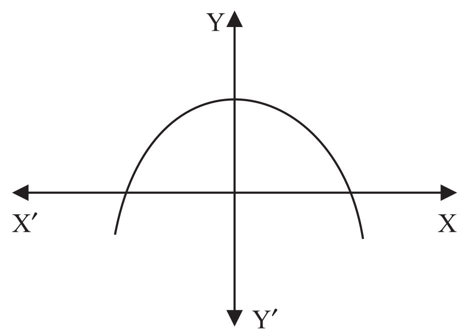


एक द्विघात बहुपद का ज्यामितीय निरूपण

द्विघात बहुपद $P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ का आलेख ऊपर की ओर खुला परवलय है, यदि $a > 0$.
जैसे $5x^2 + 4x + 1$



द्विघात बहुपद $P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ का आलेख नीचे की ओर खुला परवलय है, यदि $a < 0$
जैसे $-x^2 + 7x + 1$



सामान्यतया किसी बहुपद P(x) जिसकी घात 'n' हो, का आलेख x-अक्ष को अधिकतम 'n' बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि बहुपद $p(x) = 5x^2+13x + k$ का एक मूल दूसरे मूल का व्युत्क्रमानुपाती है, तो k का मान होगा

   (a) O (b) 5 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 6

2. यदि द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + k$ का एक शून्यक 2 हो तो k का मान होगा।

   (a) 10 (b) –10 (c) 5 (d) –5

3. यदि द्विघात बहुपद $x^2 + (a + 1)x + b$ के शून्यक 2 तथा –3 हों तो–

   (a) $a = -7, b = -1$ (b) $a = 5, b = -1$ (c) $a = 2, b = 6$ (d) $a = 0, b = -6$

4. बहुपद x^2-5x+4 में क्या जोड़े कि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो–

   (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

5. शून्यक –3 और 5 वाले बहुपदों की संख्या है–

   (a) केवल एक (b) अनंत (c) ठीक दो (d) अधिक से अधिक दो

6. यदि बहुपद $x^2 - 1$ के शून्यक α और β हैं, तों $(\alpha + \beta)$ हैः

   (a) 2 (b) 1 (c) –1 (d) 0

7. निम्न में से किस द्विघात बहुपद के शून्यक $\frac{-2}{3}$ तथा $\frac{2}{3}$ हैः

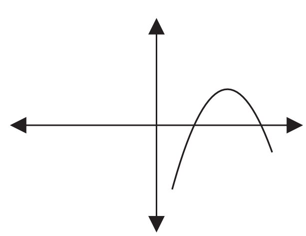
   (a) $4x^2 - 9$ (b) $\frac{4}{9}(9x^2 + 4)$ (c) $x^2 + \frac{9}{4}$ (d) $5(9x^2 - 4)$

8. द्विघाती बहुपद $ax^2+bx +c, a \neq 0$ को सलंग्न ग्राफ द्वारा निरूपित किया गया है तो a

   (a) प्राकृत संख्या (b) पूर्ण संख्या
   (c) ऋणात्मक पूर्णांक (d) अपरिमेय संख्या

9. यदि α तथा β बहुपद $p(x) = x^2 - p(x + 1) - c$ के शून्यक हैं तथा $(\alpha+1)(\beta+1)=0$ है, तो c = ________________

10. यदि α तथा β बहुपद $f(x)=x^2+x+1$ के शून्यक हो तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ = __________



11. यदि बहुपद $p(x) = ax^2 - 3(a-1)x - 1$ का एक शून्यक 1 है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

12. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\left(5+2\sqrt{3}\right)$ और $\left(5-2\sqrt{3}\right)$ हो।

13. यदि $4x^2 - (8k^2 - 40k)x - 9$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

14. $P(x) = x^2 - 5x + 4$ में से क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो।

15. एक द्विघात बहुपद के (*i*) अधिकतम (*ii*) न्यूनतम कितने वास्तविक शून्यक हो सकते हैं?

16. बहुपद $x^2 + 1$ के वास्तविक शून्यकों की संख्या क्या होगी?

17. यदि $6x^2 - 7x - 3$ के शून्यक α और β हैं, तो एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक 2α और 2β हो।

18. यदि $4x^2 - 17x + k - 4$ के शून्यक α और $\frac{1}{\alpha}$ हैं, तो k का मान क्या होगा?

19. उन बहुपदों $g(y)$ के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख (*i*) y-अक्ष (ii) x-अक्ष के समांतर हो।

20. उन बहुपदों $f(x)$ के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख अक्षों को केवल निम्नलिखित बिंदुओं पर स्पर्श या प्रतिच्छेद करता है:

    (*i*) (–3, 0), (0, 2) और (3, 0) (*ii*) (0, 4), (0, 0) और (0, –4)

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

21. k, के किस मान के लिए, $x^2 - 4x + k$, x-अक्ष को स्पर्श करती है।

22. यदि $ax^2 - 6x - 6$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए और इसके शून्यकों का योग ज्ञात कीजिए।

23. यदि $x^2 - kx + 6$ के शून्यक 3 : 2 के अनुपात में हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

24. यदि द्विघात बहुपद $(k^2 + k)x^2 + 68x + 6k$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

25. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + m$ के शून्यक इस प्रकार से हो कि $\alpha - \beta = 1$, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

26. यदि $x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

27. यदि α और β बहुपद $t^2 - t - 4$ के शून्यक हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हो।

28. यदि α और β बहुपद $2x^2 + 7x + 5$ के शून्यक हैं, तो $\alpha - \beta$ का मान ज्ञात कीजिए।

29. यदि m तथा n बहुपद $3x^2+11x - 4$ के शून्यक हैं, तो $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2012)**

30. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\frac{3+\sqrt{5}}{5}$ तथा $\frac{3-\sqrt{5}}{5}$ हों। **(CBSE 2013)**

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

31. बहुपद $x^2 - 3x - m(m+3)$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

32. बहुपद $4\sqrt{3}\,x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए तथा इसके शून्यकों और गुणाकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

33. एक द्विघात बहुपद बनाइए, जिसका एक शून्य 8 हो तथा शून्यकों का गुणनफल –56 हो।

34. $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक –5 है तथा $p(x^2 + x) + k$ के शून्यक परस्पर समान हैं। k का मान ज्ञात कीजिए।

35. यदि बहुपद $3x^2 + 2kx + x - k - 5$ के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

36. यदि बहुपद $ax^2 + bx - c, a \neq 0$ के शून्यक एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम हैं, तो b का मान क्या होगा?

37. यदि $x^2 - x - 2$ के शून्यक α और β हों, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 1)$ और $(2\beta + 1)$ हों।

38. यदि α, β द्विघात बहुपद $2x^2 + 5x + k$ के शून्यक हैं, तो 'k' का मान इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि $(\alpha+\beta)^2 - \alpha\beta = 24$ है।

39. यदि बहुपद $2x^2 - 3x + p$ का एक शून्यक 3 है, तो बहुपद का दूसरा शून्यक तथा 'p' का मान ज्ञात कीजिए।

40. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यक 2:3 के अनुपात में हैं तथा उनका योग 15 हो।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

41. यदि $(x + a)$ दो द्विघात बहुपदों $x^2 + px + q$ और $x^2 + mx + n$ का गुणनखंड है, तो सिद्ध कीजिए कि $a = (n - q)/(m - p)$ है।

42. यदि द्विघात बहुपद $4x^2 - 8kx + 8x - 9$ का एक शून्यक दूसरे का ऋणात्मक है, तो बहुपद $kx^2 + 3kx + 2$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

43. यदि α, β द्विघात बहुपद $x^2 - 5x - 3$ के शून्यक हैं, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 3\beta)$ आर $(3\alpha + 2\beta)$ हं।

44. यदि द्विघात बहुपद $(k + 1)x^2 - 5x + 5$ का एक शून्यक दूसरे का गुणन प्रतिलोम हो, तो बहुपद $kx^2 - 3kx + 9$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

45. यदि द्विघात बहुपद $kx^2 + 11x + 42$ के शून्यकों का गुणनफल 7 है, तो बहुपद $(k - 4)x^2 + (k + 1)x + 5$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

46. α तथा β बहुपद $x^2 + 4x + 3$ के मूल हैं तो वह बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके मूल $1 + \frac{\beta}{\alpha}$ तथा $1 + \frac{\alpha}{\beta}$ हों।

47. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसका एक शून्यक $2 + \sqrt{5}$ हो और शून्यकों का योग 4 है।

48. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ के व्युत्क्रम हो।

49. यदि $(x + 2)$ बहुपद $x^2 + px + 2q$ का गुणनखंड हो और $p + q = 4$ हैं, तब p तथा q का मान ज्ञात कीजिए।

50. यदि बहुपद $5x^2 + (p + q + r)x + pqr$ के शून्यकों का योग शून्य है तो $p^3 + q^3 + r^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

51. यदि बहुपद $x^2 + px + q$ के शून्यक बहुपद $2x^2 - 5x - 3$ के शून्यकों के दो गुना है तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (b) 5
2. (b) –10
3. (d) a=0, b=-6
4. (b) 2
5. (b) अनंत
6. (d) $\alpha + \beta = 0$
7. (d) $5(9x^2 - 4)$
8. (c) ऋणात्मक पूर्णांक
9. 1
10. –1
11. a = 1
12. $x^2-10x+13$
13. $k=0,5$
14. (–2)
15. (i) 2 (ii) 0
16. 0
17. $k\left[x^2 - \frac{7}{3}x - 6\right]$
18. k=8
19. (i) 1 (ii) 0
20. (i) 2 (ii) 1
21. 4
22. $a = -\frac{3}{2}$, शून्यकों का योग=-4
23. –5, 5
24. 5 [0 को]
25. 6
26. 12
27. $4t^2+t-1$
28. $\alpha - \beta = \pm \frac{3}{2}$

29. $\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=\frac{m^2+n^2}{mn}=\frac{(m+n)^2-2mn}{mn}=\frac{\left(\frac{-11}{3}\right)^2-2\left(\frac{-4}{3}\right)}{\frac{-4}{3}}=\frac{-145}{12}$

30. $\alpha+\beta=\frac{6}{5}$ $\quad \alpha\beta=\frac{4}{25}$

$k\left[x^2-\frac{6}{5}x+\frac{4}{25}\right]$

31. $m+3, -m$

32. $\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$

33. $(\alpha\beta)=-56$ और $\beta=-7$, तो $\alpha=8$

अब $(\alpha+\beta)=1$

x^2-x-56 अभीष्ट बहुपद है।

34. $\frac{7}{4}$

35. 1

36. $b=0$

37. x^2-4x-5

38. $(\alpha+\beta)=-\frac{5}{2}$ और $\alpha\beta=\frac{k}{2}$

उपरोक्त मानों को $(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta=24$ में प्रतिस्थापित करने पर $'k'=-\frac{71}{2}$ के लिए हल करें।

39. 3, बहुपद $2x^2-3x+p$ का एक शून्यक है, इसलिए $2(3)^2-3(3)+p=0$ है,इसलिए $p=-9$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}$ अब शून्य $-\frac{3}{2}$ के लिए हल करें।

40. $\alpha:\beta=2:31$ तो $\alpha=\frac{2\beta}{3}$

$(\alpha+\beta)=15$ का उपयोग करके, α और β को क्रमशः 9 और 6 प्राप्त करने के लिए हल करें।

$x^2-15x+54$ अभीष्ट बहुपद है।

41. चूँकि $(x+a)$ का बहुपद x^2+px+q एक गुणनखंड है।

इसलिए $(-a)^2-ap+q=0$

$a^2=ap-q$ ...(1)

इसी प्रकार x^2+mx+n से

$a^2=am-n$ ...(2)

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर

$a = \frac{(n-q)}{(m-p)}$

42. $f(x) = 4x^2 + (8-8k)x - 9$

$(\alpha + \beta) = -\frac{(8-8k)}{4}$

$k = 1$

$k = 1$ को बहुपद $kx^2 + 3kx + 2$ में प्रतिस्थापित कर $x = -2$ और -1 लिए हल करें।

43. दिए गए बहुपद के लिए, $(\alpha+\beta) = 5, \alpha\beta = -3$

नए बहुपद के लिए,

शून्यकों का योग $= (2\alpha+3\beta)+(3\alpha+2\beta)$

$= 5(\alpha+\beta)$

$= 25$

शून्यकों का गुणनफल $= (2\alpha+3\beta)(3\alpha+2\beta)$

$= 6\alpha^2+6\beta^2+13\alpha\beta = 6(\alpha^2+\beta^2)+13\alpha\beta$

$= 6[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta]+13\alpha\beta$

$= 147$

$x^2 - 25x + 147$ अभीष्ट बहुपद है।

44. $f(x) = (k+1)x^2 - 5x + 5$

$(\alpha\beta) = 1$

$\frac{5}{(k+1)} = 1$

$k = 4$

बहुपद $kx^2 - 3kx + 9$ में $k = 4$ रख शून्यक $x = \frac{3}{2}$ और $\frac{3}{2}$ प्राप्त करने के लिए हल करें।

45. $f(x) = kx^2 + 11x + 42$

$(\alpha\beta) = 7$

$k = 6$

$k = 6$ को बहुपद $(k - 4)x^2 + (k + 1)x + 5$, में प्रतिस्थापित कर $x = -1$ और $x = -\frac{5}{2}$ प्राप्त करने के लिए हल करें।

46. $x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{16}{3}$ अथवा $\frac{1}{3}$ $(3x^2 - 16x + 16)$

47. $\alpha + \beta = 4$

$(2 + \sqrt{5}) + \beta = 4$

$\beta = 2 - \sqrt{5}$

$\alpha\beta = -1$ $\therefore$ बहुपद $= k[x^2 - 4x - 1]$

48. $k\left[x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c}\right]$

49. $p = 3, q = 1$

50. शून्यकों का गुणनफल $= 3pqr$

51. $p = -5,\ q = -6$

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय : 45 मिनट

बहुपद

अधिकतम अंक : 20

खंड–अ

1. यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x)$, के शून्यक हों,तो $p(x)$ का गुणनखंडन कीजिए। 1
$[(x-\alpha)(n-\beta)]$

2. यदि $x^2 - x - 1$ के शून्यक α और β हों, तो $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

3. यदि द्विघात बहुपद $(k\text{-}1)x^2+kx+1$ का एक शून्यक –3 हो तो k का मान क्या होगा
(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{-4}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{-2}{3}$ $\left[(a)\frac{4}{3}\right]$ 1

4. वह द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक–3 और 4 हों 1
(a) $x^2\text{-}x+12$ (b) x^2+x+12 (c) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 6$ (d) $2x^2+2x\text{-}24$
$\left[(c)\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}-6\right]$

खंड–ब

5. बहुपद $x^2-(k+6)x+2(2k-1)$ के शून्यक α और β हैं। यदि $\alpha+\beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। $[k=7]$ 2

6. एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $(3+\sqrt{2})$ हो और शून्यकों का योग 6 हो। $[k(x^2-6x+5)]$ 2

7. यदि द्विघात बहुपद $x^2+4x+2a$ के शून्यक α और $\frac{2}{\alpha}$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए। 2
$[a=1]$

खंड–स

8. यदि α और β बहुपद $p(s)=3s^2-6s+4$, के शून्यक हैं, तो $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}+2\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)+3\alpha\beta$ का मान ज्ञात कीजिए। [11] 3

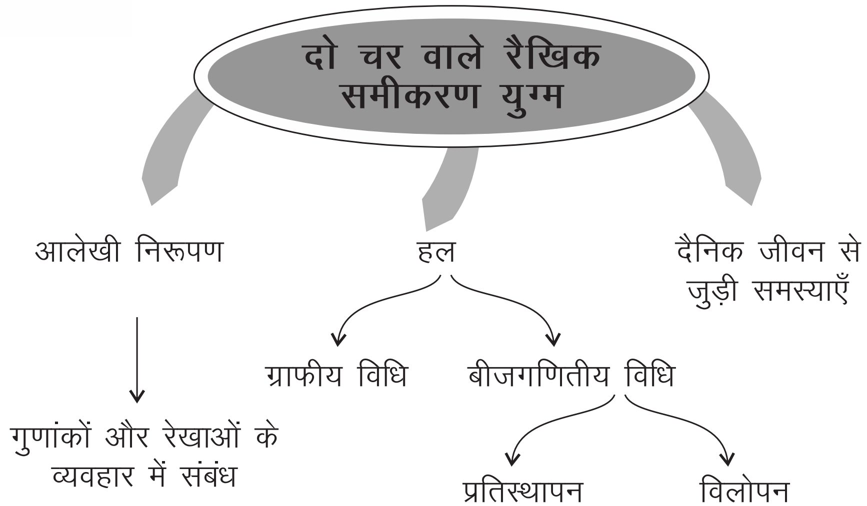
9. यदि सच और झूठ बहुपद $px^2+qx+r, (p\neq 0)$ के शून्यक हों जो एक–दूसरे के व्युत्क्रम हों तों p और r में संबंध ज्ञात कीजिए।$[r=p]$ 3

खंड–द

10. बहुपद $\sqrt{3x^4}+10x+7\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। शून्यकों और उनके गुणांकों के बीच संबंध को भी सत्यापित करें। $\left[\alpha=-\sqrt{3},\ \beta=-\frac{7}{\sqrt{3}}\right]$ 4

3
अध्याय

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म



महत्त्वपूर्ण बिन्दु

- दो चार वाले रैखिक समीकरण युग्म का सामान्य रूप $a_1x+b_1y+c_1=0$ और $a_2x+b_2y+c_2=0$ है।

हल	ग्राफीय निरूपण	गुणांकों के अनुपात	युग्म
एक (अद्वितीय)	प्रतिच्छेदी रेखाएँ	$\frac{a_1}{a_2} \# \frac{b_1}{b_2}$	संगत
अपरिमित रूप से अनेक	संपाती रेखाएँ	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$	संगत (आश्रित)
कोई नहीं	समांतर रेखाएँ	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2} \# \frac{c_1}{c_2}$	असंगत

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म जिसका अद्वितीय हल $x=2$ तथा $y=-3$ होगा।

(a) $x+y=1$ तथा $2x-3y=-5$

(b) $2x+5y=-11$ तथा $2x-3y=-22$

(c) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$

(a) $x-4y-14=0$ तथा $5x-y-13=0$

2. यदि कोई दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म संगत हो तो समीकरणों द्वारा आलेखित रेखाएं होंगी–

(a) प्रतिच्छेदी (b) समान्तर (c) सदैव संपाती (d) प्रतिच्छेदी अथवा संपाती

3. समीकरण $ax+by=c$ तथा y अक्ष का एक उभयनिष्ठ हल होगाः

(a) $\left(0, \frac{c}{b}\right)$ (b) $\left(0, \frac{b}{c}\right)$ c) $\left(\frac{c}{b}, 0\right)$ (d) $\left(0, \frac{-c}{b}\right)$

4. यदि समीकरण युग्म $ax+by=c$ तथा $lx+my=n$ का एक अद्वितीय हल हो, तो समीकरण युग्म के गुणाकों के मध्य संबंध होगा–

(a) $am \neq lb$ (b) $am=lb$ (c) $ab=lm$ (d) $ab \neq lm$

5. ΔABC में $\angle C=3\angle B$, $\angle C=2(\angle A+\angle B)$ है, तो $\angle A, \angle B$ तथा $\angle C$ का मान क्रमशः..................................होगा।

(a) $30^o, 60^o, 90^o$ (b) $20^o, 40^o, 120^o$ (c) $45^o, 45^o, 90^o$

(d) $110^o, 40^o, 50^o$

6. यदि समीकरण $3x+2ky=2$ तथा $2x+5y=1$ द्वारा आलखित रेखाएं समांतर हैं तो k का मान होगा।

7. यदि $x=a$ तथा $y=b$ समीकरण युग्म $x-y=2$ तथा $x+y=4$ का हल है तो, a तथा b के मान .... और .... होगें।

8. $x = 3$, $y = 4$ तथा $x = y$ रेखाओं द्वारा आलेखित त्रिभुज का क्षेत्रफल .... है।

9. k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण $3x+5y=0$ तथा $kx+10y=0$ के गैर शून्य हल हैं।

10. समीकरण $2x+3y=4$ के लिए y को x के रूप में व्यक्त कीजिए।

11. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$, समीकरण $x + y = 6$ का हल है, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

12. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y-अक्ष का प्रतिच्छेदी बिन्दु ज्ञात कीजिए।

13. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है ?

14. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ रेखा के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल $x - y = 4$ रेखा के अनुसार चल रहा है।जाँच कीजिए कि क्या वे एक बिन्दु पर मिलेंगे अथवा नहीं?

15. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल है।

16. $y = x$ तथा $y = -x$ का हल ज्ञात कीजिए।

17. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अन्य रैखिक समीकरण ज्ञात कीजिए ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित कीजिए।

18. जांच कीजिए क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ है।

19. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरणों $x + y = 3$ और $3x + py = 9$ का युग्म असंगत होगा :

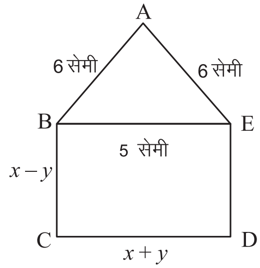
20. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होगी?

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

21. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइए: एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम है। यदि अंश और हर दोनों में से एक घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।

22. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$, $2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल है।

23. दिए गए चित्र में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 28 सेमी है। BE ∥ CD तथा BC ∥ DE यदि BC भुजा CD पर लंब है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



24. x और y के लिए हल कीजिए :

$$x - \frac{y}{2} = 3 \text{ और } \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}$$

25. x और y के लिए हल कीजिए :

$3x + 2y = 11$ और $2x + 3y = 4$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यदि $p = 8x + 5y$

26. रैखिक समीकरण युग्म $x - 7y + 42 = 0$ और $x - 3y - 6 = 0$ को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

27. राम, बिन्दु (1, 4) और (0, 6) को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। रहीम, बिन्दु (3, 4) और (1, 0) को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जिस पर दोनों एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करे।

28. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफीय निरूपण .... है।

(*i*) समान्तर रेखाएँ (*ii*) संपाती रेखाएँ (*iii*) प्रतिच्छेदी रेखाएँ

29. दो संख्याओं का अन्तर 66 है। यदि एक संख्या दूसरी संख्या की 4 गुना है, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

30 k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3$$
$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

31. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए। उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहां ये रेखाएँ y-अक्ष को प्रतिच्छेदित करती हो।

32. x और y के लिए हल कीजिए:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$$
$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2$$

33. a और b के वह मान ज्ञात कीजिए ताकि रैखिक समीकरण युग्म

$$2x + 3y = 7$$
$$a(x + y) - b(x - y) = 3a + b - 2$$

के अनन्त हल हो।

34. k के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है।

$$(3k + 1)x + 3y - 2 = 0$$
$$(k^2 + 1)x + (k - 2)y - 5 = 0$$

35. रैखिक समीकरण युग्म को हल कीजिए :

$$152x - 378y = -74$$
$$-378x + 152y = -604$$

36. पिंकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि उसे प्रत्येक सही उत्तर पर 3 अंक मिले और प्रत्येक गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे प्रत्येक सही उत्तर 4 अंक मिलते और प्रत्येक गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो भी पिंकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे? यदि उसने सभी प्रश्नों को हल किया हो।

37. पिता की आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुणा है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।

38. एक टी. वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को ₹2000 का लाभ होता है, यदि वह टी. वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे ₹1500 का लाभ होता है टी. वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए।

39. सुनीता के पास ₹ 50 और ₹ 100 के कुछ नोट है जिनका मूल्य ₹ 15,500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 है। तो सुनीता के पास ₹ 50 तथा ₹ 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

40. रैखिक समीकरण युग्म $3x - 4y + 3 = 0$ और $3x + 4y - 21 = 0$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। इन रेखाओं तथा x-अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

41. A तथा B एक सड़क हाईवे पर 150 किमी की दूरी पर स्थित दो बिंदु हैं। दो कारें A तथा B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग–अलग गति से चलती हैं तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।

42. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 3 : 4 है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात 5 : 7 है। यदि प्रत्येक ₹ 15,000 वार्षिक बचत करता है तो उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए।

43. विजय के पास कुछ केले हैं वह उन केलों को दो ढेरियों में बाँटता है। पहली ढेरी को ₹ 2 प्रति 3 केले के हिसाब से बेचने पर तथा दूसरी ढेरी को ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से बेचने पर उसे कुल ₹ 400 प्राप्त होते हैं। यदि वह पहली ढेरी ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से तथा दूसरी ढेरी को ₹ 4 प्रति 5 केले के हिसाब से बेचे तो उसे कुल ₹ 460 प्राप्त होते हैं। विजय के पास केलों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

44. रेलवे की आधी टिकट की कीमत पूरी टिकट की कीमत से आधी है, किन्तु आधी टिकट तथा पूरी टिकट दोनों पर आरक्षण शुल्क समान है। स्टेशन A से स्टेशन B तक के एक पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2530 है तथा एक पूरी तथा एक आधी टिकट के आरक्षण शुल्क सहित कुल ₹ 3810 लगते हैं। स्टेशन A से स्टेशन B तक की एक पूरी टिकट तथा आरक्षण शुल्क भी ज्ञात कीजिए।

45. रेखाएं $y=x$, $3y=x$ तथा $x+y=8$ के आलेख द्वारा बनने वाले त्रिभुज के शीर्ष ज्ञात कीजिए।

46. समीकरण $x=3, x=5$ तथा $2x-y-4=0$ के आलेख खीचिए। इन रेखाओं तथा x अक्ष द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

47. सार्थक 30 किमी. चलने में निशि से 3 घंटे अधिक लेता है। यदि सार्थक अपनी गति को दोगुना कर ले तो वह निशि से $1\frac{1}{2}$ घंटा आगे है। उनके चलने की गति ज्ञात कीजिए।

48. दो अंकों की एक संख्या में दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 गुना है। यदि संख्या में से 54 घटा दें तो संख्या के अंको का स्थान बदल जाता है। वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए।

49. दो अंकों की एक संख्या, अंकों के योग के 4 गुना से 3 अधिक है। यदि संख्या में 18 जोड़ दिया जाए तो अंकों का स्थान बदल जाता है। संख्या ज्ञात कीजिए।

50. असंख्य हल होने के लिए a और b का मान ज्ञात कीजिए

(i) $2x - (a-4)y = 2b + 1$
$4x - (a-1)y = 5b - 1$

(ii) $2x + 3y = 7$
$2ax + ay = 28 - by$

उत्तरमाला

1 (c) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$

2 (d) प्रतिच्छेदी अथवा संपाती

3 (a) $(0, \frac{c}{b})$

4 (a) $am \neq lb$

5 (b) $20^o, 40^o, 120^o$

6 $k=\frac{15}{4}$

7 $a=3$ और $b=1$

8 $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई

9 $k \neq 6$

10 $y=\frac{4-2x}{3}$

11 $m=1$

12 $(0,-3)$

13 $p=2$

14 समान्तर (वे एक बिन्दु पर नहीं मिलेंगे)

15 $k \neq \frac{-2}{3}$

16 $(0, 0)$

17 $4x + 10y = 8$

18 समान्तर रेखाएँ

19 $p = 3$

20 प्रतिच्छेदी रेखाएँ

21 $x-y = -3, 2x-y = 1$

22 $p \neq 4$

23 $x=6, y=2$

24 4, 2

25 $x = 5, y = -2, p = 30$

26 42, 12

27 (2, 2)

28 (i) $4x+6y+10=0$ अथवा अन्य सही उत्तर

(ii) $4x+6y-24=0$ अथवा अन्य सही उत्तर

(iii) $2x-3y+5=0$ अथवा अन्य सही उत्तर

29 88, 22 30 $k = -6$

31 (2,5)(0,–5) और (0,2)

32 $x = a^2, y = b^2$

33 $a = 5, b = 1$

34 $k = -1$ 35 2,1

36 40 प्रश्न 37 45 वर्ष

38 टी.वी. = ₹. 20,000

फ्रीज = ₹ 10,000

39 ₹ 50 के नोट = 90, ₹ 100 के नोट = 110

40 हल (3,3), शीर्ष (-1,0),(7,0) और (3,3)

क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई

41. 80 किमी/घंटा, 70 किमी/घंटा

42 ₹ 90,000, ₹ 1,20,000

43 माना केले की संख्या ढ़ेरी A में x और ढ़ेरी B में y है

स्थिति I: $\frac{2}{3}x + y = 400, 2x + 3y = 1200$

स्थिति II: $x + \frac{4}{5}y = 460, 5x + 4y = 2300$

$x = 300, y = 200$, कुल केले = 500

44 माना पूरी एवम आधी टिकट का मूल्य ₹ x और ₹ $\frac{x}{2}$ है और आरक्षण शुल्क ₹ y है।

स्थिति I: $x + y = 2530$

$x + y + \frac{x}{2} + y = 3810$

$x = 2500, y = 30$

पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2500 और आरक्षण शुल्क ₹ 30 है।

45 त्रिभुज के शीर्ष (0,0) (4,4) (6,2)

46 चतुर्भुज ABCD के शीर्ष A (3,0), B (5,0), C (5,6), D (3,2)

क्षेत्रफल ABCD = $\frac{1}{2} \times AB \times (AD+BC)$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6+2) = 8$ वर्ग इकाई

47 $\frac{10}{3}$ किमी/घंटा, 5 किमी/घंटा

48 93

49 35

50 (i) 7, 3

(ii) 4, 8

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय : 45 मिनट **दो चरों वाले रैखिक समीकरण** अधिकतम अंक : 20

खण्ड–अ

1 k के किस मान के लिए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल है? [k # 10] 1

$x + 2y = 3,\ 5x + ky + 7 = 0$

2 क्या बिन्दु (2, 3) रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है? [नहीं] 1

3 रैखिक समीकरणों के युग्म x=a और y=b को ग्राफीय रूप से प्रदर्शित करने पर प्राप्त रेखाएँ होगी 1

(a) समान्तर रेखाएँ (b) प्रतिच्छेदी (b,a) पर (c) संपाती (d) प्रतिच्छेंदी (a,b) पर

[(d)]

4 k के किस मान के लिए समीकरणों का युग्म 3x-y+8=0 तथा 6x-ky=-16 संपाती रेखाए प्रदर्शित करेगे। 1

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{-1}{2}$ (c) 2 (d) -2 [c]

खण्ड–ब

5. a तथा b के मान ज्ञात कीजिए ताकि समीकरण युग्म $2x–3y=7$ तथा $ax + 3y = b$ के अनन्त हल हो। [a = 2, b = 7] 2

6. x और y के लिए हल कीजिए।

$0.4x + 0.3y = 1.7$

$0.7x - 0.2y = 0.8$ [k = 2, y = 3] 2

7. यदि समीकरणों के युग्म 6x+2y=3 और kx+y=2 का एक अद्वितीय हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए। [k # 3] 2

खण्ड–स

8. हल कीजिए। 3

$x + y = a + b$

$ax - by = a^2 - b^2$ [n = 1, y = b]

9. एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना हो तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए। 3

[पिता की आयु =30 वर्ष
पुत्र की आयु=10 वर्ष]

खण्ड–द

10 निम्न समीकरण युग्म को ग्राफीय विधि से हल कीजिए। 4

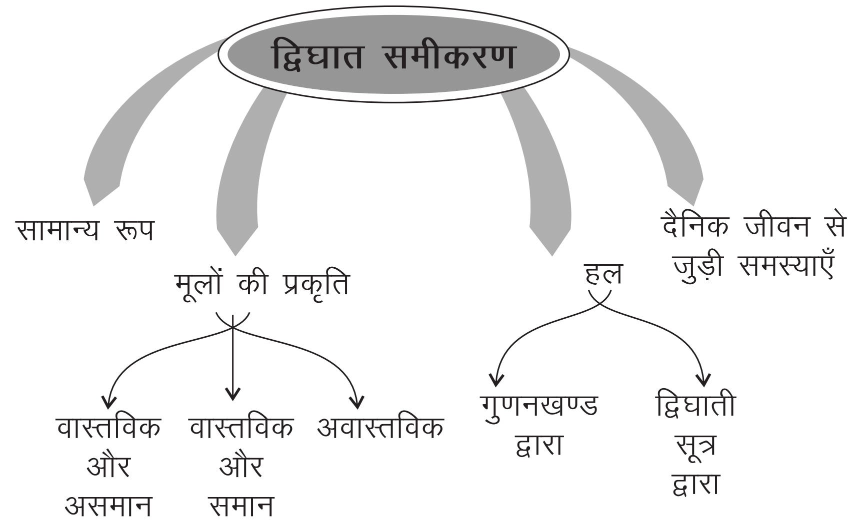
$3x + 5y = 12$ तथा $3x - 5y = -18$

इन रेखाओं तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

[शीर्षों के निर्देशांक $(-1, 3)$, $(4, 0)$ तथा $(-6, 0)$]

4
अध्याय

द्विघात समीकरण



महत्त्वपूर्ण बिन्दु

- के रूप में लिखा गया समीकरण, एक चर का द्विघात समीकरण, एक चर का द्विघात समीकरण है, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं।
- चर का मान, जो समीकरण को संतुष्ट करता है, समीकरण का मूल कहलाता है।
- एक द्विघात समीकरण के अधिकतम 2 वास्तविक मूल हो सकते हैं।
- द्विघाती सूत्र द्वारा समकरण के मूल है :

$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ या $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

विविक्तकर	**मूलों का स्वभाव**	**मूल**
D > 0	वास्तविक का स्वभाव	$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
D = 0	वास्तविक का असमान	$\frac{-b}{2a}$
D < 0	अवास्तविक	———

नोटः 1 वास्तविक और असमान मूल $=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ से ज्ञात कीजिए।

2 वास्तविक और बराबर मूल $=\dfrac{-b}{2a}, \dfrac{-b}{2a}$ होते हैं।

3 कुछ द्विघात समीकरण के वास्तविक मूल नही होते हैं। उदाहरण $x^2+1=0$ (जहाँ $D < 0$ हो)

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1 निम्न में से कौन सा समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है?

(a) $2(x-1)^2=4x^2-2x+1$ (b) $3x-x^2=x^2+6$

(c) $(\sqrt{3}x+\sqrt{2})^2 = 2x^2-5x$ (d) $(x^2+2x)^2=x^4+3+4x^2$

2 निम्न में से किस समीकरण का एक मूल 2 है?

(a) $x^2+4=0$ (b) $x^2-4=0$

(c) $x^2+3x-12=0$ (d) $3x^2-6x-2=0$

3 यदि समीकरण $x^2+px-\dfrac{5}{4}=0$ का एक मूल $\dfrac{1}{2}$ है तो p का मान क्या होगा?

(a) 2 (b) -2 (c) $\dfrac{1}{4}$ (d) $\dfrac{1}{2}$

4 हर द्विघात समीकरण के ज्यादा से ज्यादाः

(a) 3 वास्तविक मूल होंगे (b) एक वास्तविक मूल होगा

(c) 2 वास्तविक मूल होंगे (d) कितने भी वास्तविक मूल होंगे

5 $x^2-7x=0$ के मूल क्या होंगे?

(a) 7 (b) 0, –7 (c) 0, 5 (d) 0, 7

6. 'k' का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 2 = 0$ के बराबर मूल हैं

(a) 4 (b) ±4 (c) -4 (d) 0

(CBSE, 2020)

7. $-x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ के मूल हैं:

(a) $-\frac{1}{2}, 1$ (b) $\frac{1}{2}, 1$

(c) $-\frac{1}{2}, -1$ (d) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

8. रिक्त स्थान भरिए:

(a) यदि $px^2+qx+r=0$ के मूल बराबर हो तो r का मान ....होगा।

(b) द्विघात समीकरण $x^2-5x-6=0$ को यदि $(x+p)(x+q)=0$ के रूप में व्यक्त करें तो p और q का मान क्रमशः ....और..........................होगा।

(c) k का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $x^2+4x + k = 0$ के मूल वास्तविक होंगे.........

(d) यदि द्विघात समीकरण $4x^2-2x+c=o$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम हो तो c का मान ....होगा।

(e) यदि किसी द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c=0$ में a का मान शून्य हो जाए तो यह समीकरण एक...................समीकरण हो जाएगा।

9. द्विघात समीकरण $(x + 5)^2 = 2(5x - 3)$ का विविक्तकर लिखिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

10. यदि द्विघात समीकरण $px^2 - 2\sqrt{5}\,px + 15 = 0, (p \neq 0)$ के मूल बराबर हैं तो p का मान ज्ञात कीजिए।

11. निम्न समीकरणों को गुणनखंड द्वारा x के लिए हल कीजिए।

(a) $8x^2 - 22x - 21 = 0$ (b) $3\sqrt{5}x^2+25x+10\sqrt{5}=0$

(c) $2x^2 + ax - a^2 = 0$ (CBSE 2014) (d) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$

(e) $\sqrt{3}x^2 + 10x + 7\sqrt{3} = 0$ (f) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

(g) $(x - 1)^2 - 5(x - 1) - 6 = 0$

12. 'a' के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $3ax^2 - 6x + 1 = 0$ का कोई वास्तविक मूल नहीं होगा।

13. यदि –5 द्विघात समीकरण $2x^2+px-15=0$ का एक मूल है तथा द्विघात समीकरण $p(x^2+x)+k=0$ के मूल बराबर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014, 2016)

14. यदि x=2/3 और x=-3 द्विघात समीकरण $ax^2+7x+b=0$ के मूल हैं तो a तथा b ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

15. p के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $px^2+6x+4p=0$ के मूलों का गुणनफल और मूलों का योग बराबर होगा?

16. दो वर्गों की भुजाएँ x से.मी तथा (x+4) से.मी. हैं। उनके क्षेत्रफलों का योग 656 वर्ग से.मी. हैं। दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

17. द्विघात समीकरण $x^2-5x+(3k-3) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

18. यदि द्विघात समीकरण $x^2+kx+64=0$ और $x^2-8x+k=0$ के मूल वास्तविक हो तो k का धनात्मक मान ज्ञात कीजिए।

19. x के लिए हल कीजिएः–

a) $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$, $a+b+x \neq 0, a, b, x \neq 0$ (CBSE, 2005)

b) $\frac{1}{2a+b+2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2x}$, $2a + b + 2x \neq 0$, $a, b, x \neq 0$

c) $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0$, $x \neq 3, -\frac{3}{2}$

d) $4x^2+4bx-(a^2-b^2)=0$

e) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+5} = \frac{6}{7}$, $x \neq 1, -5$ (CBSE, 2010)

f) $4x^2 - 2(a^2+b^2)x + a^2b^2 = 0$

g) $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{2(x-2)} = \frac{23}{5x}$, $x \neq 0,-1,2$

h) $\left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 + \frac{10x}{(x-5)} - 24=0,\ x \neq 5$

i) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4=0$

j) $2a^2x^2 + b\,(6a^2+1)\,x + 3b^2=0$

k) $3\left(\frac{7x+1}{5x-3}\right) - 4\left(\frac{5x-3}{7x+1}\right) = 11,\ x \neq \frac{3}{5}, \frac{-1}{7}$

l) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$ $x \neq -4,7$

m) $\frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{10}{3}$ $x \neq -5,7$ (CBSE 2014)

n) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$ $x \neq -1,-2,-4$

o) $\frac{1}{2x-3} + \frac{1}{x-5} = 1,\ x \neq \frac{3}{2}, 5$

p) $x^2 + 5\sqrt{5}x-70=0$

q) $\frac{16}{x} - 1 = \frac{15}{x+1}$, $x \neq 0, -1$ (CBSE 2014)

20. द्विघात सूत्र द्वारा द्विघात समीकरण हल कीजिए: $abx^2+ (b^2-ac)x-bc=0$

21. यदि द्विघात समीकरण $(p+1)x^2-6(p+1)x+3(p+9)=0$ के मूल बराबर हैं, तो p का मान ज्ञात कीजिए और फिर इस समीकरण के मूल भी ज्ञात कीजिए।

22. द्विघात समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूल वास्तविक हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

23. द्विघात सूत्र का प्रयोग कर, $9x^2 - 6a^2x + a^4 - b^4 = 0$ को हल कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

24. एक रेलगाड़ी 54 कि.मी. की दूरी किसी औसत गति से तय करती है और फिर 63 कि.मी. की दूरी तय करने के लिए अपनी औसत गति से 6 किमी/घंटा अधिक गति से तय करती है। यदि यह रेलगाड़ी पूरी यात्रा के लिए 3 घंटे का समय लेती है तो औसत गति ज्ञात कीजिए।

25. एक प्राकृत संख्या में 12 बढाने पर यह संख्या अपने व्युत्क्रम की 160 गुना हो जाती है वह संख्या ज्ञात कीजिए।

26. दो नल एक साथ एक टैंक को 6 घंटे में भरते हैं। इस टैंक को अलग से भरने के लिए बड़े व्यास वाला नल छोटे व्यास वाले नल से 9 घंटे कम लेता है। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें ये दोनों नल अलग–2 इस टैंक को भरेंगे।

27. एक आयताकार पार्क जिसकी विमाएँ 50मी$\times 40$ मी हैं, इसके बीच में एक आयताकार तालाब का निर्माण इस प्रकार किया गया है कि उसके चारों तरफ x मी समान चौड़ाई घास के लिए छोड़ी गई है? इसके चारों तरफ लगी घास का क्षेत्रफल 1184 वर्ग मी.हो। इस तालाब की लंबाई तथा चौडाई ज्ञात कीजिए।

28. एक किसान 100 वर्ग मी. का आयताकार बगीचा लगाना चाहता है। उसके पास केवल 30 मीटर कांटेदार तार है, जिसे वह इस बगीचे के तीन ओर लगाता है तथा अपने मकान की दीवार को चौथी तरफ की बाड़ के रूप में मानता है। इस बगीचे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

29. एक मोर 9 मी ऊँचें स्तंभ पर बैठा था। स्तंभ के तल से 27 मी दूर एक सांप है जो अपने बिल की तरफ, जो स्तंभ के तल में है, आ रहा है। सांप को देखकर मोर उस पर झपटता है। यदि उन दोनों की गति बराबर हो तो बिल से कितनी दूरी पर मोर सांप को पकड़ लेगा?

30. यदि किसी किताब का मूल्य ₹ 5 घटाया जाए तो कोई व्यक्ति ₹ 300 में 5 और किताबें खरीद पाएगा। किताब का वास्तविक सूची मूल्य ज्ञात कीजिए।

31. ₹ 6500 को कुछ व्यक्तियों में बराबर बाँटा गया। यदि 20 व्यक्ति और आ जाएँ तो प्रत्येक व्यक्ति को ₹ 30 कम प्राप्त होंगे। तो कुल व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

32. खराब मौसम के कारण एक हवाई जहाज को 600 किमी की दूरी तय करने के लिए, अपनी औसत गति 200 किमी/घंटा की दर से कम करनी पड़ी जिस कारण से उड़ान का समय 30 मिनट बढ़ गया। इस उड़ान का समय ज्ञात कीजिए।

33. एक तेज चलने वाली रेलगाड़ी एक धीरे चलने वाली रेलगाड़ी से 600 km की दूरी तय करने में 3 घंटे कम समय लेती है। यदि धीमी रेलगाड़ी की गति तेज रेलगाडी की गति से 10 किमी/घंटा कम हो तो दोनों रेलगाड़ी की गति ज्ञात कीजिए।

34. एक नाव जिसकी स्थिर जल में चाल 15 किमी./घंटा है, 30 किमी. धारा के विरूद्ध जाने में तथा वही दूरी धारा के अनुकूल मूल बिंदु पर वापस आने के लिए 4 घंटा 30 मिनट लेती है। धारा की गति ज्ञात कीजिए।

35. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 400 वर्ग सेमी है। इनके परिमापों का अंतर 16 सेमी है। तो प्रत्येक वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

36. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है। इसकी बराबर भुजाओं की लंबाई 13 सेमी हो तो इसके आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।

37. किसी भिन्न का हर उसके अंश के दुगने से एक अधिक है। यदि इस भिन्न और इसके व्युत्क्रम को जोड़े तो $2\frac{16}{21}$ प्राप्त होता है। यह भिन्न ज्ञात कीजिए।

38. एक लड़की की उम्र अपनी बहन से दुगुनी है। चार वर्ष पश्चात् दोनों की आयु (वर्षों में) का गुणनफल 160 होगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

39. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का गुणनफल 18 है। जब इस संख्या में से 63 घटाया जाए तो अंक अपने स्थान बदल लेते हैं। यह संख्या ज्ञात कीजिए।

40. तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों में पहली संख्या का वर्ग और अन्य दो संख्याओं का गुणनफल जोड़ने पर 46 प्राप्त होता है। पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

41. एक कपड़ा ₹ 200 का है। यदि कपड़े की लंबाई 5 मी अधिक होती और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य दो रुपए कम होता है तो भी कपड़े का कुल मूल्य वही रहता। कपड़े की लंबाई और प्रति मीटर कपड़े का वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए।

42.

42. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में गति 24 किमी/घंटा है। 32 किमी धारा के विरूद्व जाने में तथा वहीं दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है, धारा की गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)

43. यदि द्विघात समीकरण $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ के मूल बराबर हैं तो सिद्व कीजिए $2b=a+c$ है।

44. यदि द्विघात समीकरण $(1+m^2)n^2x^2+2mncx+(c^2-a^2)=0$ के मूल बराबर हैं तो सिद्व कीजिए $c^2=a^2(1+m^2)$ है।

45. एक रेलगाड़ी 480 कि.मी. की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि चाल 8 किमी./घंटा कम होती तो यह दूरी तय करने में रेलगाड़ी 3 घंटे अधिक लेती। रेलगाड़ी की मूल गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

46. एक ऐसे आयताकार पार्क को बनाना है जिसकी चौड़ाई इसकी लंबाई से 3 मी. कम हो। इसका क्षेत्रफल पहले से निर्मित समद्विबाहु त्रिभुजाकार पार्क जिसका आधार आयताकार पार्क की चौड़ाई के बराबर तथा ऊँचाई 12 मी है के क्षेत्रफल से 4 वर्ग मीटर अधिक है। इस आयताकार पार्क की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

उत्तर तथा संकेत

1 (d) ($x^4+4x^2+4x^3=x^4+3+4x^2 \Rightarrow 4x^3=3 \Rightarrow$ बहुपद की घात =3)

2 (b) (x=2, समीकरण मे रखने पर जाँच करें)

3 (a) ($x=\frac{1}{2}$, $x^2+px-\frac{5}{4}=0$ में रखकर)

4 (c) एक द्विघात समीकरण की घात 2 होती है और इसके ज्यादा से ज्यादा दो वास्तविक मूल होते हैं)

5 (d) $(x(x-7))=0 \Rightarrow x=0, x=7$

6 (b) ±4 (D = 0)

7. (a) $\frac{-1}{2}, 1$

8. (a) $r=\frac{q^2}{4p}$ $(D=0) \Rightarrow q^2-4pr=0$

(b) p = -6, q = 1

(c) ($k \leq 4$ $(D \geq 0)$)

(d) c=4

(e) रैखिक

9. D = −124

10 $D = 0$

$\Rightarrow 20p^2 - 60p = 0, p \neq 0$

$\Rightarrow 20\, p(p-3) = 0 \; (p \neq 0)$

$\Rightarrow p = 3$

11. (a) $x = \frac{7}{2}, x = \frac{-3}{4}$ (b) $x = -\sqrt{5}, \quad x = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(c) $x = \frac{a}{2}$, $x = -a$ (d) $x = \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$

(e) $x = -\sqrt{3}, x = -\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (f) $x = -\sqrt{2}, \quad x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(g) माना $(x-1) = y$,

$x = 0, x = 7$

12 $D < 0, (-6)^2 - 4(3a)(1) < 0$

$12a > 36$

$\Rightarrow a > 3$

13 $2(-5)^2 + p(-5) - 15 = 0 \Rightarrow p = 7$

$7x^2 + 7x + k = 0$

$D = 49 - 28k = 0$

$k = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}$

14 $x = \frac{2}{3}$ रखने पर $4a + 9b = -42$ (1)

$x = -3$ रखने पर $9a + b = 21$ (2)

(1) तथा (2) को हल करने पर $a = 3, b = -6$

15 गुणनफल= $\frac{c}{a} = \frac{4p}{p} = 4$

योग = $\frac{-b}{a} = \frac{-6}{p} = 4 \Rightarrow p = \frac{-3}{2}$

16 $x^2 + (x + 4)^2 = 656$

$x^2 + 4x - 320 = 0$

D = 1296

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-4+36}{2}, \frac{-4-36}{2}$

x = 16 x = –20 (अस्वीकृत)

भुजाऐं 16 सेमी., 20 सेमी.

17 $\alpha - \beta = 11, \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$

हल करें $\alpha = 8, \beta = -3$

मूलों का गुणनफल = $\frac{c}{a} \Rightarrow -24 = 3k - 3$

$k = -7$

18 $x^2 + kx + 64 = 0$

$D_1 = k^2 - 256 \geq 0 \quad \Rightarrow k^2 \geq 256 \Rightarrow k \geq 16, k \leq -16$ ...(1)

$x^2 - 8x + k = 0$

$D_2 = 64 - 4k \geq 0 \Rightarrow k \leq 16$ ...(2)

(1) & (2) $\Rightarrow k = 16$

19 (a) $\frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$$\frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$$

$-(a+b)ab=(a+b)(a+b+x)x$

$\Rightarrow x^2+xa+bx+ab=0$

$x=-a, x=-b$

(b) 19 (a) के जैसे हल करें।

(c) लघुत्तम लेकर समीकरण $2x^2+5x+3=0$ को हल करें।

उत्तर: $x = -1, x \neq -3/2$

(d) $4x^2+4bx+b^2-a^2=0$

$(2x+b)^2-a^2=0$ $(A^2-B^2)=(A+B)(A-B)$ लगाकर हल करें।

उत्तर $\frac{x=-(a+b)}{2}, x=\frac{a-b}{2}$

(e) लघुत्तम लेकर समीकरण $x^2+4x-12=0$ प्राप्त कीजिए।

उत्तर $x=2,-6$

(f) $4x^2-2a^2x-2b^2x+a^2b^2=0$

$2x(2x-a^2)-b^2(2x-a^2)=0 \Rightarrow (2x-b^2)(2x-a^2)=0$

$\Rightarrow x = \frac{b^2}{2}, \frac{a^2}{2}$

(g) लघुत्तम लेकर $11x^2 - 21x - 92 = 0$ प्राप्त कीजिए।

उत्तर $x=4, -\frac{23}{11}$

(h) $\left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 + 5\left(\frac{2x}{x-5}\right) - 24 = 0$

माना $\frac{2x}{x-5}=y$

$\therefore$ $y^2 + 5y - 24 = 0$

सरल करने पर $y=3, y=-8$

y का मान रखने पर $\frac{2x}{x-5} = 3, \frac{2x}{x-5} = -8$

हल करने पर $x=15, x=4$

(i) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4=0$

$(2x-a^2)^2 - (b^2)^2=0$

$(2x-a^2-b^2)(2x-a^2+b^2)=0$

$x = \frac{a^2+b^2}{2}, x = \frac{a^2-b^2}{2}$

(j) $2a^2x^2 + 6a^2bx + bx + 3b^2 = a$

$\Rightarrow 2a^2x\,(x+3b) + b(x+36) = 0$

$\Rightarrow (2a^2x+b)\,(x+3b) = 0$

(k) $\dfrac{7x+1}{5x-3} = y$ (माना)

$\therefore\ 3y - \dfrac{4}{y} = 11 \Rightarrow 3y^2 - 11y - 4 = 0$

सरल करने पर $y = -\frac{1}{3}$, $y = 4$

y का मान रखे व सरल करें। उत्तर x=0,1

(l) ल.स. लेने $x^2-3x+2=0$ पर प्राप्त होगा।

सरल करने x=1, x=2

(m) ल.स. लेने पर $2x^2-27x+88=0$

उत्तरः $x = 8, \dfrac{11}{2}$

(n) ल.स. लेने पर $x^2-4x-8=0$ प्राप्त होगा।

द्विघात सूत्र $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ का प्रयोग करें।

उत्तर $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$

(o) ल.स. लेने पर $2x^2-16x+23=0$ प्राप्त होगा।

द्विघात सूत्र द्वारा सरल करें

$x = -\dfrac{8 \pm 3\sqrt{2}}{2}$

(p) $x^2 + 7\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}x - 70 = 0$

$(x+7\sqrt{5})\,(x-2\sqrt{5}) = 0$

$x = 2\sqrt{5}, -7\sqrt{5}$

(q) $\dfrac{16-x}{x} = \dfrac{15}{x+1} \Rightarrow x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4.$

20 $abx^2 + b^2x - ac\,x - bc = 0 \Rightarrow (bx - c)(ax + b) = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{a}, \frac{c}{b}$$

21 $D = 0, \therefore p^2 - 2p - 3 = 0 \Rightarrow p = -1, 3 \Rightarrow p = 3$

[–1 को अस्वीकृत करने पर]

22 D ज्ञात कीजिए, $D = (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) = 0$

$\therefore$ मूल वास्तविक व बराबर है।

मूल $= \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

23 $D = (-6a^2)^2 - 4(9)(a^4 - b^4) = 36b^4$

$$x = \frac{-(-6a^2) \pm \sqrt{36b^4}}{2 \times 9} = \frac{6a^2 \pm 6b^2}{18} = \frac{a^2 \pm b^2}{3}$$

24 $\frac{54}{x} + \frac{63}{x+6} = 3$

उत्तर $x = 36, x \neq -3$

रेलगाड़ी की औसत गति $= x$ किमी/घंटा

रेलगाड़ी की नयी गति $= (x + 6)$ किमी/घंटा

25 माना प्राकृत संख्या = x

$x + 12 = \frac{160}{x}$

$x^2 + 12x - 160 = 0$

$(x + 20)(x - 8) = 0$

$\therefore x = 8, x \neq -20$

26. छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x घंटे

बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = (x-9) घंटे

प्रश्नानुसार $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$

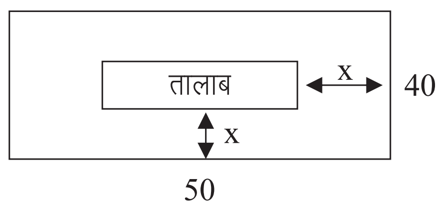
सरल करें $x^2 - 21x + 54 = 0$

$x = 3, x = 18$

$x \neq 3 \because x-9 = 3-9 = -6 < 0$

x= 18 घंटे, x – 9 = 9 घंटे।

27.



आयाताकार बगीचे का क्षेत्रफल = 50×40

तालाब का क्षेत्र. = (50-2x) (40-2x)

$(50 \times 40) - (50-2x)(40-2x) = 1184$

सरल करे $x^2 - 45x + 296 = 0$

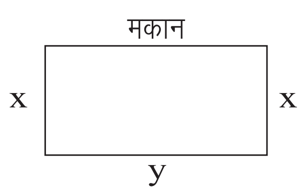
$x = 37, x = 8$

$x \neq 37 \quad \because 40-2x = 40-2(37) < 0$

तालाब की लंबाई =34 मीटर

तालाब की चौड़ाई =24 मीटर

28.



$x + y + x = 30$

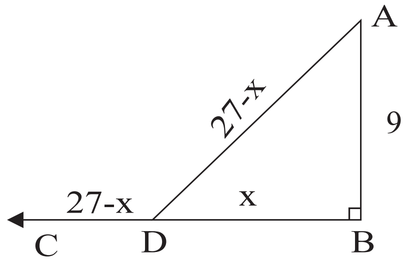
$xy = 100$

सरल करे x=5मी, 10मी

y=20 मी, 10मी

∴ विमाएँ (5 मी × 20 मी या 10 मी × 10 मी)

29



ABD में, पाइथागोरस प्रमेय द्वारा $9^2+x^2=(27-x)^2$

सरल करें तथा x=12 मीटर

30 माना वास्तविक सूची मूल्य ₹ x

$$\frac{300}{x-5}-\frac{300}{x}=5$$

सरल करें x=20, x = –15 (अस्वीकृत)

उत्तर ₹ 20

31 माना वास्तविक व्यक्तियों की संख्या = x

$$\frac{6500}{x}-\frac{6500}{x+15}=30$$

सरल करें x = 50, x = –65 (अस्वीकृत)

32 धीमी रेल गाड़ी की गति = x किमी/घंटा

$$\frac{600}{x-200}-\frac{600}{x}=\frac{1}{2}$$

सरल करें x = 600, x = – 400 (अस्वीकृत)

उडान का समय = $\frac{600}{600}$ = 1 घंटा

33 धीमी रेल गाड़ी की गति = x किमी/घंटा

$$\frac{600}{x}-\frac{600}{x+10}=3$$

सरल करें x=40, x = –50 (अस्वीकृत)

धीमी रेलगाड़ी की गति = 40 किमी/घंटा

तेज रेलगाड़ी की गति = 50 किमी/घंटा

$\frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x} = \frac{9}{2}$ (धारा की गति =x किमी/घंटा)

सरल करें $x=5,\ x \neq -5$ (अस्वीकृत)

35 धारा की गति = 5 किमी/घंटा

$x^2 + y^2 = 400$ ...(1)

$4x-4y=16$ या $4y-4x=16$

$= x-y=4$ ...(2) या $y-x=4$ ...(3)

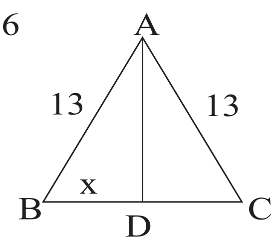
(1) & (2) को सरल करने पर $x=16,\ x = -12$ (अस्वीकृत)

(1) & (3) को सरल करने पर $x=12,\ x= -16$ (अस्वीकृत)

$x=16$ मीटर, $y=12$ मीटर

$x=12$ मीटर, $y=16$ मीटर

36



BC=2x

BD=x

पाईथा गोरस प्रमेय द्वारा

$AD=\sqrt{169-x^2}$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 2x \times \sqrt{169-x^2} = 60$

(वर्ग करने के पश्चात् $x^2=$ मानकर हल करने पर)

सरल करें $x^2=144,\ x^2=25$

$x=12,\ x=5$ ($x = -12,-5$) (अस्वीकृत)

आधार = $2x=24$ सेमी या 10 सेमी

37 भिन्न $= \frac{x}{2x+1}$

$\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2\frac{16}{21} = \frac{58}{21}$

सरल करें $x=3,\ x=\frac{-7}{11}$ (अस्वीकृत)

भिन्न $= \frac{3}{7}$

38 बहन की आयु = x वर्ष

लड़की की आयु = 2x वर्ष

$x+4)(2x+4)=160$

सरल करें $x=6$, $x = -12$ (अस्वीकृत)

$2x=12$

6 वर्ष, 12 वर्ष

39 संख्या = $10x+\frac{18}{x}$ (इकाई अंक $\frac{18}{x}$) (दहाई अंक =x)

$(10x+18)-(10\times\frac{18}{x}+x)=\frac{63}{x}$

सरल करें $x=9$, $x = -2$ (अस्वीकृत)

संख्या = 92

40 माना संख्याएँ $x, x+1, x+2$

$$x^2+(x+1)(x+2)=46$$

$$2x^2+3x-44=0$$

द्विघात सूत्र द्वारा $x=4$, $x = -\frac{22}{4}$ (अस्वीकृत)

संख्याएं = 4,5,6

41 माना कपड़े की लंबाई = x मीटर

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

सरल करें $x=20$, $x = -25$ (अस्वीकृत)

मूल्य प्रति मीटर = $\frac{200}{x} = \frac{200}{20}$ = ₹ 10

42 माना धारा की गति = x किमी / घंटा

$$\frac{32}{24-x} - \frac{32}{24+x} = 1$$

$$x^2+64x-576=0$$

धारा की गति = 8 किमी / घंटा, $x = -72$ (अस्वीकृत)

43 $D = 0$

$(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b) = 0$

$\Rightarrow (a+c-2b)^2=0$

$a+c=2b$

44 $D=0$

$(2mnc)^2-4(1+m^2)n^2(c^2-a^2)=0$

$4n^2c^2= 4n^2a^2(1+m^2)$

$c^2=a^2(1+m^2)$.

45 माना रेलगाड़ी की मूल चाल = x किमी/घंटा

$$\frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$$

$x^2 - 8x - 1280 = 0$

$x = 40, -32$ (अस्वीकृत)

$x = 40$ किमी/घंटा

46 माना आयताकार पार्क की लं. = L मी

चौड़ाई = (L – 3) मी

समद्विबाहु त्रिभुज की ऊँचाई = 12 मी

$$L(L-3) = \frac{1}{2} \times 12 \times (L-3) + 4$$

$$L^2 - 9L + 14 = 0$$

$\Rightarrow$ L = 7, 2 (अस्वीकृत)

इसलिए, L = 7 मी

लंबाई = 7 मी, चौड़ाई = 4 मी,

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

द्विघात समीकरण

समय : 45 मिनट | अधिकतम अंक : 20

खण्ड–अ

1 यदि $x=3$ द्विघात समीकरण $x^2-2kx-6=0$ का एक मूल है तो k का मान ....होगा। 1

$\left[k=\frac{1}{2}\right]$

2 यदि $3x^2+2x+\alpha=0$ का विविक्तकर, $x^2-4x+2=0$ के विविक्तकर के दुगुना है तो α का मान ....होगा। $[\alpha=-1]$ 1

3 यदि $6x^2-bx+2=0$ का विविक्तकर 1 है, तो b का मान ....होगा। 1

4 $(x-1)^3=x^3+1$ एक द्विघात समीकरण है। (सत्य / असत्य) [असत्य] 1

खण्ड–ब

$[k=6]$

5 यदि $x^2+kx+12=0$ के मूल 1:3 के अनुपात में हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए।$[k=\pm 8]$ 2

6 x के लिए हल कीजिए : $21x^2-2x+\frac{1}{21}=0$ 2

7 यदि द्विघात समीकरण $kx(x-2)+6=0$ के मूल बराबर हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

$[k=6]$

खण्ड–स

8 द्विघात सूत्र द्वारा हल करें: $4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}=0$ $\left[k=\frac{-2}{\sqrt{3}},\frac{\sqrt{3}}{4}\right]$ 3

9 k के किस मान के लिए $(4-k)x^2+(2k+4)x+(8k+1)=0$ एक संपूर्ण वर्ग है। 3

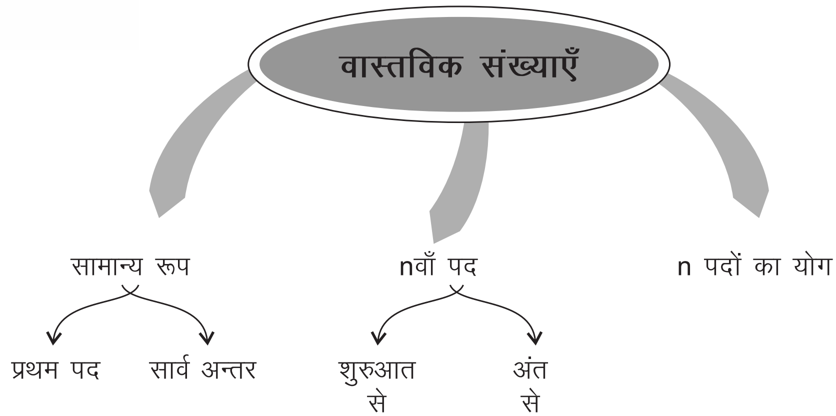
$[k=6$ अथवा $k=3]$

खण्ड–द

10 दो नल एक टैंक को मिलकर 1 $\frac{7}{8}$ घंटे में भरते है। जिस नल का व्यास बडा है वो छोटे व्यास वाले नल से टैंक भरने में 2 घंटे कम लेता है। दोनों नल अलग–2 टैंक भरने में कितना समय लेंगे? [3 घंटे तथा 5 घंटे] 4

5
अध्याय

समांतर श्रेढ़ियाँ



महत्त्वपूर्ण बिन्दु

- समांतर श्रेढ़ी संख्याओं की एक ऐसा सूची है जिसमें प्रत्येक पद अपने पूर्ववर्ती पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने पर प्राप्त होता है।
- समांतर श्रेढ़ियों का nवां पद $a_n a+(n-1)d$ होता है।
- प्रथम n पदों का योग है $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$
- यदि a, b और समांतर श्रेढ़ी में हैं, तो

  $$b = \frac{a+c}{2}$$

  जब किसी समांतर श्रेढ़ी के प्रथम पदों का योग है, तो n वाँ पद है :

  $$a_n = S_n - S_{(n-1)}$$

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1 बहुविकल्पीय प्रश्न

(i) AP 10,7,4...............का 30वाँ पद है:

(a) 97 (b) 77 (c) -77 (d) -87

(ii) AP -3,$-\frac{1}{2}$, 2................. का 11वाँ पद है:

(a) 28 (b) 22 (c) -38 (d) -48 $\frac{1}{2}$

(iii) किसी A.P में d=-4, n=7, a_n=4 हो तो a का मान है:

(a) 6 (b) 7 (c) 120 (d) 28

(iv) किसी . के प्रथम तीन पद 3y-1,3y+5 तथा 5y+1 हो तो y का मान है:

(a) -3 (b) 4 (c) 5 (d) 2

(v) दी गई संख्याएं -10,-6,-2,2.....................एक

(a) A.P है जिसका सार्व अंतर –16 हैं

(b) A.P है जिसका सार्व अंतर 4 हैं

(c) A.P है जिसका सार्व अंतर –4 हैं

(d) A.P नहीं है।

(vi) A.P 10,7,4,..................., – 62 का अंत से 11वाँ पद है।

(a) 25 (b) -32 (c) 16 (d) 0

(vii) प्रथम 100 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात करने में जुड़े प्रसिद्ध गणितज्ञ का नाम ... है।

(a) पाइथागोरस (b) न्यूटन (c) गॉस (d) यूक्लिड

(viii) यदि किसी A.P में a_{18}-a_{14} = 32 हो तो उसका सार्व अन्तर होगा:

(a) 8 (b) -8 (c) -4 (d) 4

(ix) स. श्रे. $(1+\sqrt{3})$, $(1+2\sqrt{3})$, $(1+3\sqrt{3})$, ... का nवाँ पद होगा

(a) $1+n\sqrt{3}$ (b) $n+\sqrt{3}$ (c) $n(1+3\sqrt{3})$ (d) $n\sqrt{3}$

(x) एक स. श्रे. का प्रथम पद p और सार्व अंतर q हो तो 10वाँ पद है

(a) q + 9p (b) p – 9q (c) p + 9q (d) 2p + 9q

2 यदि एक स. श्रे. का n वां पद $3n-5$ हो तो इसका 5वाँ पद क्या होगा?

3 प्रथम 10 सम संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।

4 विषम संख्याओं का n वाँ पद लिखिए।

5 प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?

6 प्रथम n सम संख्याओं का योग क्या होगा?

7 स. श्रे. $-10, -15, -20, -25, ...$ का n वाँ पद ज्ञात कीजिए।

8 स. श्रे. $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}.......$ का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

9 स. श्रे. का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए यदि इसका n वां पद $(a_n) = 3n + 7$

10 स. श्रे. $4, 9, 14, ..., 254$ के लिए $a_8 - a_4$ का मान क्या होगा?

11 स. श्रे. $-10, -12, -14, -16, ...$ के लिए a_{16} का मान क्या होगा?

12 यदि $3, k\text{-}2, 5$ स. श्रेढ़ी के पद हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।

13 p के किस मान के लिए $\frac{4}{5}, p, 2$ स.श्रे. के तीन क्रमागत पद होंगे?

14 किसी स. श्रे. के प्रथम दो पद क्रमश -3 तथा 4 हैं।
इस स. श्रे. का 36वाँ पद ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

15 क्या 144 समातंर श्रेढ़ी 3, 7, 11,.......का एक पद है? अपन उत्तर की पुष्टि कीजिए।

16 दर्शाइए $(a - b)^2, (a^2 + b^2)$ और $(a + b)^2$ एक स. श्रे. में हैं।

17 किसी समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद, सार्व–अंतर और अंतिम पद क्रमशः 12, 6 और 252 हैं। इसके सभी पदों का योग ज्ञात कीजिए।

18 15 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

19 1 से 200 के बीच की सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

20 यदि $4m + 8, 2m^2 + 3m + 6, 3m^2 + 4m + 4$ एक समांतर श्रेढ़ी के तीन क्रमागत पद हों तो m का मान ज्ञात कीजिए।

21 सं. श्रे. 22, 20, 18,........के कितने पदों का योग शून्य है?

22 एक स. श्रे. के दसवें पद का दस गुणा इसके बीसवें पद के 20 गुणा के समान है। इसका 30वाँ पद ज्ञात कीजिए।

23 x के लिए हल कीजिए: $1 + 4 + 7 + 10 + \ldots\ldots\ldots + x = 287$, (CBSE 2020)

24 दो अंको वाली कितनी संख्याएँ 6 से विभाजित होती हैं? (CBSE 2011)

25 यदि $\frac{1}{x+2}$ $\frac{1}{x+3}$ और $\frac{1}{x+5}$ स. श्रेढ़ी में हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

26 स. श्रेढी $-6, -2, 2 \ldots\ldots\ldots\ldots 58$ का मध्य पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

27 किसी स. श्रेढ़ी में यदि $a_n = 5n - 1$ हो तो S_n ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्रथम 20 पदों का योग भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

28 स. श्रेढ़ी 3,7,11,15............ का कौन सा पद 79 होगा? योग 3+7+11+.... 79 भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011C)

29 स. श्रेढ़ी 3,8,13..............253 का अंत से 15वाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2022)

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

30 10 और 500 के बीच के उन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 7 से विभाज्य हैं।

31 एक स. श्रे. के 5वें तथा 9वें पदों का योग 72 तथा 7वें और 12वें पदों का योग 97 है। स. श्रे. ज्ञात कीजिए।

32 एक स. श्रे. का mवाँ पद $\frac{1}{n}$ तथा n वाँ पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि इसका (mn)वाँ पद 1 है।

33 एक समान्तर श्रेढ़ी का mवाँ पद $\frac{1}{n}$ तथा nवाँ पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि mn पदों का योग $\frac{1}{2}(mn + 1)$ है।

34 एक स. श्रे. का p वाँ पद q तथा q वाँ पद p है। सिद्ध कीजिए कि इसका n वाँ पद $(p + q - n)$ है।

35 101 और 999 के बीच उन प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जो 2 और 5 दोनों से विभाज्य हों।

36 एक स. श्रे. के 5वें और 9वें पदों का योग 30 है। यदि इसका 25वाँ पद इसके 8वें पद का 3 गुना हो तो स. श्रे. ज्ञात कीजिए।

37 किसी समान्तर श्रेढ़ी के mवें पद का m गुणा, nवें पद के n गुणा के बराबर तथा $m \neq n$ है। सिद्ध कीजिए कि $(m + n)$वाँ पद शून्य है।

38 स. श्रेढ़ी 3, 15, 27, 39.... का कौन–सा पद इसके 21वें पद से 120 अधिक होगा। (CBSE 2018)

39 एक समांतर श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योग $3n^2 + 2n$ है। स. श्रेढ़ी ज्ञात कीजिए।

40 एक समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद 12 तथा सार्वअंतर 6 है। यदि इस समांतर श्रेढी का अंतिम पद 252 हो, तो इसका मध्य पद ज्ञात करें।

41 एक स. श्रे. का 17वाँ पद, 8वें पद के दुगुने से 5 अधिक है। यदि स. श्रे. का 11वाँ पद 43 है तो स. श्रे. का nवाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

42 यदि किसी स. श्रेढी में प्रथम 14 पदों का योग 1050 हो और चौथा पद 10 हो तो इसका 20वाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

43 श्रृंखला $20 + 19\frac{1}{3} + 18\frac{2}{3} + \ldots$ में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका योग 300 है। दोहरे उत्तर को समझाइए।

44 श्रृंखला $\left(4-\frac{1}{n}\right)+\left(4-\frac{2}{n}\right)+\left(4-\frac{3}{n}\right)+\ldots.$ के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

45 एक समातंर श्रेढ़ी के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 तथा गुणन फल 8 है। इस सं. श्रे. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

46 वह स. श्रे. ज्ञात कीजिए जिसका चौथा पद 18 है और 15वें और 9वें पद का अंतर 30 है।

47 किसी स. श्रे. के प्रथम 9 पदों का योग 162 है। इसके छठे पद का तेरहवें पद से अनुपात 1 : 2 है। इस स. श्रे. का पहला और पन्द्रहवाँ पद ज्ञात कीजिए।

48 एक स. श्रे. के प्रथम 9 पदों का योग 171 और प्रथम 24 पदों का योग 996 है। इस स. श्रे. का प्रथम पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

49 एक स. श्रे. के प्रथम 7 पदों का योग 63 और अगले 7 पदों का योग 161 है। इस स. श्रे. का 28वाँ पद ज्ञात कीजिए।

50 यदि किसी स. श्रेढी के प्रथम चार पदों का योग 40 हो और प्रथम चौदह पदों का योग 280 हो तो इस स. श्रेढी के प्रथम c पदों का योग ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)

51 एक व्यक्ति दस वर्ष में ₹16500/– की बचत करता है। प्रथम वर्ष के पश्चात प्रत्येक वर्ष उसने पिछले वर्ष की तुलना में 100 रूपये अधिक की बचत की। उसने प्रथम वर्ष में कितनी बचत की?

52 किसी स. श्रेढी में 50 पद हैं और प्रथम 10 पदों का योग 210 है। अंतिम 15 पदों का योग 2565 है। यह सं. श्रेढी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)

53 किसी स. श्रेढी के 'n' पदों का योग $5n^2+3n$ है। यदि इसका mवाँ पद 168 हो तो m का मान ज्ञात कीजिए। इस स. श्रेढी का 20वाँ पद भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2013)

54 यदि किसी स. श्रेढी का चौथा पद शून्य हो तो सिद्ध कीजिए कि इस स. श्रेढी का 25वाँ पद इसके 11वें पद का तीन गुना होगा।

55 किसी सं श्रेढी में $S_5+S_7=167$ हो और $S_{10}=235$ है। यदि S_n इसके n पदों का योग है तो स. श्रेढी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2015)

56 सिद्ध कीजिए कि $S_{12}=3(S_8-S_4)$ है, यदि S_n स. श्रेढी के n पदों का योग है।

57 एक समांतर श्रेढ़ी के चार क्रमागत पदों का योग 32 है तथा चरम पदों के गुणनफल का मध्य पदों के गुणनफल से अनुपात 7 : 15 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020)

58 स. श्रे. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका चौथा और 9वाँ पद क्रमशः –15 और –30 है।

59 एक स. श्रे. में 37 पद हैं। इसके तीन मध्य के पदों का योग 225 है तथा अंतिम तीन पदों का योग 429 है। स. श्रे. ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1 (i) (c) –77

(ii) (b) $-48\frac{1}{2}$

(iii) (d) –28

(iv) (c) –5

(v) (b)

(vi) (b) –32

(vii) (c) गॉस

(viii) (a) –8

(ix) (a) $1+n\sqrt{3}$

(x) (c) $p+qq$

2 $a_n=3n-5$, $a_5 = 10$

3 $S_n=\frac{10}{2}(2\times2+9\times2)=110$

4 1,3,5,............... $a_n=1+(n-1)2=2n-1$

5 $1+2+\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

6 $2+4+6+\ldots\ldots+2n= \frac{n(2+2n)}{2}=n(n+1)$

7 $a_n=a+(n-1)d=-5(n+1)$

8 $d=a_2-a_1=\frac{1}{9}$

9 $a_1=3+7=10$, $a_2=6+7=13$, $d=3$

10 $(a+7d)-(a+3d)=4d=20$

11 $a_{16}=a+15d=-40$

12 3, k-2,5 एक सं श्रेढी है।

$k-2=\frac{3+5}{2} \Rightarrow k=6$

13 $p=\frac{7}{5}$ (प्र 11 के जैसे)

14 $a = -3$; $a_2 = 4$; $d = 7$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{36} = -3 + 35 \times 7$

$a_{36} = 242$

15. $144=3+(n-1)4$

$\frac{141}{4}+1=n$ जो संभव नहीं है।

16 $a_1=(a-b)^2$ $a_2=a^2+b^2$ $a_3=(a+b)^2$

$a_2-a_1=a^2+b^2-(a-b)^2=2ab$

$a_3-a_2=(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab$

$a_2-a_1=a_3-a_2$

$\therefore$ स.श्रे. है।

17 $a=12, d=6, a_n=252 \Rightarrow n=41$

ज्ञात करें $S_{41}=5412$, $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ का प्रयोग करें।

18. $S_{15}=\frac{15}{2}(2a+14d)$ जहाँ $a=8, d=8$

$= 960$

19. 2+4+6+..................+198

$a=2, d=2, a_n=198 \Rightarrow n=99$

$S_n=\frac{n}{2}(a+l)=9900$

20. $b=\frac{a+c}{2}$

$\therefore 2m^2+3m+6=\left(\frac{4m+8+3m^2+4m+4}{2}\right)$

हल करने पर $m^2-2m=0 \Rightarrow m=0,2$

21. $S_n=0=\frac{n}{2}[44+(n-1)](-2)]=0$

हल करें $n=23$

22. प्रश्नानुसार $10a_{10}=20\,a_{20}$

$\Rightarrow a_{10}=2a_{20}$

$a=-29d$ ....(1)

$a_{30}=a+29d$ में (1) से a रखें तो $a_{30}=0$

23. $a=1$ $d=3$ $a_n=x$ $S_n=287$

$287=\frac{n}{2}\{2\times1+(n-1)3\}$

$\Rightarrow 3n^2-n-574=0$ $\Rightarrow n=14, -41/3$ (अस्वीकृत), $a_n = 90$

$x=9/4 = 40$

24. 6 से विभाजित होने वाली दो अंक की संख्याएं 12,18,24............................96

$a_2-a_1= a_3-a_2=6$ सं. श्रेढी

$a_n = 96 \Rightarrow n=15$

25. $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5}$ $(2b=a+c)$

हल करे $x=1$

26. $a_n=a+(n-)d$

$$58=-6+(n-1)4$$

हल करें $n=17$

माध्यिका के सूत्र द्वारा मध्यपद $=\frac{(n+1)}{2}$ वाँ पद=9वाँ पद

$a_9=-6+8(4)=26$

27. $a_n=5n-1$

सं श्रेढी प्राप्त करें $a_1=4, a_2=9, a_3=14$

$$4,9,14............$$

$a_2-a_1=5=a_3-a_2$

$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d] = \frac{n}{2}[8+(n-1)5]$

$S_n=\frac{n(5n+3)}{2}$

$S_{20}=\frac{20}{2}(100+3)=10\times103=1030$

28. $79=3+(n-1)4$

$n=20$

$S_{26}=\frac{20}{2}(3+79)=10(82)=820$

29. अंत से 15वां पद

$=253 - 14\times5$ [$l-(n-1)d$]

$=183$

30. 10 और 500 के बीच में 7 से विभाजित होने वाली संख्याएं 14,21,28,.......................497

$a_n=a+(n-1)d$ का प्रयोग करके n ज्ञात करें।

$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ का प्रयोग करके

उत्तर $S_n=17885$ ज्ञात करें। $(n = 70)$

31. $a_5+a_9=72$

$a_7+a_{12}=97$

इन समीकरणों को हल करके a और d ज्ञात करें।

उत्तर AP 6,11,16,21,26........... ....

32. $a_m=\frac{1}{n} \Rightarrow a+(m-1)\,d=\frac{1}{n}$

$a_n=\frac{1}{m} \Rightarrow a+(n-1)\,d=\frac{1}{m}$

$(m-n)\,d=\frac{1}{n}-\frac{1}{m}=\frac{m-n}{mn}$

$d=\frac{1}{mn}$, $a=\frac{1}{mn}$ प्राप्त करें।

$a_{mn}=a+(mn-1)d$

उत्तर $a_{mn}=\frac{1}{mn}+(mn-1)\frac{1}{mn}=1$

33. $a_m=a+(m-1)d=\frac{1}{n}$ ...(1)

$a_n=a+(n-1)d=\frac{1}{m}$ ...(2)

स. (2) को (1) में से घटाने पर

$d=\frac{1}{mn}$

$a=\frac{1}{mn}$

$$S_{mn} = \frac{mn}{2}[2a + (mn-1)d]$$

$$S_{mn} = \frac{1}{2}(mn+1)$$

34. $a_p = q, \quad a_q = p$

हल करने पर a, d प्राप्त करें $d = -1 \quad a = p + q - 1$

उत्तर $a_n = p + q - n$

35. 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ $\Rightarrow$ 10 से विभाजित होने वाली संख्याएँ, 101 और 999 के बीच में 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 110,120,130,140..............990 a_n=990 से n=89 प्राप्त करें।

36. प्रश्नानुसार $a_5 + a_9 = 30$

$a_{25} = 3\ a_8$

हल करने पर $a = 3, d = 2$ स. श्रेढी 3, 5, 7, 9 .... ।

37. $ma_m = na_n$

$a(m-n) = d[(m-n) - (m^2 - n^2)]$

$(m-n)\ \{a + (m+n-1)d\} = 0$

$(m-n)a_{(m+n)} = 0$

$a_{(m+n)} = 0$

38. माना a_n=120+a_{21}

3+(n-1)d=120+(3+20d)

3+(n -1)12=120+(3+20×12)

=120+243=363

(n-1)12=360

n-1=30 $\Rightarrow$ n=31

39. $S_n = 3n^2 + 2n$

$S_1 = 5; S_2 = 16; S_3 = 33$

$a_n = S_n - S_{(n-1)}$

$a = S_1 = 5$

$a_2 = S_2 - S_1 = 16 - 5 = 11$

$a_3 = S_3 - S_2 = 33 - 16 = 17$

A.P. : 5, 11, 17, ...

40. $a = 12; d = 6; a_n = 252$

$a_n = a + (n-1)d$

$n = 41$

मध्य पद $\frac{41+1}{2}$ = 21वाँ पद

$a_{21} = 132$

स.श्रेढी का मध्य पद = 132

41. प्रश्नानुसार $a_{17} = 5 + 2 \times a_8$

$a+16d=5+2a+14d$

$a-2d=-5$ ...(1)

$a_{11}=a+10d=43$ ...(2)

(1) और (2) को हल करने पर

$a=3, d=4$ $\therefore$ $a_n = 4n-1$

42. $S_{14}=1050$

10 $a_4 = 10$

$S_{14}=\frac{14}{2}(2 \times a+13d)$

$\frac{1050}{7}=2a+13d$

$2a + 13d = 150$ और $a + 3d = 40$ को सरल करने पर, $a = 10, d = 10$

$a_{20} = a + 19d = 10 + 190=200$

43. $a = 20;\ d = \frac{-2}{3}$

$S_n = 300$

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$n = 25$ या 36

26 वें पद से 36 वें पद का योग 0 है

44. $\left(4-\frac{1}{n}\right)+\left(4-\frac{2}{n}\right)+\left(4-\frac{3}{n}\right)$

$= (4+4+4+...) - \frac{1}{n}(1+2+3+...)$

$= 4n - \frac{1}{n} \times \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{7n-1}{2}$

45. $a_3 + a_7 = 6$

$a_3 \times a_7 = 8$ सरल करने पर $a=1,\ d=1/2, S_n=76$

$a = 5,\ d = -\frac{1}{2}$, $S_6 = 20$

उत्तर 76, 20

46. प्रश्नानुसार

$a_4 = 18$ ...(1) $a_{15} - a_9 = 30$ ...(2)

(2) से $d=5$ ज्ञात करें

$d=5$, (1) में रखने पर $a=3$ प्राप्त करें

AP 3,8,13,....................

47. प्रश्नानुसार $S_9 = 162$.

$\frac{9}{2}(2a+8d) = 162$ ...(1)

प्रश्नानुसार $\frac{a_6}{a_{13}} = \frac{1}{2}$

सरल करने पर $a=2d$

$a=2d$ ...(1) में रखने पर $d=3,\ a=6$

$a_{15} = a + 14d$

$a_{15} = 48$

48. $S_9=171$ $S_{24}=996$

$a+4d=19$, $2a+23d=83$

हल करने पर

$d=3$, $a=7$

49. प्रश्नानुसार $S_7=63$ ...(1)

अगले सात पदों का योग $=S_{14}-S_7=161$

$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ का प्रयोग करें, (1) और (2) को हल करके a और d प्राप्त करें।

$a=3$, $d=2$

$a_{28}=57$

50. $S_4=40 \Rightarrow \frac{4}{2}(2a+3d)=40$

$S_{14}=280 \Rightarrow \frac{14}{2}(2a+13d)=280$

सरल करने पर $a=7$, $d=2$

$S_n=n^2+6n$

51. ₹ 1200

52. $S_{10}=210$

$\Rightarrow 5(2a+9d)=210$

$\Rightarrow 2a+9d=42$ ....(1)

$S_{50}-S_{35}=2565$

$\frac{50}{2}(2a+49d)-\frac{35}{2}(2a+34d)=2565$

$15(2a)+d(25\times49-35\times17)=2565$

$15a+630d=2565$

अथवा $3a+126d=513$ ....(2)

(1) और (2) को सरल करने पर

$d=4, a=3$

53. $S_n = 5n^2 + 3n$

$S_1 = a_1 = 8$

$S_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow 26 = 8 + a_2$

$a_2 = 18$

$d = 18 - 8 = 10$

$a_m = 168$

$\Rightarrow a + (m-1)d = 168$

$8 + (m-1)10 = 168$

$m = 17$

$a_{20} = a + 19d = 8 + 190 = 198$

54. $a_4 = 0 \Rightarrow a + 3d = 0 \Rightarrow a = -3d$

$a_{25} = a + 24d = -3d + 24d = 21d$

$a_{11} = a + 10d = -3d + 10d = 7d \Rightarrow a_{25} = 3a_{11}$

55. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ का प्रयोग करें

$S_5 + S_7 = 167 \qquad S_{10} = 235$

हल करने पर a=1, d=5

A.P=1, 6, 11, 16, 21.....

56. $LHS = S_{12} = \frac{12}{2}[2a + 11d] = 6(2a + 11d)$

$RHS = 3[\frac{8}{2}(2a + 7d) - \frac{4}{2}(2a + 3d)]$

$= 3(4a + 22d) = 3 \times 2(2a + 11d) = 6(2a + 11d)$

$\therefore$ LHS=RHS

57. चार क्रमागतपद $\longrightarrow$ a - 3d, a - d, a + d, a + 3d, a = 8

$$\frac{\text{चरम दो गुणनफल}}{\text{मध्य दो का गुणनफल}} = \frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$$

$\Rightarrow d^2 = 4$

$d = \pm 2$

$\therefore$ a=8, d=2,पद होंगें– 2, 6, 10, 14

a=8, d=2,पद होंगें– 14, 10, 6, 2

58. $a_4=-15$, $a_9=-30$

$a+3d=-15, a+8d=-30$

$a=-6$ $\qquad$ $d=-3$

$S_{16}=-456$ $\left(S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}\right)$

59. $a, a_2, a_3, \ldots, a_{36}, a_{37}$

मध्य के तीन पद a_{18}, a_{19}, a_{20}

$a_{18}+a_{19}+a_{20}=225 \Rightarrow a+18d=75 \quad \ldots(1)$

$a_{35}+a_{36}+a_{37}=429 \Rightarrow a+35d=143 \quad \ldots(2)$

(1) और (2) को हल करने पर

$a=3; d=4$

स. श्रे. $\rightarrow 3, 7, 11, \ldots, 147$

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय 45 मिनट

समांतर श्रेढ़ियाँ

अधिकतम अंक : 20

खण्ड अ (1 अंक)

1 प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। [55] 1

2 सं श्रेढी $8\frac{1}{8}$, $8\frac{2}{8}$, $8\frac{3}{8}$, ... का सार्व अंतर बताइए। $\left[\frac{1}{8}\right]$ 1

3 यदि k, 2k-1 तथा 2k+1 स श्रेढी बनाऐ तो k का मान ....होगा। [K = 3] 1

4 स श्रेढी 8,10,12, ...,126 का अंत से 10वां पद..........................होगा। [108] 1

खण्ड ब (2 अंक)

5 संख्या 6 और 102 के बीच में कितनी दों अंकों वाली संख्याएं 6 से विभाजित होंगी? [15] 2

6 यदि किसी स. श्रेढी में n पदों का योग n^2+3n हो तो इसका 20वां पद ज्ञात कीजिए। [42] 2

7 (-5)+(-8)+(-11)+..............................+(-230) का योग ज्ञात कीजिए। [–8930] 2

खण्ड स (2 अंक)

8 एक स. श्रेढी ज्ञात कीजिए जिसके प्रथम 5 पदों का योग $12\frac{1}{2}$ है और प्रथम व अंतिम पदों का अनुपात 2:3 हो। $\left[2, \frac{9}{4}, \frac{5}{2}, \frac{11}{4}, 3\right]$ 3

9 एक स. श्रेढी 20, 16, 12, ..., –176 का मध्य पद ज्ञात कीजिए। [–76 तथा –80] 3

खण्ड द

10 किसी स.श्रेढी के तीन पदों का योग 24 है और इन पदों का गुणनफल 440 है, तो यह पद ज्ञात कीजिए। [5, 8, 11 अथवा 11, 8, 5] 4

6

अध्याय

त्रिभुज

त्रिभुज

- समरूप आकृतियाँ
- बहुभुजों की समरूपता
- त्रिभुजों की समरूपता
- त्रिभुजों की समरूपता कसौटी
  - AAA
  - SSS
  - SAS
  - RHS
- आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय एवं उसका विलोम

महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि (i) उनके सभी संगत कोण बराबर हों तथा (ii) उनकी सभी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात (समानुपात) में हों।
2. समरूप त्रिभुज के गुणधर्मः
   (i) यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ तथा $\angle C = \angle F$ है, तो कोण–कोण –कोण समरूपता कसौटी द्वारा $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हैं।

   (ii) यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$ हैं, तो भुजा–कोण–भुजा समरूपता कसौटी द्वारा $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हैं।

   (iii) यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ हैं, तो भुजा–भुजा–भुजा समरूपता कसौटी द्वारा $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हैं।

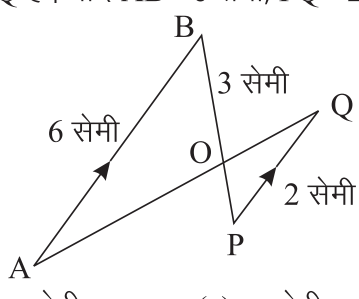
   (iv) यदि दो समकोण त्रिभुजों में एक त्रिभुज का कर्ण तथा एक भुजा, दूसरे त्रिभुज के कर्ण तथा एक भुजा के समानुपाती हो, तो दोनों त्रिभुज RHS समरूपता कसौटी द्वारा समरूप होंगे।

3. **(i) (उपपत्ति) आधारभूत समानुपातिकता प्रेमयः** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न–भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए तो ये दो अन्य भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती है।

   (ii) (अभिप्रेरणा) आधारभूत समानुपातिकता प्रेमय का विलोमः यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो वह रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है। (बिना उपपत्ति के)

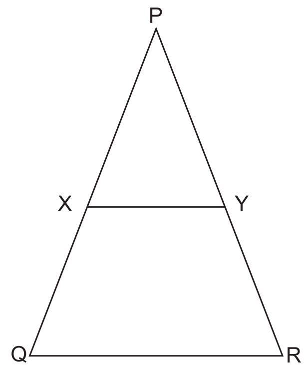
बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु–उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. दी गई आकृति में, $AB \parallel PQ$ है। यदि $AB = 6$ सेमी, $PQ = 2$ सेमी और $OB = 3$ सेमी है तो OP की लम्बाई हैः



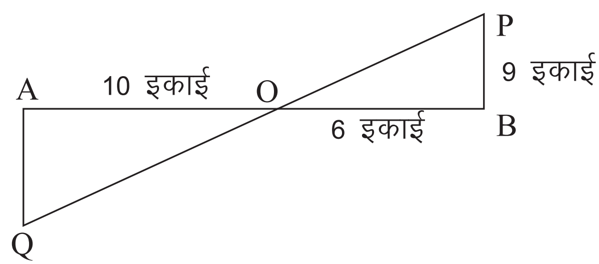
(a) 9 सेमी (b) 3 सेमी (c) 4 सेमी (d) 1 सेमी

2. निम्न आकृति में $XY \parallel QR$ और $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है, तो



(a) $XY = QR$　　(b) $XY = \frac{1}{3} QR$　　(c) $XY^2 = QR^2$　　(d) $XY = \frac{1}{2} QR$

3. निम्न आकृति में $QA \perp AB$ तथा $PB \perp AB$ है। AQ का मान है:

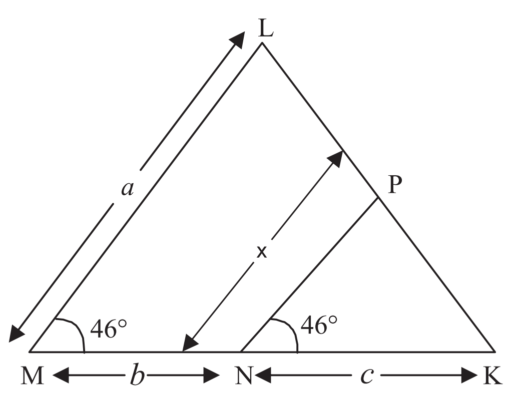


(a) 15 इकाई　　(b) 8 इकाई　　(c) 5 इकाई　　(d) 9 इकाई

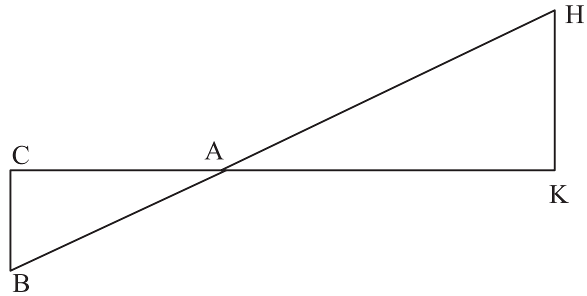
4. यदि $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ है, निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है?

(a) BC. EF = AC.FD　　(b) AB. EF = AC.DE　　(c) BC. DE = AB.EF　　(d) BC. DE = AB.FD

5. दी गई आकृति में $\angle M = \angle N = 46°$, है। x को a, b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।



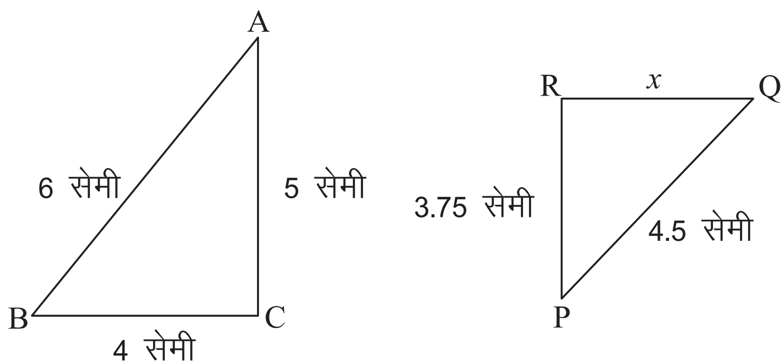
6 दी गई आकृति में, $\Delta AHK \sim \Delta ABC$ है। यदि AK = 10 सेमी, BC = 3.5 सेमी, तथा HK = 7 सेमी हो, तो AC ज्ञात कीजिए। (CBSE 2010)



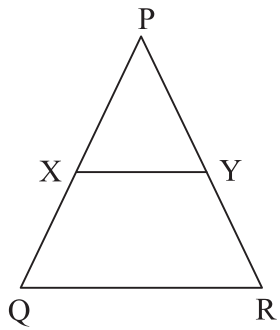
7. यदि $\Delta DEF \sim \Delta RPQ$ है, तो क्या यह कहना सत्य होगा कि $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?

8. यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत माध्यिकाओं का अनुपात 5 : 7 हो, तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

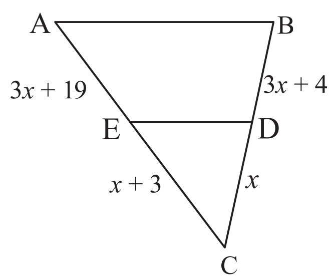
9. दी गई आकृति में, यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



10. दी गई आकृति में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है। XY : QR ज्ञात कीजिए।



11. दी गई आकृति में, x का वह मान ज्ञात कीजिए जो $DE \parallel AB$ बना दे।

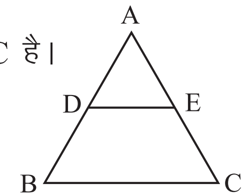


12 यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है, तथा $\angle A = 45°$ और $\angle F = 56°$ है, तो $\angle C$ का मान ज्ञात कीजिए।

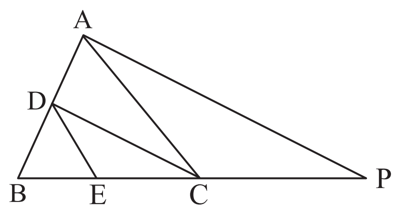
13 यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात 2 : 3 हो, तो उनकी संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

लघुत्तरात्मक प्रश्न (2 अंक)

14 दी गई आकृति में, $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$ है, तो सिद्ध कीजिए की $DE \parallel BC$ है।



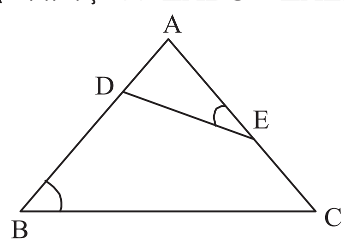
15 दी गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $DC \parallel AP$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ है।



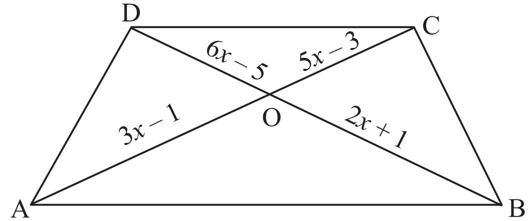
16 ΔPQR में $MN \parallel QR$ है। आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए

कि $\frac{PM}{PQ} = \frac{PN}{PR}$ है।

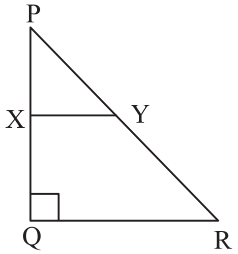
17 गई आकृति में, भुजाओं AB तथा CA पर D तथा E दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle B = \angle AED$ है। सिद्ध कीजिए कि $\Delta ABC \sim \Delta AED$ है।



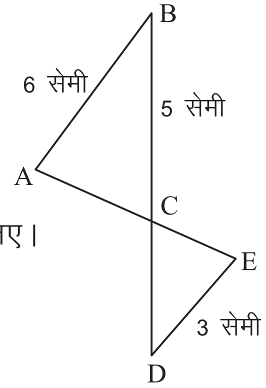
18 दी गई आकृति में, $AB \parallel DC$ तथा विकर्ण AC और BD, बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



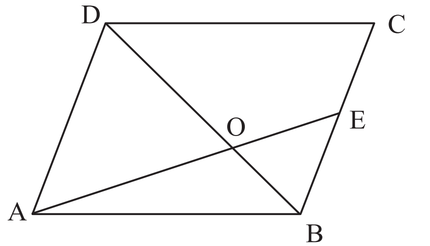
19. दी गई आकृति में, त्रिभुज PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle Q = 90°$ है। यदि $XY \parallel QR$, PQ = 6 सेमी, PY = 4 सेमी तथा PX : XQ = 1 : 2 है, तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



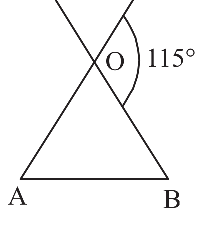
20. दी गई आकृति में, $AB \parallel DE$ है। CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



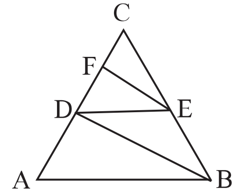
21. दी गई आकृति में, AB CD एक समांतर चतुर्भुज है। AE रेखाखण्ड BD को अनुपात 1 : 2 में विभाजित करता है। यदि BE = 1.5 सेमी हो, तो BC ज्ञात कीजिए।



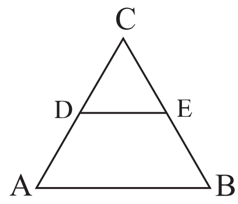
22. दी गई आकृति में, $\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 115°$ तथा $\angle CDO = 70°$ है। ज्ञात कीजिए (i) $\angle DOC$, (ii) $\angle DCO$, (iii) $\angle OAB$ (iv) $\angle OBA$.



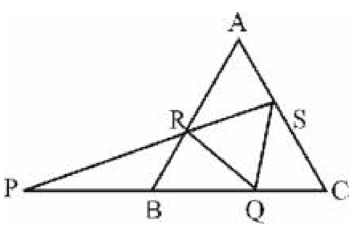
23. दी गई आकृति में, $AB \parallel DE$ तथा $BD \parallel EF$ है। सिद्ध कीजिए कि $(DC)^2 = CF \times AC$ है।



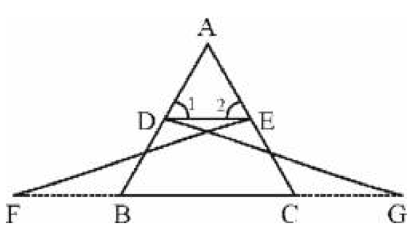
24. दी गई आकृति में, $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC}$ तथा $\angle CDE = \angle CED$ है। सिद्ध कीजिए कि ΔCAB समद्विबाहु त्रिभुज है।



25. दी गई आकृति में, $QS \parallel BA$, $QR \parallel CA$ तथा $PQ = 10$ सेमी. है। $PB \times PC$ का मान ज्ञात कीजिए।



26. दी गई आकृति में, $\Delta FEC \cong \Delta GBD$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ है। सिद्ध कीजिए कि $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ है।

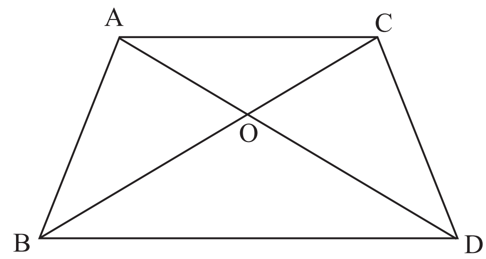


लघुत्तरात्मक प्रश्न **(3 अंक)**

27. त्रिभुज ABC में, $\angle ACB = 90°$ तथा $CD \perp AB$ है। सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{BC^2}{AC^2} = \dfrac{BD}{AD}$ है।

28. निम्न आकृति में, ΔABC और ΔDBC एक ही आधार BC पर हैं। AD और BC एक दूसरे को O पर काटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{\textbf{क्षेत्रफल}\ (\Delta ABC)}{\textbf{क्षेत्रफल}\ (\Delta DBC)} = \dfrac{AO}{DO}$ है।

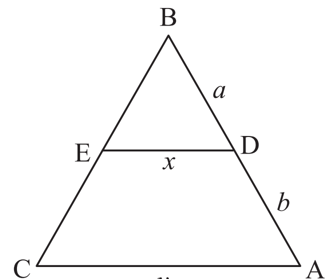
(CBSE 2020)



29. यदि AD और PS क्रमशः ΔABC तथा ΔPQR की माध्यिकाएँ हैं, जहाँ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{AB}{PQ} = \dfrac{AD}{PS}$. है।

30. दी गई आकृति में, $DE \parallel AC$ है। निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$x = \dfrac{a+b}{ay}$ या $x = \dfrac{ay}{a+y}$

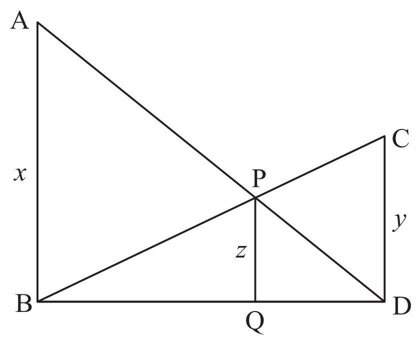


31. यदि तीन समान्तर रेखाओं को दो तिर्यक रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि तिर्यक रेखाओं पर उनके द्वारा बनाए गए अंतः खंड समानुपाती होते हैं।

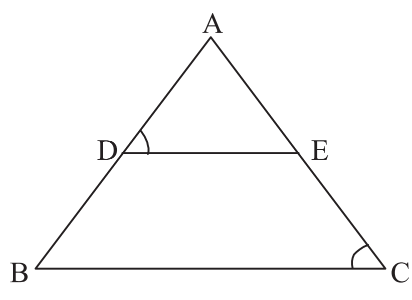
32 एक बिजली के खंभे पर 6 मी. की ऊँचाई पर एक बल्ब लगाया गया है। अगर 1.5 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो, तो खंभे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए।

33.. दो खम्भे जिनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मीटर तथा b मीटर हैं, आपस में p मीटर की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध कीजिए कि इन खम्भों के शीर्षों को इनके सम्मुख खम्भों के पादों को मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

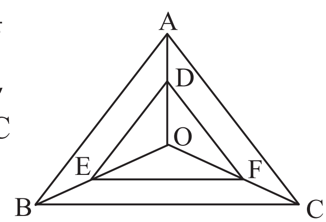
34.. दी गई आकृति में, AB || PQ || CD, AB = x, CD = y तथा PQ = z है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$ है।



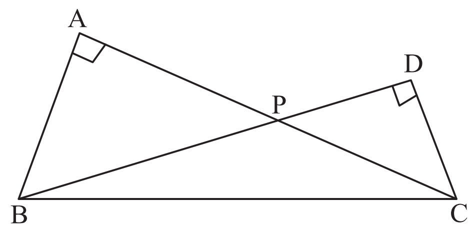
35. दी गई आकृति में, $\angle D = \angle E$ तथा $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है। सिद्ध कीजिए कि ΔBAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है। (CBSE 2020)



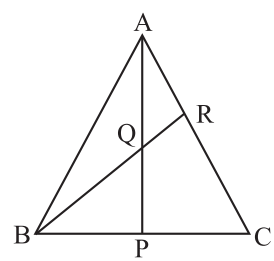
36. आकृति में, ΔABC के एक आंतरिक बिंदु O को त्रिभुज के शीर्षों से मिलाया गया है। बिंदु D जो AO पर स्थित है, से DE || AB तथा बिंदु E जो BO पर स्थित है, से EF || BC खींची गई है। सिद्ध कीजिए कि DF || AC है।



37. दो त्रिभुज, ΔBAC और ΔBDC में क्रमशः A और D पर समकोण है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। यदि भुजाएँ AC और BD एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $AP \times PC = DP \times PB$ है। (CBSE 2019)

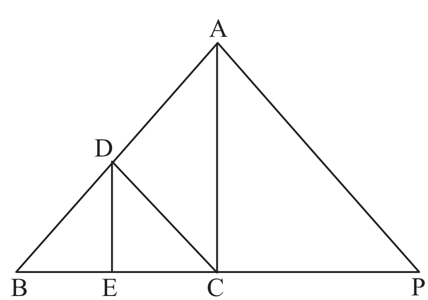


38. दी गई आकृति में, BC का मध्य बिंदु P है तथा AP का मध्य बिंदु, Q है। यदि BQ बढ़ाने पर AC को R बिन्दु पर काटती है, तो सिद्ध कीजिए कि $RA = \frac{1}{3}CA$ है।

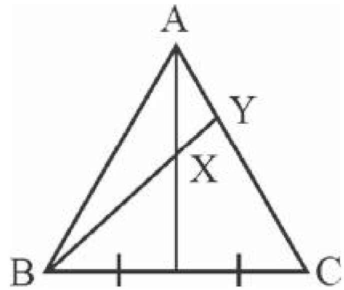


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

39. दी गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ है। सिद्ध कीजिए कि $DC \parallel AP$ है।



40. ΔABC में AD एक माध्यिका है। AD पर X एक बिंदु इस प्रकार है कि $AX : XD = 2 : 3$ है। किरण BX, AC को Y पर काटती है। सिद्ध कीजिए कि $BX = 4XY$ है।

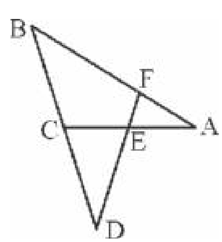


41. समांतर चतुर्भुज ABCD के शीर्ष D से होकर, भुजा BA तथा BC को बढ़ाने पर क्रमशः E और F पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाती है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}$ है।

42. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न–भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो सिद्ध कीजिए कि ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं। (CBSE 2019, 2020)

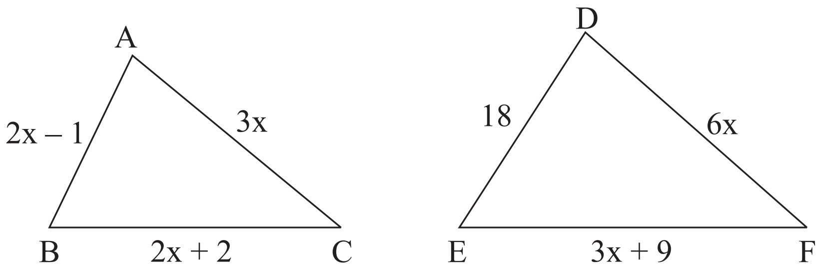
43. समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा CD के मध्य बिंदु M से होकर रेखा BM खींची गई है, जो AC को L पर तथा AD को बढ़ाने पर E पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $EL = 2BL$ है।

44. दी गई आकृति में, $\angle AEF = \angle AFE$ है तथा E, CA का मध्य बिंदु है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}$.



45. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और AC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की भुजाओं PQ और PR तथा माध्यिका PM के क्रमशः समानुपाती है। दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है। (CBSE 2020)

46. आकृति में यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है तथा उनकी भुजाओं की लंबाइयाँ (सेमी में) उन पर अंकित हैं, तो प्रत्येक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)



47. दो समरूप त्रिभुजों का परिमाप क्रमशः 30 सेमी और 20 सेमी है। यदि प्रथम त्रिभुज की एक भुजा 9 सेमी लंबी है, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

48. यदि, ΔABC में, BC पर एक बिंदु D इस प्रकार है कि $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ है, तो दर्शाइए कि AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

उत्तर और संकेत

1. (d) 1 सेमी

2. (b) $XY = \frac{1}{3} QR$

3. (a) 15 इकाई

4. (c) BC.DE = AB.EF

5. $\Delta KPN \sim \Delta KLM$

$$\frac{x}{a} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow x = \frac{ac}{b+c}$$

6. $\frac{AK}{AC} = \frac{HK}{BC} \Rightarrow \frac{10}{AC} = \frac{7}{3.5} \Rightarrow AC=5$ सेमी

7. $\angle D = \angle R$ (सत्य)

$\angle F = \angle P$ (असत्य)

8. 5 : 7

9. $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \Rightarrow \frac{6}{4.5} = \frac{4}{x} \Rightarrow x=3$ सेमी

10. $\Delta PXY \sim \Delta PQR$

$$\frac{PX}{PQ} = \frac{XY}{QR} = \frac{1}{3}$$

$\therefore XY : QR = 1:3$

11. $\frac{x+3}{3x+19} = \frac{x}{3x+4}$ (BPT)

$x=2$

12. $\angle F = \angle C = 56^{\circ}$

13. 2:3

14. $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

दोनों ओर से 1 घटाने पर

$\frac{AB}{BD} - 1 = \frac{AC}{CE} - 1$

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

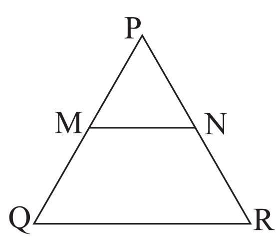
$\Rightarrow DE \parallel BC$ $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$

15. $DE \parallel AC$, $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ - (1) (BPT)

$DC \parallel AP$, $\frac{BD}{DA} = \frac{BC}{CP}$ (2) (BPT)

(1) और (2) से, $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ $\frac{BD}{DA} = \frac{BC}{CP}$

16. ΔPQR में, $MN \parallel QR$



$\Rightarrow \frac{MQ}{PM} = \frac{NR}{PN}$

दोनों तरफ 1 जोड़ने पर

$\Rightarrow \frac{PQ}{PM} = \frac{PR}{PN}$

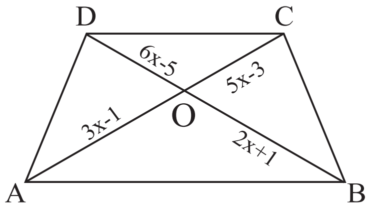
$\Rightarrow \frac{PM}{PQ} = \frac{PN}{PR}$

17. $\angle B = \angle AED$ (दिया है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\Delta ABC \sim \Delta AED$ (AA समरूपता कसौटी)

18. EO||AB खींचो, $\frac{DE}{EA} = \frac{DO}{OB}$ (ΔADB में)



$\Delta AOB \sim \Delta COD$

$\frac{3x-1}{5x-3} = \frac{2x+1}{6x-5} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ या 2

परन्तु $x = \frac{1}{2}$ पर (5x-3) तथा $(6x - 5)$ का एक ऋणात्मक मान आता है, जोकि अंसभव है।

अतः x का अभीष्ट मान 2 है।

19. $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{YR} \Rightarrow YR = 8$ सेमी

$\therefore PR = 8 + 4 = 12$ सेमी

$QR = \sqrt{(12)^2-(6)^2} = 6\sqrt{3}$ सेमी

20. $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (AA समरूपता कसौटी)

$\frac{6}{3} = \frac{5}{CD}$

CD = 2.5 सेमी

21. $\Delta BOE \sim \Delta DOA$ (AA समरूपता कसौटी)

$\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{DA}$

$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{DA}$

DA= 3 सेमी

BC = DA = 3 सेमी (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

22. (i) 65° (ii) 45°
(iii) 45° (iv) 70°

23. In ΔCAB, में, DE || AB

$\Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{CE}{BC}$ ...(1)

ΔCDB में, BD || EF

$\frac{CF}{DC} = \frac{CE}{BC}$ ...(2)

$\Rightarrow \dfrac{DC}{AC} = \dfrac{CF}{DC}$

$\Rightarrow (DC)^2 = CF \times AC$

24. ΔCAB में

$\Rightarrow \dfrac{AD}{DC} = \dfrac{BE}{EC}$

$\Rightarrow DE \parallel AB$ (BPT के विलोम द्वारा)

$\Rightarrow \angle A = \angle D; \angle B = \angle E$

$\Rightarrow \angle A = \angle B$

$\Rightarrow \Delta ABC$, समद्विबाहु त्रिभुज है।

25. ΔPSQ में,

$\dfrac{PB}{PQ} = \dfrac{PR}{PS}$ ...(1)

ΔPSC में,

$\dfrac{PQ}{PC} = \dfrac{PR}{PS}$ ...(2)

(1) और (2) से

$\dfrac{PQ}{PC} = \dfrac{PB}{PQ}$

$\Rightarrow PB \times PC = (PQ)^2$

$\Rightarrow PB \times PC = 100$ वर्ग सेमी

26. $EC = BD$ ($\because \Delta FEC \cong \Delta GBD$)

$AD = AE$ ($\because \angle 1 = \angle 2$)

$\dfrac{AE}{EC} = \dfrac{AD}{BD}$

$\Rightarrow DE \parallel BC$

$\Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC$

27. $\Delta ABC \sim \Delta CBD$

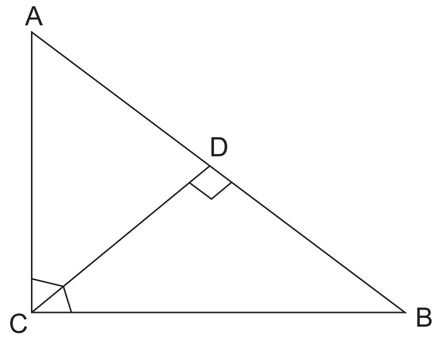
$\therefore \quad BC^2 = AB.BD \qquad ...(1)$

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$

$\therefore \quad AC^2 = AB.AD \qquad ...(2)$

(1) को (2) से भाग करने पर,

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$$

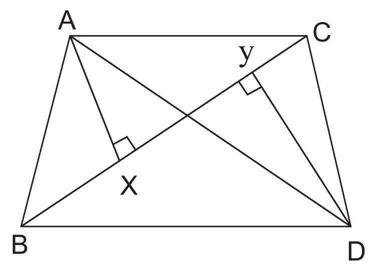


28. $AX \perp BC$ और $DY \perp BC$ खीचिए।

$$\frac{\text{क्षे.}(\Delta ABC)}{\text{क्षे.}(\Delta DBC)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AX}{\frac{1}{2} \times BC \times DY} = \frac{AX}{DY} \qquad ...(1)$$

$\Delta AXO \sim \Delta\ DYO$ (AA समरूपता कसौटी)

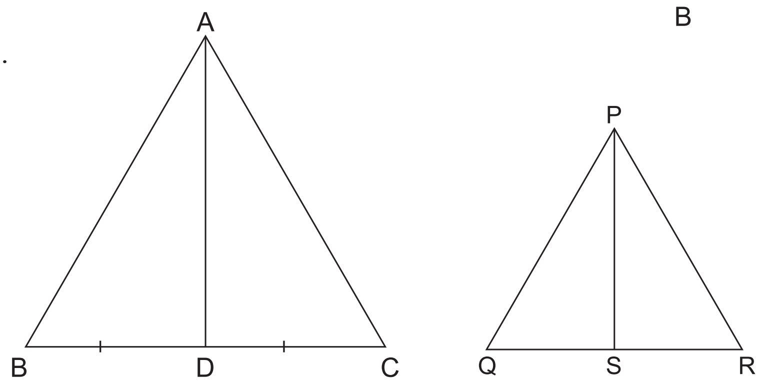
$$\frac{AX}{DY} = \frac{AO}{DO} \quad - (2)\ (C.P.S.T.)$$



(1) और (2) से,

$$\frac{\text{क्षे.}(\Delta ABC)}{\text{क्षे.}(\Delta DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

29.



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (दिया है)

अत: $\angle B = \angle Q$ और $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR} = \frac{BD}{QS}$

ΔABD और ΔPQS में,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS}$ और $\quad \angle B = \angle Q$

$\Delta ABD \sim \Delta PQS$ (SAS समरूपता कसौटी)

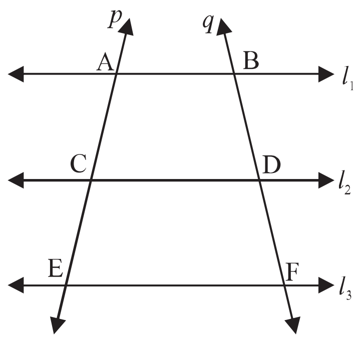
अत: $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$ (C.P.S.T)

30. $\Delta BED \sim \Delta BCA$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{ay}{a+b}$$

31. $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$



रचनाः BE को मिलाएँ

ΔABE में

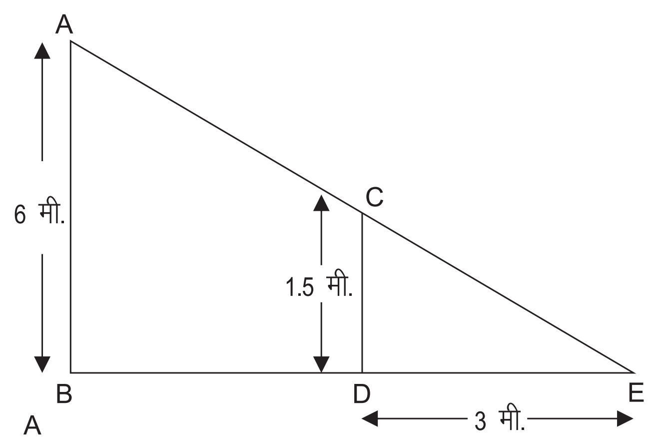
$$\frac{AC}{CE} = \frac{BX}{XE} \quad ...(1)$$

ΔBEF में

$$\frac{BX}{XE} = \frac{BD}{DF} \quad ...(2)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$$

32. $\Delta ABE \sim \Delta CDE$

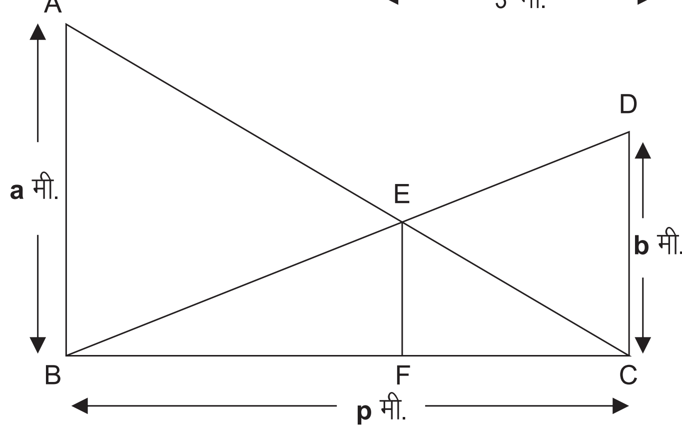


$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{6}{1.5} = \frac{3+BD}{3}$$

BD = 9 मी.

33. सिद्ध करना हैः $EF = \frac{ab}{a+b}$



उपपत्तिः $AB \parallel EF \parallel DC$

$\Delta EFC \sim \Delta ABC$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} \quad ...(1)$$

$\Delta BFE \sim \Delta BCD$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} \quad ...(2)$$

(1) और (2) को जोड़ने पर,

$$\frac{EF}{AB} + \frac{EF}{CD} = \frac{FC+BF}{BC}$$

$$EF\left[\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}\right] = \frac{BC}{BC}$$

$$EF\left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right] = 1$$

$$EF = \frac{ab}{a+b}$$

34. प्र. 33 की तरह हल करना है।

35. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

BPT के विलोमानुसार, DE||BC है।

$\therefore$ $\angle D = \angle B$ और $\angle E = \angle C$ (संगत कोण)

परंतु $\angle D = \angle E$

अतः $\angle B = \angle C$

$\therefore$ AB=AC

अतः ΔABC, एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

36. Δ OAB में, $\frac{OD}{DA} = \frac{OE}{EB}$ – (1) ($\because$ BPT)

Δ OBC में, $\frac{OE}{EB} = \frac{OF}{FC}$ – (2) ($\because$ BPT)

(1) और (2) से,

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OF}{FC}$$

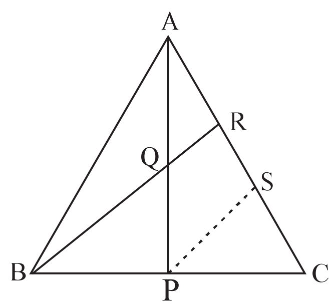
BPT के विलोमानुसार, DF||AC है।

37. $\Delta APB \sim \Delta DPC$ (AA समरूपता कसौटी)

$\frac{AP}{DP} = \frac{PB}{PC}$ (C.P.S.T.)

AP.PC=DP. PB.

38. रचनाः PS || BR



ΔCBR में

PS || BR

$\Rightarrow$ CS = SR ....(1)

ΔAPS

AR = RS ....(2)

(1) और (2) से

AR = RS = SC

$AR = \frac{1}{3}AC$

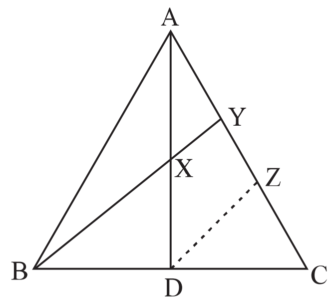
39. ΔBCA में

$\frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA}$ (BPT से) तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ (दिया है)

$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BC}{CP}$

$\Rightarrow DC \parallel AP$ (BPT का विलोम)

40. रचना : $DZ \parallel BY$ बनाइए



$\Delta AXY \sim \Delta ADZ$

$\Rightarrow \frac{AX}{AD} = \frac{XY}{DZ}$

$\Rightarrow 2DZ = 5XY$ ...(1)

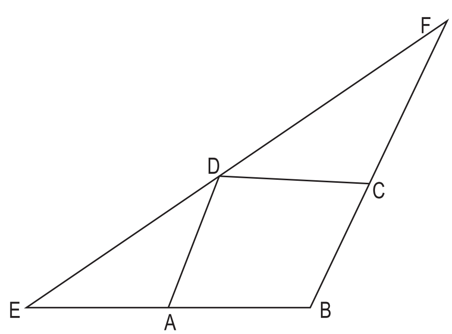
$\Delta CDZ \sim \Delta CBY$

$\frac{CD}{CB} = \frac{DZ}{BY} \Rightarrow BY = 2DZ$ ...(2)

(1) और (2) से

$\Rightarrow BX = 4XY$

41. $\Delta EAD \sim \Delta EBF$



$\frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BF}$

$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE}$ (1)

$\Delta DCF \sim \Delta EBF$

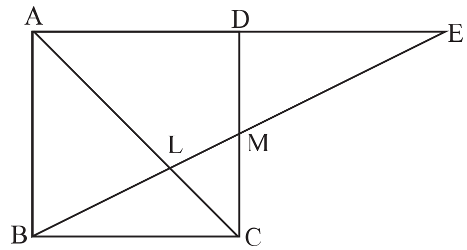
$\frac{DC}{EB} = \frac{CF}{BF} \Rightarrow \frac{BF}{BE} = \frac{CF}{CD}$ (2)

(1) तथा (2) से

$\frac{AD}{DE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD}$

42. NCERT की प्रमेय 6.1

43. $\Delta BMC \cong \Delta EMD$



$BC = DE$

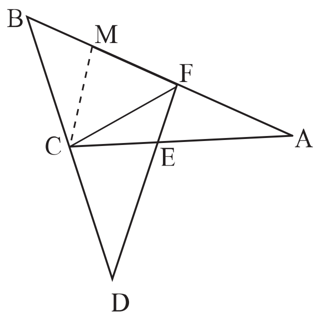
तथा $AD = BC$

$\Rightarrow AE = 2BC$

अब, $\Delta AEL \sim \Delta CBL$

$\Rightarrow EL = 2BL$

44. रचना $CM \parallel DF$,



ΔACM में,

$EF \parallel CM$

$\Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{AF}{FM}$

$\angle AEF = \angle AFE$ (दिया है)

$(\because AE = AF)$

$\Rightarrow CE = MF$

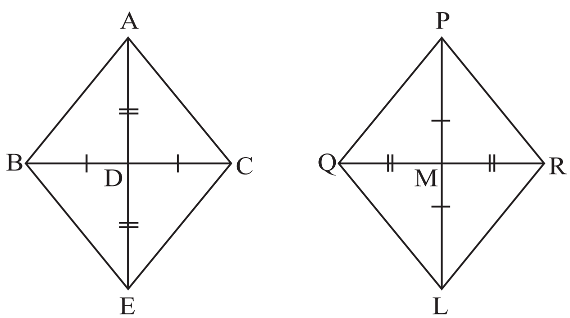
ΔBDF में,

$\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{MF} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}$

45. ΔABC और ΔPQR में

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$ ...(1)

AD को बिन्दु E तक बढ़ाइए ताकि $AD = DE$ और PM को बिन्दु L तक बढ़ाइए ताकि $PM = ML$ हो



$\therefore$ चतुर्भुज ABEC और PQLR समांतर चतुर्भुज है। ($\because$ विकर्ण समद्विभाजित करते हैं)

$\therefore$ $AC = BE, AB = EC$ ...(2)

$\therefore$ $PR = QL, PQ = LR$

(1) और (2) से

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BE}{QL} = \frac{2AD}{2PM} = \frac{AE}{PL}$$

$\therefore$ $\Delta ABE \sim \Delta PQL$

$\therefore$ $\angle BAE = \angle QPL$ ...(3)

इसी तरह, $\Delta AEC \sim \Delta PLR$

$\Rightarrow$ $\angle CAE = \angle RPL$ ...(4)

$\Rightarrow$ $\angle CAB = \angle RPQ$ ((3) व (4) से)

$\therefore$ ΔABC और ΔPQR में ...(3)

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$ और $\angle CAB = \angle RPQ$, अतः $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

46. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta DEF$)

$$\frac{2x-1}{18} = \frac{2x+2}{3+9} = \frac{3x}{6x}$$

हल करने पर, $x = 5$

$\therefore$ AB = 9 सेमी BC = 12 सेमी AC = 15 सेमी

DE = 18 सेमी EF = 24 सेमी FD = 30 सेमी

47. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\therefore$ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$

$\Rightarrow$ $AB = kDE, BC = kEF, AC = kDF$

$\therefore$ $AB + BC + AC = k(DE + EF + DF)$

$$\frac{AB+BC+AC}{DE+EF+DF}$$

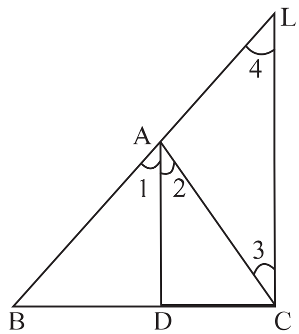
$\therefore$ $\frac{30}{20} = \frac{9}{x} \Rightarrow x = 6$ सेमी

48. रचना: BA को L तक इस प्रकार बढ़ाइए कि $AL = AC$ है, CL को मिलायें।

ΔACL में

$\angle 3 = \angle 4$

ΔBCL में



$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AL}$ $(\because AC = AL)$

$DA \parallel CL$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 4$

$\angle 2 = \angle 3$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

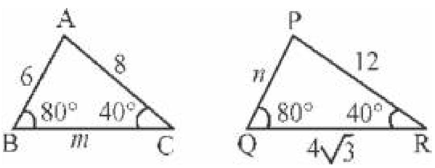
अतः, AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

अभ्यास प्रश्न-पत्र

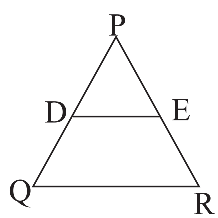
समय : 45 मिनट | **त्रिभुज** | अधिकतम अंक–20

खण्ड–अ

1. दी गई आकृति में, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, हैं, तो $(m+n)$ ज्ञात कीजिए। $\left[\dfrac{27+8\sqrt{3}}{3}\right]$ 1



2. दी गई आकृति में, $DE \parallel QR$, $PQ = 5.6$ सेमी, $PD = 1.6$ सेमी है, $PE : ER$ ज्ञात कीजिए। 1
[2 : 5]



3. ΔABC में, $AB = 3$ सेमी, $BC = 2$ सेमी और $CA = 2.5$ सेमी है। यदि $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ तथा $QR = 6$ सेमी है, तो ΔPQR का परिमाप ....है। 1
[22.5 सेमी.]

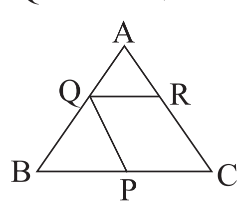
4. यदि त्रिभुज ABC और DEF में, $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{AC}{FD}$ है, तो 1

सेमी.

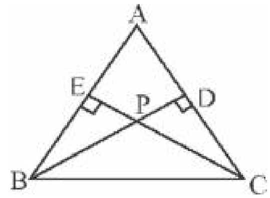
(a) $\Delta BCA \sim \Delta FDE$ (b) $\Delta FDE \sim \Delta ABC$
(c) $\Delta CBA \sim \Delta FDE$ (d) $\Delta FDE \sim \Delta CAB$ [(d)]

खण्ड–ब

5. दी गई आकृति में, $QR \parallel BC$ तथा $QP \parallel AC$ है। यदि $PB = 12$ सेमी, $PC = 20$ सेमी, तथा $AR = BQ = 15$ सेमी हो तो AQ तथा CR ज्ञात कीजिए। [AQ = 25 सेमी.
CR = 9 सेमी.] 2



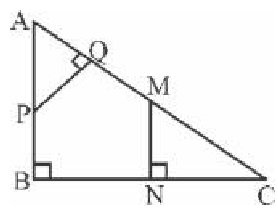
6. दी गई आकृति में, $BD \perp AC$ तथा $CE \perp AB$ है। सिद्ध कीजिए कि $BP \times PD = EP \times PC$ है। 2



7. यदि एक समलम्ब का एक विकर्ण, दूसरे विकर्ण को 1 : 3 में विभाजित करता है, तो सिद्ध कीजिए कि संमातर भुजाओं में से एक भुजा, दूसरी की तीन गुणा है। 2

खण्ड–स

8. दी गई आकृति में, यदि $AB \perp BC, PQ \perp AC$ तथा $MN \perp BC$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta APQ \sim \Delta MCN$ है। 3



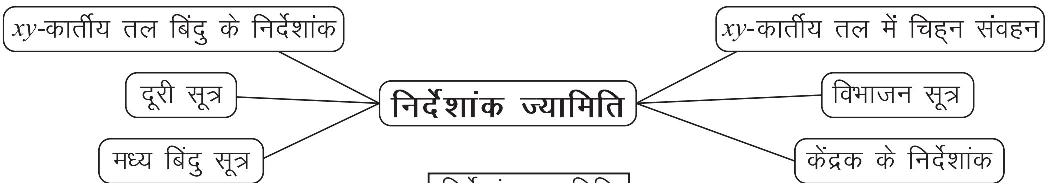
9. समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर एक बिन्दु E स्थित है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है। दशाईए कि $AB \times BC = AE \times CF$ है। 3

खण्ड–द

10. आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। 4

7
अध्याय

निर्देशांक ज्यामिति



निर्देशांक ज्यामिति

ज्यामितीय प्रणाली जिसमें बिंदुओं की स्थिति को संख्याओं के क्रमित युग्म द्वारा वर्णित किया जाता है, P(x, y)

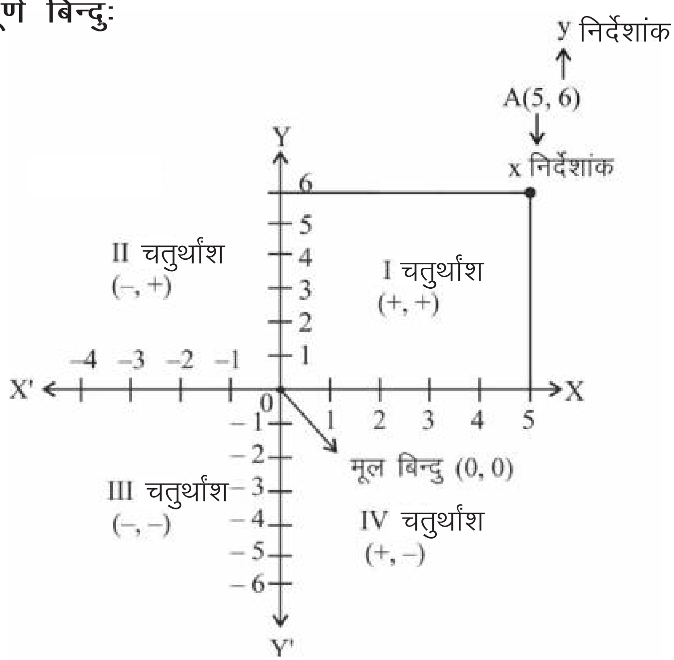
किसी बिन्दु की अक्ष से दूरी उस बिंदु का x-निर्देशांक अथवा भुज कहलाता है।

किसी बिन्दु की अक्ष से दूरी उस बिंदु का y-निर्देशांक अथवा कोटि कहलाता है।

x-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $(x, 0)$ होते हैं। y-अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक $(0, y)$ होते हैं। किसी बिन्दु के कार्तीय तल में निर्देशांक (x, y) होते हैं।

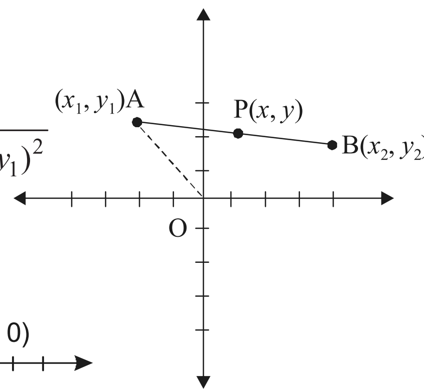
1. महत्त्वपूर्ण बिन्दु:

कार्तीय तल



2. दूरी सूत्र

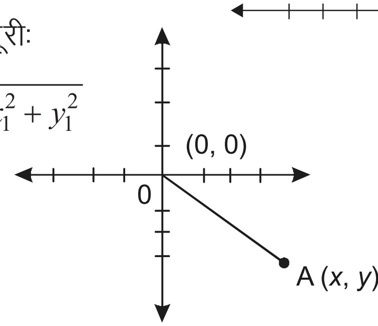
दो बिन्दुओं के बीच की दूरी मापनाः



AB=A और B के मध्य दूरी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

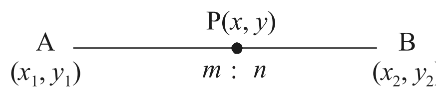
3. एक बिंदु (x_1, y_1) की मूल बिंदु से दूरीः

$$OA = \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$



4. विभाजन सूत्रः एक बिंदु P जो अन्य बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ व $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड AB को $m : n$ में आंतरिक रूप से विभाजित करता के निर्देशांक होंगेः

$$P(x, y) = P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

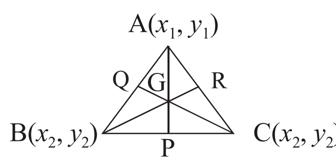


5. मध्य बिंदु सूत्रः दो बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड AB के मध्य बिन्दु के निर्देशांक हैः

$$\left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

6. ΔABC के केन्द्रक G के निर्देशांक जिसके शीर्ष (x_1, y_1), (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) हैं।

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$



AG : GP = 2 : 1
BG : GR = 2 : 1
CG : GQ = 2 : 1

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. बिन्दु P, x-अक्ष पर स्थित है, जो y-अक्ष से उसके बाईं ओर 3 इकाई की दूरी पर है। P के निर्देशांक हैं।

   (a) (3, 0) (b) (0, 3) (c) (– 3, 0) (d) (0, – 3)

2. y-अक्ष से बिंदु P(3, – 2) की दूरी है–

   (a) 3 इकाई (b) 2 इकाई (c) – 2 इकाई (d) $\sqrt{13}$ इकाई

3. दो बिंदुओं के निर्देशांक (6, 0) व (0, – 8) हैं। इन्हें मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्यबिंदु के निर्देशांक हैं–

(a) (3, 4) (b) (3, –4)

(c) (0, 0) (d) (– 4, 3)

4. यदि बिंदुओं P(4, 0) व Q(0, x) के बीच की दूरी 5 इकाई है तो x का मान है–

(a) 2 (b) ±3

(c) 4 (d) 5

5. उस बिंदु के निर्देशांक, जहाँ रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=7$, y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती है, हैं–

(a) (a, 0) (b) (0, b)

(c) (0, 7b) (d) (2a, 0)

6. एक त्रिभुज OAB जिसके निर्देशांक A(4, 0), B(0, – 7) व O(0, 0) हैं, का क्षेत्रफल हैं–

(a) 11 वर्ग इकाई (b) 18 वर्ग इकाई

(c) 28 वर्ग इकाई (d) 14 वर्ग इकाई

7. दो बिंदुओं $P\left(-\frac{11}{3},5\right)$ व $Q\left(-\frac{2}{3},5\right)$ के बीच की दूरी है–

(a) 6 इकाई (b) 4 इकाई

(c) 3 इकाई (d) 2 ईकाई

8. x-अक्ष में बिंदु (– 3, 5) का प्रतिबिम्ब है:

(a) (3, 5) (b) (3, –5)

(c) (–3, 5) (d) (–3, –5)

9. त्रिभुज ABC में शीर्ष A के निर्देशांक (– 4, 2) हैं व एक बिंदु D, जो BC का मध्यबिंदु है, उस बिंदु के निर्देशांक जो (2, 5) हैं। ∆ABC के केन्द्रक के निर्देशांक हैं:

(a) (0, 4) (b) $\left(-1,\frac{7}{2}\right)$

(c) $\left(-2,\frac{7}{3}\right)$ (d) (0, 2)

10. दो रेखाओं $2x + 4 = 0$ व $x - 5 = 0$ के बीच की दूरी है–

(a) 9 इकाई (b) 1 इकाई

(c) 5 इकाई (d) 7 इकाई

11. एक त्रिभुज, जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 0), (2, 0) व (0, 2) हैं, का परिमाप है–

(a) 4 इकाई (b) 6 इकाई

(c) $6\sqrt{2}$ इकाई (d) $(4+2\sqrt{2})$ इकाई

12. यदि $(9, a), (b, -4)$ व (7, 8) से बनने वाले त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक (6, 8) हैं, तो a व b के मान हैं–

(a) $a = 4, b = 5$ (b) $a = 5, b = 4$

(c) $a = 5, b = 2$ (d) $a = 20, b = 2$

13. किसी वृत्त का केन्द्र जिसके व्यास के अंतबिन्दु (–4, 2) तथा (4, –3) हैं:

(a) (2, –1) (b) (0, –1)

(c) $(0, -\frac{1}{2})$ (d) $(4, -\frac{5}{2})$

14. बिन्दु (0, 0) तथा $(a - b, a + b)$ के बीच की दूरी है:

(a) $2\sqrt{ab}$ इकाई (b) $\sqrt{2a^2 + ab}$ इकाई

(c) $2\sqrt{a^2 + b^2}$ इकाई (d) $\sqrt{2a^2 + 2b^2}$ इकाई

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

15. p के किस मान के लिए (2, 1), $(p, -1)$ व (– 1, 3) संरेखी होंगे?

16. एक समान्तर चतुर्भुज के तीन क्रमागत शीर्षों के निर्देशांक (–2, –1), (1, 0) और (4, 3) हैं। चौथे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

17. बिन्दुओं (1, – 2) और (– 3, 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

18. किसी वृत्त का केन्द्र (4, 4) पर है। यदि इस वृत्त के व्यास का एक अंतबिन्दु (4, 0) हो, तो व्यास के दूसरे अंतबिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

19. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु P(4, m) बिन्दुओं A(2, 3) तथा B(6, –3) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। अतः m का मान भी ज्ञात कीजिए।

20. दर्शाइए कि बिन्दु (– 2, 3),(8, 3) और (6, 7) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

21. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (5 –2) तथा (–3, 2) से समदूरस्थ है। (CBSE 2019)

22. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y अक्ष बिन्दुओं A(5 – 6) तथा B(– 1, – 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है।

23. उस त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। जिसके शीर्ष (3 – 5) (– 7, 4) तथा (10 – 2) है।

24. x व y के बीच संबंध ज्ञात कीजिए जिससे बिंदु (x, y) बिन्दुओं (7, 1) व (3, 5) से समदूरस्थ है।

25. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें x-अक्ष बिन्दुओं (1, –3) तथा (4, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। x-अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

26. यदि बिंदु (3, 5) व (7, 1) बिंदु (a, 0) से समान दूरी पर स्थित हैं, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

27. यदि बिन्दु A(4, 3) तथा B(x, 5) वृत्त पर स्थित है और वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक 0(2, 3) है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

28. एक त्रिभुज के तीनों शीर्षों के निर्देशांक A(5, 1), B(1, 5) तथा C(–3, –1) हैं तो त्रिभुज की शीर्ष A से होकर गुजरने वाली मध्यिका की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

29. बिंदु A(– 5, 6), B(– 4, – 2) व C(7, 5) से बनने वाले त्रिभुज का प्रकार बताएँ।

30. x-अक्ष पर उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदु (7, – 4) से $2\sqrt{5}$ इकाई की दूरी पर स्थित है। इस प्रकार के कितने बिंदु होंगे?

31. एक रेखा y-अक्ष तथा x-अक्ष को क्रमशः बिन्दु P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि PQ का मध्यबिन्दु (2, –5) है, तो P तथा Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2017)

32. यदि $A(-2, 1), B(a, 0), C(4, b)$ तथा $D(1, 2)$ समांतरचतुर्भुज ABCD के शीर्ष हैं तो a तथा b का मान ज्ञात कीजिए। अतः चतुर्भुज की भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2018)

33. बिंदु P तथा Q बिन्दु $A(2, -2)$ तथा $B(-7, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार समत्रिभाजित करते हैं कि P, A के निकट है। P व Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

लघुउत्तरीय प्रश्न **(3 अंक)**

34. बिन्दुओं $A(2, 1)$ तथा $B(5, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को P तथा Q इस प्रकार समत्रिभाजित करते हैं कि बिन्दु P, बिंदु A के निकट है। यदि P रेखा $2x - y + k = 0$ पर भी स्थित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

35. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा $x - 3y = 0$ बिन्दुओं $(-2, -5)$ तथा $(6, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करती है। प्रतिच्छेदी बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

36. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा $x + 3y - 14 = 0$ बिन्दुओं $A(-2, 4)$ तथा $B(1, 7)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को विभाजित करती है?

37. बिन्दुओं $(5, -8), (2, -9)$ तथा $(2, 1)$ से गुजरने वाले वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

38. बिंदु P, बिदुंओं $A(2, 1)$ व $B(5, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$ है। यदि बिंदु P रेखा $2x - y + k = 0$ पर स्थित है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

39. यदि बिन्दु $P(x, y)$ की $A(5, 1)$ तथा $B(-1, 5)$ से दूरी बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि $3x = 2y$. है। (CBSE 2017)

40. बिन्दु $\left(\frac{24}{11}, y\right)$ बिन्दुओं $P(2, -2)$ तथा $Q(3, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है? (CBSE 2017)

41. यदि $A(-3, 2), B(x, y)$ तथा $C(1, 4)$ एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं जिसमें $AB = BC$ है। $(2x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

42. यदि बिन्दु $P(3, 4)$, बिन्दुओं $A(a + b, b - a)$ तथा $B(a - b, a + b)$ से समदूरस्थ है तो सिद्ध कीजिए कि $3b - 4a = 0$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न **(5 अंक)**

43. यदि त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्रमशः (3, 1), (5, 6) तथा (–3, 2) हैं, तो त्रिभुज के तीनों शीर्ष तथा केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

44. यदि P(x, y), A(a, 0) तथा B(0, b) को मिलाने वाले रेखाखंड पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ है।

45. बिन्दुओं A(2, 6) तथा B(10, –10) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

46. x व y के बीच संबंध स्थापित कीजिए यदि A(x, y), B(– 2, 3) व C(2, 1) एक समद्विबाहु त्रिभुज बना रहे हैं जिसमें AB = AC है।

47. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (x, $\sqrt{1-x^2}$) मूलबिन्दु से 1 इकाई की दूरी पर स्थित है।

48. विभाजन सूत्र द्वारा सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 2), (9, 3) तथा (17, 4) संरेखी है। (CBSE 2017)

49. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा $3x + y - 9 = 0$ बिन्दुओं A(1, 3) तथा (2, 7) को जोड़ने वाली रेखाखण्ड को विभाजित करती है।

50. एक त्रिभुज PQR में बिंदुओं P, Q व R के निर्देशांक क्रमशः (3, 2), (5, 4) व (9, 3) हैं। केन्द्रक G के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

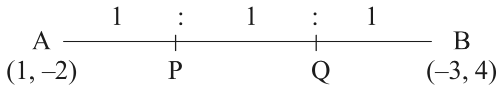
51. एक समान्तर चतुर्भुज के दो क्रमागत शीर्षो के निर्देशांक (3, 2) तथा (1, 0) है और विकर्ण एक–दूसरे को बिन्दु (–2, 5) पर समद्विभाजित करते हैं। अन्य दो शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (c) (– 3, 0)
2. (a) 3 इकाई
3. (b) (3, – 4)
4. (b) ±3
5. (c) (0, 7b)
6. (d) 14 वर्ग इकाई
7. (c) 3 इकाई
8. (c) (–3, –5)
9. (a) (0, 4)
10. (d) 7 इकाई
11. (d) $\left(4+2\sqrt{2}\right)$ इकाई
12. (d) $a = 20, b = 2$
13. (c) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$
14. (d) $\sqrt{2a^2 + 2b^2}$

15. 5

16. (1, 2)

17. 

AP : PB = 1 : 2

AQ : QB = 2 : 1

$$P = \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$

$$Q = \left(-\frac{5}{3}, 2\right)$$

18. (4, 8)

19. 1 : 1, $m = 0$

20. पाइथागोरस के विलोम व दूरी सूत्र का प्रयोग कीजिए।

21. (0, –2)

22. 5 : 1

23. (2, – 1)

24. $x - y = 2$

25. 3 : 5; $\left(\frac{17}{8}, 0\right)$

26. $a = 2$

27. $x = 2$

28. $\sqrt{37}$ इकाई

29. दूरी सूत्र के प्रयोग द्वारा, विषमबाहु त्रिभुज

30. $x = 1, - 15$, दो बिंदु

31. P (0, –10) तथा Q (4, 0)

32. (9, 0) और (5, 0)

AB = CD = $\sqrt{10}$

AD = BC = $\sqrt{10}$

33. P(– 1, 0); Q(– 4, 2)

34. P(3, – 2) समीकरण में $x = 3, y = - 2$;

k = – 8

35. माना P(x, y) बिंदु व $m : n$ अनुपात

$$x = \frac{6n - 2m}{m + n}, \quad y = \frac{3n - 5m}{m + n} \qquad ....(1)$$

रेखा के समीकरण से $x = 3y \quad \Rightarrow \frac{x}{y} = 3$

$m : n = 13 : 3$

तो $P(x, y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

36. 1 : 2

37. केन्द्र (2, –4)

38. $k = \frac{-27}{4}$

39. PA = PB, दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

40. 2 : 9

41. $2x + y = 1$

42. $3b - 4a = 0$ दूरी सूत्र का प्रयोग करें

43. A(–1, 7), B(–5, –3), C(11, 5) का केन्द्रक $\left(\frac{5}{3}, 3\right)$ है।

44. विभाजन सूत्र का प्रयोग कीजिए।

45. (4, 2), (6, –2) और (8, – 6) है।

46. y = 2x + 2 अभीष्ट संबंध है।

49. अभीष्ट अनुपात 3 : 4 है।

50. $G(x, y) = (6, 3)$

51. अन्य शीर्ष (–5, 10) तथा (–7, 8) हैं।

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय : 45 मिनट **निर्देशांक ज्यामिति** *अधिकतम अंक : 20*

खण्ड–अ

1. x-अक्ष बिन्दुओं A (2, –3) तथा B (5, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को जिस अनुपात में विभाजित करता है, वह है– **1**

(a) 2 : 3 (b) 3 : 5

(c) 1 : 3 (d) 2 : 1 **[(c)]**

2. बिन्दुओं A(c, 0) तथा B(0, –c) के बीच की दूरी क्या है? **[$2\sqrt{c}$ इकाई]** **1**

3. मूल बिन्दु से बिन्दु P(–6, 8) की दूरी .... है। **[10 इकाई]** **1**

4. यदि बिन्दु (3, a), 2x – 3y = 5 द्वारा निरूपित रेखा पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए। $\left[a = \frac{1}{3}\right]$ **1**

खण्ड–ब

5. y अक्ष पर उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (–5, –2) तथा (3, 2) से समदूरस्थ हो। **[(0, –2)]** **2**

6. यदि बिन्दु (8, 6) तथा B(x, 10) एक वृत्त जिसका केन्द्र (4, 6) है पर स्थित हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। **[(x = 4)]** **2**

7. एक त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 4) (0, 0) व (3, 0) हैं। **[12 इकाई]** **2**

खण्ड–स

8. दर्शाइए कि बिन्दु A(–3, 2), B(–5, –5), C(2, –3) तथा D(4, 4) एक समचतुर्भुज के शीर्ष हैं। **3**

9. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु $(2, y)$ बिंदुओं $A(-2, 2)$ तथा $B(3, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। y का मान भी ज्ञात कीजिए। **[4 : 1, $y = 6$]** **3**

खण्ड–द

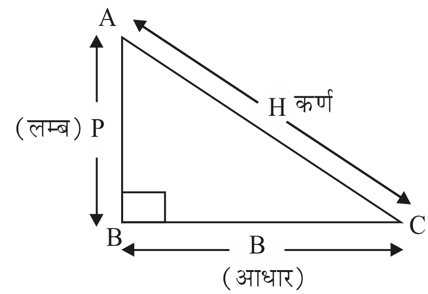
10. यदि P बिन्दुओं $A(-2, -2)$ तथा $B(2, -4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB}=\frac{3}{7}$ तो P के निर्देशांक बताइए। $\left[\left(-\frac{2}{7}, -\frac{20}{7}\right)\right]$ **4**

❑❑❑

8
अध्याय

त्रिकोणमिति का परिचय

त्रिकोणमिति का परिचय



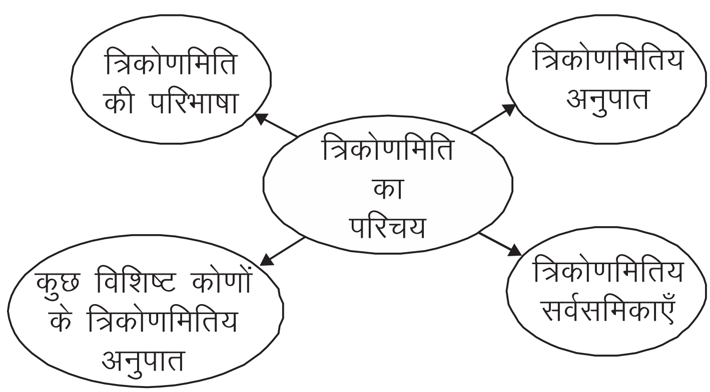
गणित की वह शाखा जो कि समकोण त्रिभुजों के अध्याय से संबंधित है। त्रिकोणमिति मुख्यतः समकोण त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों के मध्य सहसंबंध के अध्ययन से संबंधित है।

नोट– समकोण ΔABC में $\angle B = 90°$ है,

$\angle A$ के लिए, लम्ब BC तथा आधार AB होगा।

$\angle C$ के लिए, लम्ब AB तथा आधार BC होगा।

त्रिकोणमितीय अनुपात–किसी समकोण त्रिभुज के एक न्यून कोण के त्रिकोणमितीय अनुपात त्रिभुज के कोण और उसकी भुजाओं की लंबाई के बीच के संबंध को व्यक्त करते हैं।

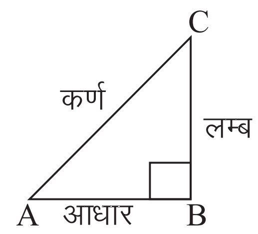


Mind Trick : sine, cosine और tangent का त्रिभुज की भुजाओं से संबंध याद करने के लिए निम्न वाक्य याद करें–

Some People Have curly Brown Hair Through Proper Brushing

$\sin A = \frac{P}{H}$ $\cos A = \frac{B}{H}$ $\tan A = \frac{P}{B}$

1. त्रिकोणमितिय अनुपात : ΔABC में $\angle B = 90°$ कोण A के लिए–



sinA (sine A) $= \dfrac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{BC}{AC}$

cos A (cosine A) $= \dfrac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{कर्ण}} = \dfrac{AB}{AC}$

tan A (tangent A) $= \dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \dfrac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{संलग्न भुजा}} = \dfrac{BC}{AB}$

cot A (cotengent A) $= \dfrac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \dfrac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{सम्मुख भुजा}} = \dfrac{AB}{BC}$

sec A (secent A) $= \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{संलग्न भुजा}} = \dfrac{AC}{AB}$

cosec A (cosecent A) $= \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{सम्मुख भुजा}} = \dfrac{AC}{BC}$

2. व्युत्क्रम अनुपातः

$\sin\theta = \dfrac{1}{\text{cosec}\,\theta}, \quad \text{cosec}\,\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}, \quad \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

3. आनुपातिक संबंध

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

4. त्रिकोणमितीय सर्वसामिकाएँ

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ और $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \Rightarrow \tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ और $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta \Rightarrow \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$ और $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

5. कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमिति अनुपातः

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\cot A$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} A$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. यदि $5 \tan\theta - 4 = 0$ है, तो $\frac{5\sin\theta - 4\cos\theta}{5\sin\theta + 4\cos\theta}$ का मान हैः

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$

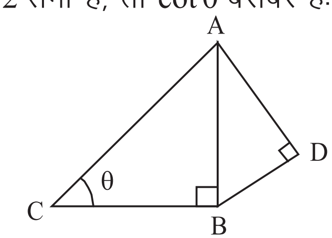
(c) 0 (d) $\frac{1}{6}$

2. $3\tan^2\theta - 3\sec^2\theta + 4$ का मान हैः

(a) 3 (b) 2

(c) 1 (d) 0

3. आकृति में यदि AD = 4 सेमी., BD = 3 सेमी. तथा CB = 12 सेमी है, तो $\cot\theta$ बराबर हैः



(a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$

(c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{12}{13}$

4. यदि $x=3\sin\theta+4\cos\theta$ और $y=3\cos\theta-4\sin\theta$ है तो x^2+y^2 का मान होगा–

(a) 25 (b) 45 (c) 7 (d) 49

5. यदि $\sin\theta=\frac{a}{b}$ है, तो $\sec\theta+\tan\theta$ का मान होगा–

(a) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ (b) $\frac{a+b}{a-b}$ (c) $\sqrt{\frac{b+a}{b-a}}$ (d) $\frac{b+a}{b-a}$

6. यदि $\sin\theta = \cos\theta$ है, तो θ का मान ज्ञात कीजिए।

7. $\tan^4\theta + \cot^4\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\sin\theta - \cos\theta = 0$ है।

8. $\tan\theta + \cot\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\tan^2\theta - 3\tan\theta + 1 = 0$ है।

9. यदि $\tan\theta = \frac{4}{3}$ है, तो $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

10. यदि $3x = \operatorname{cosec}\theta$ और $\frac{3}{x} = \cot\theta$ है, तो $3\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

11. यदि $x = a\sin\theta$ तथा $y = a\cos\theta$ है, तो x^2+y^2 का मान ज्ञात कीजिए।

12. यदि $\cos A = \frac{3}{5}$ है, $4+4\tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए।

13. $9\sec^2 A - 9\tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए।

14. $\sec\theta$ को $\cot\theta$ में व्यक्त कीजिए।

15. यदि $x = a\sec\theta, y = b\tan\theta$ है, $b^2x^2 - a^2y^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

16. यदि $\tan\theta=\frac{4}{3}$ है, $\frac{1+\tan^2\theta}{1+\cos^2\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

17. $\frac{1+\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

18. यदि $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तो $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta-\sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta+\sec^2\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। [CBSE 2010]

19. यदि $\sqrt{3}\cot^2\theta - 4\cot\theta + \sqrt{3} = 0$ है, तो $\tan^2\theta + \cot^2\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

सिद्ध कीजिए

20. $\sec^4\theta - \sec^2\theta = \tan^4\theta + \tan^2\theta$

21. $\sqrt{\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \tan\theta + \sec\theta$

22. यदि $x = p\sec\theta + q\tan\theta$ और $y = p\tan\theta + q\sec\theta$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$ होगा।

23. यदि $7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4$ है, तो दर्शाइए कि $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ है।

24. $\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\sec\theta + \tan\theta = 5$ है।

25. यदि $3\cot A = 4$ हो, तो $\dfrac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

26. $\tan^3\theta + \cot^3\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\tan\theta + \cot\theta = 2$ है।

27. $\tan\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ है। [CBSE 2011]

28. ΔABC में $\angle B = 90°$, $AB = 5$ सेमी. व $\angle ACB = 30°$ है। BC तथा AC का मान ज्ञात कीजिए।

29. दर्शाइए कि $\dfrac{1-\sin 60°}{\cos 60°} = 2 - \sqrt{3}$ है। [CBSE 2014]

30. θ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = 4, \theta \le 90°$ है। [CBSE 2014]

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

सिद्ध कीजिएः

31. $\dfrac{1}{\sec x - \tan x} - \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{1}{\cos x} - \dfrac{1}{\sec x + \tan x}$

32. $\dfrac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \dfrac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\operatorname{cosec}\theta + 1$

33. $\sec A\,(1-\sin A)\,(\sec A+\tan A)=1$ [CBSE 2023]

34. यदि $\sec\theta = x+\dfrac{1}{4x}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sec\theta+\tan\theta = 2x$ या $\dfrac{1}{2x}$ होगा।

35. यदि $\sin\theta+\sin^2\theta=1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\cos^2\theta+\cos^4\theta=1$ है।

36. सिद्ध कीजिए: $\cos\theta=\dfrac{p^2-1}{p^2+1}$, यदि $p=\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta$ है।

37. दर्शाइए कि $x^2+y^2+z^2=r^2$ है, यदि $x=r\cos\alpha\sin\beta, y=r\cos\alpha\cos\beta$ और $z=r\sin\alpha$ है।

38. $\sin^{10}\theta+\operatorname{cosec}^{10}\theta$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\sin\theta+\operatorname{cosec}\theta=2$ है।

39. सिद्ध कीजिए: $2\sec^2 x-\sec^4 x-2\operatorname{cosec}^2 x+\operatorname{cosec}^4 x=\cot^4 x-\tan^4 x$ है।

40. $\operatorname{cosec}\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta=\dfrac{1}{3}$ है।

41. यदि $\cos\theta+\sin\theta=\sqrt{2}\cos\theta$ है, तो दर्शाइए कि $\cos\theta-\sin\theta=\sqrt{2}\sin\theta$ है।

42. मान ज्ञात कीजिए :– $\dfrac{\tan^2 60°+4\cos^2 45°+3\sec^2 30°+5\cos^2 90°}{\operatorname{cosec} 30°+\sec 60°-\cot^2 30°}$

43. यदि $a\cos\theta+b\sin\theta=m$ और $a\sin\theta-b\cos\theta=n$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $a^2+b^2 = m^2+n^2$ होगा। [CBSE 2023]

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

44. $\left(1+\dfrac{1}{\tan^2\theta}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cot^2\theta}\right)=\dfrac{1}{\sin^2\theta-\sin^4\theta}$

45. $2(\sin^6\theta+\cos^6\theta)-3(\sin^4\theta+\cos^4\theta)+1=0$

46. $(1+\cot A+\tan A)(\sin A-\cos A)=\sin A\tan A-\cot A\cos A$

47. यदि $\sin\theta+\cos\theta=m$ और $\sec\theta+\operatorname{cosec}\theta=n$ है, तो दर्शाइए कि $n(m^2-1)=2m$ है।

48. सिद्ध कीजिए: $\sqrt{\dfrac{\sec\theta-1}{\sec\theta+1}}+\sqrt{\dfrac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}=2\operatorname{cosec}\theta$

49. सिद्ध कीजिए:

$$\frac{1}{\text{cosec}\,\theta + \cot\theta} - \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} - \frac{1}{\text{cosec}\,\theta - \cot\theta}$$

50. यदि $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$ और $\frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = n$ है तो सिद्ध कीजिए $(m^2 + n^2)\cos^2\beta = n^2$ है।

51. सिद्ध कीजिए:

$$\sec^2\theta - \frac{\sin^2\theta - 2\sin^4\theta}{2\cos^4\theta - \cos^2\theta} = 1$$

52. सिद्ध कीजिए: $\sin^6\theta + \cos^6\theta = 1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta$

53. सिद्ध कीजिए:

$$\frac{\cot\theta + \text{cosec}\,\theta - 1}{\cot\theta - \text{cosec}\,\theta + 1} = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta}$$

54. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$ है, तो सिद्ध कीजिए $\tan\theta + \cot\theta = 1$ है। **(CBSE 2020)**

55. सिद्ध कीजिए: $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \sec^2 A + \tan^2 A - 2\sec A\tan A$

56. सिद्ध कीजिए: $\frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \tan\theta$

57. यदि $\cos(A + B) = \sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $0 < A + B < 90°$, $A > B$ हो तो A तथा B का मान ज्ञात कीजिए।

58. यदि $\tan\theta + \sin\theta = m$, $\tan\theta - \sin\theta = n$, सिद्ध कीजिए: $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ है।

59. सिद्ध कीजिए: $l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3) = 1$, यदि $l = \text{cosec}\,x - \sin x$, $m = \sec x - \cos x$ है।

60. सिद्ध कीजिए: $\frac{1 + \sec\theta - \tan\theta}{1 + \sec\theta + \tan\theta} = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}$

61. सिद्ध कीजिए: $\left(\frac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin x+\cos x}\right)^2=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ **(CBSE 2019)**

62. सिद्ध कीजिए: $\frac{\sin\theta}{\cot\theta+\operatorname{cosec}\theta}=2+\frac{\sin\theta}{\cot\theta-\operatorname{cosec}\theta}$ **(CBSE 2019)**

63. यदि $4\tan\theta=3$ हो, तो $\frac{4\sin\theta-\cos\theta+1}{4\sin\theta+\cos\theta-1}$ का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2018)**

64. सिद्ध कीजिए: $\frac{\tan\theta+\sec\theta-1}{\tan\theta-\sec\theta+1}=\sec\theta+\tan\theta$ **(CBSE 2018)**

65. सिद्ध कीजिए: $\frac{1}{1+\sin^2\theta}+\frac{1}{1+\cos^2\theta}+\frac{1}{1+\sec^2\theta}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec}^2\theta}=2$

66. सिद्ध कीजिए: $\frac{\tan^3\theta}{1+\tan^2\theta}+\frac{\cot^3\theta}{1+\cot^2\theta}=\sec\theta\operatorname{cosec}\theta-2\sin\theta\cos\theta$

67. यदि $\operatorname{cosec}\theta=4x+\frac{1}{16x}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{cosec}\theta\pm\cot\theta=8x$ अथवा $\frac{1}{8x}$ है।

उत्तर एवं संकेत

1. (c) 0

2. (c) 1

3. (a) $\frac{12}{5}$

4. (a) 25

5. (c) $\sqrt{\frac{b+a}{b-a}}$

6. 45°

7. 2

8. 3

9. 7

10. $\frac{1}{3}$

11. a^2

12. $\frac{100}{9}$

13. 9

14. $\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$

15. a^2b^2

16. $\frac{16}{9}$

17. $\tan^2\theta$

18. $\frac{1}{2}$

19. $\frac{10}{3}$

20. LHS = $\sec^2\theta\ (\sec^2\theta - 1)$

RHS = $\tan^2\theta\ (\tan^2\theta + 1)$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ का प्रयोग करें।

21. LHS में परिमेयकरण करके सरल करें।

22. x तथा y के दोनों तरफ वर्ग लेकर घटाएँ।

23. दोनों तरफ $\cos^2\theta$ से भाग दें।

24. $\cos\theta = \frac{5}{13}$

25. $\frac{17}{8}$

26. 2

27. $\sqrt{2}-1$

28. AC = 10 सेमी BC = $5\sqrt{3}$ सेमी

30. 60°

38. 2

40. $\text{cosec}\,\theta = \frac{5}{3}$

41. $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$1 + 2\cos\theta\sin\theta = 2\cos^2\theta$ मिलेगा।

$\Rightarrow 2\cos\theta\sin\theta = 2\cos^2\theta - 1$ ...(1)

अब $(\cos\theta - \sin\theta)^2$ करें

$(\cos\theta - \sin\theta)^2 = 1 - 2\cos\theta\sin\theta$ ...(2)

$2\cos\theta\sin\theta$ का मान (1) से (2) मे रखें।

42. 9

43. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और योग कीजिए।

49. LHS में $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}$ का परिमेयकरण कीजिए, RHS में $\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}$ का परिमेयकरण कीजिए तथा $\frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta$ लिखिए।

50. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और LHS में रखिए।

51. अंश से $\sin^2\theta$ एवं हर से $\cos^2\theta$ बाहर निकालें (Common) तथा 1 का मान $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ रखिए।

54. $(\sin\theta + \cos\theta) = \sqrt{3}$

दोनों तरफ वर्ग करके $\frac{1}{\sin\theta \times \cos\theta}$ का मान ज्ञात करें तथा $\tan\theta + \cot\theta$ को $\sin\theta$ एवं $\cos\theta$ में बदलिए और सरल कीजिए।

55. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$ रखकर, $\cos A$ हर एवं अंश से Common लीजिए। परिमेयकरण कीजिए और उत्तर को $\sec A$ तथा $\tan A$ में बदलिए।

56. $\text{LHS} = \frac{\sin\theta(1-2\sin^2\theta)}{\cos\theta(2\cos^2\theta-1)}$, $1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta$ रखिए तथा सरल कीजिए।

57. $\cos(A+B) = \frac{1}{2} = \cos 60°$

$\Rightarrow \quad A + B = 60°$

$\sin(A-B) = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\Rightarrow \quad A - B = 30°$

हल करने पर $A = 45°$, $B = 15°$ प्राप्त होता है।

58. m^2 तथा n^2 ज्ञात कीजिए तथा $m^2 - n^2$ में प्रतिस्थापित कीजिए।

62. $\cot\theta$ एवं $\operatorname{cosec}\theta$ को $\sin\theta$ तथा $\cos\theta$ में बदलें तथा $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ का प्रयोग कीजिए।

63. $\frac{13}{11}$ अंश तथा हर को $\cos\theta$ से भाग दें, $\sec\theta = \sqrt{1+\tan^2\theta}$ का प्रयोग करें अथवा पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके मान ज्ञात कीजिए।

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय : 45 मिनट | **त्रिकोणमिति का परिचय** | **अधिकतम अंक : 20**

खण्ड–अ

1. यदि $\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ है, तो $\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए। $\left[\dfrac{3}{5}\right]$ **1**

2. $\tan^4\theta + \cot^4\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\tan\theta + \cot\theta = 2$ है। **[2]** **1**

3. $5\left(x^2 - \dfrac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $5x = \sec\theta$, $\dfrac{5}{x} = \tan\theta$ है। $\left[\dfrac{1}{5}\right]$ **1**

4. यदि $\sin A + \sin^2 A = 1$ है, तो $(\cos^2 A + \cos^4 A)$ का मान है– **1**

(a) 1 (b) $\dfrac{1}{2}$ (c) 2 (d) 3 **[(a)]**

खण्ड–ब

5. यदि $5\tan\theta = 4$ है, तो $\dfrac{5\sin\theta - 3\cos\theta}{5\sin\theta + 2\cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। $\left[\dfrac{1}{6}\right]$ **2**

6. $5\sin\theta - 3\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $3\sin\theta + 5\cos\theta = 5$ है। **[≠ 3]** **2**

7. सिद्ध कीजिए: $(\sin\alpha + \cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha) = \sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha$. **2**

खण्ड–स

8. सिद्ध कीजिए : $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$ **3**

9. सिद्ध कीजिए : $\dfrac{\cos A}{1-\tan A} - \dfrac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$ **3**

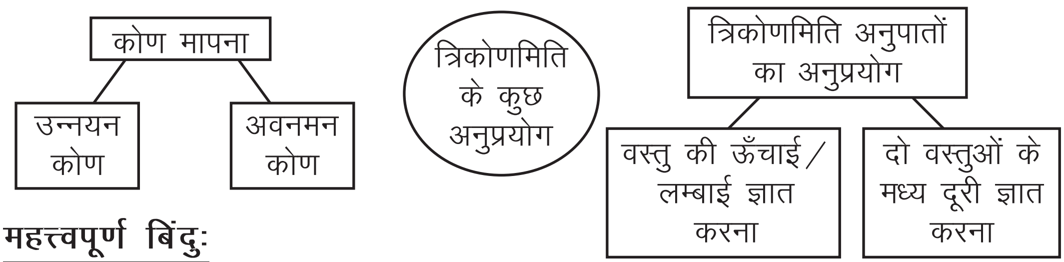
खण्ड–द

10. सिद्ध कीजिए : $\dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ **4**

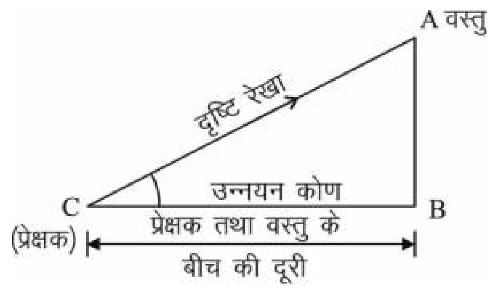
❑❑❑

9
अध्याय

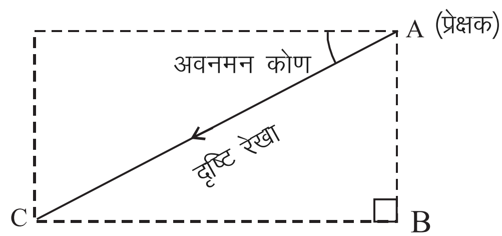
त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग



महत्त्वपूर्ण बिंदुः



- **उन्नयन कोण**– माना AB एक ऊर्ध्वाधर खड़ी वस्तु की ऊँचाई है। C एक प्रेक्षक है जो कि वस्तु AB के शिखर A की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle ACB$ को उन्नयन कोण कहा जाता है।
- **अवनमन कोण**– माना A एक प्रेक्षक है जो कि ऊँचाई AB से वस्तु C की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle DAC$ को अवनमन कोण कहा जाता है।



- यदि प्रेक्षक वस्तु की ओर जाता है तो उन्नयन कोण का माप बढ़ता है तथा यदि प्रेक्षक वस्तु से विपरीत दिशा की ओर जाता है तथा उन्नयन कोण का माप कम हो जाता है।
- उन्नयन कोण का मान सदैव अवनमन कोण के मान के समान होगा (क्योंकि दोनों कोणों का माप समान क्षैतिज समान्तर तल से प्राप्त किया जाता है।

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न **(1 अंक)**

1. एक समतल पर खड़ी एक मीनार की छाया की लंबाई, मीनार की ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुणा है। सूर्य का उन्नयन कोण होगा–

(a) 45° (b) 30° (c) 60° (d) 90°

2. दो खम्भों, जिनकी ऊँचाई 16 मी व 10 मी. है, के शिखर एक तार द्वारा जुड़े है जिसकी लंबाई l मीटर है। यदि तार समतल क्षैतिज से 30° पर झुकी है तो $l =$

(a) 26 मीटर (b) 16 मीटर

(c) 12 मीटर (d) 10 मीटर

3. एक 6 मीटर ऊँचा खम्भा भूमि पर $2\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बना रहा है। सूर्य का उन्नयन कोण है: (CBSE 2017)

(a) 30° (b) 60°

(c) 45° (d) 90°

4. एक सीढ़ी दीवार के साथ 60° के उन्नयन कोण पर झुकी हुई है। यदि सीढ़ी का पैर दीवार से 2.5 मीटर की दूरी पर स्थित है, तो सीढ़ी की लम्बाई है– (CBSE 2016)

(a) 3 मीटर (b) 4 मीटर

(c) 5 मीटर (d) 6 मीटर

5. यदि एक मीनार जो 30 मीटर ऊँची है, भूमि पर $10\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बनाती है तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा– (CBSE 2017)

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

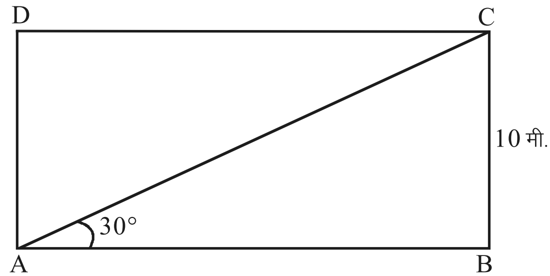
6. एक मीनार 50 मीटर ऊँची है। जब सूर्य का उन्नयन कोण 45° है, तो मीनार की छाया क्या होगी?

7. एक 50 मीटर लंबे खंभे की छाया $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मीटर है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

8. एक $10\sqrt{3}$ मी. ऊँची एक मीनार के शिखर का मीनार के पाद से 30 मी. की दूरी पर स्थित एक बिन्दु मीनार के शिखर का से उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

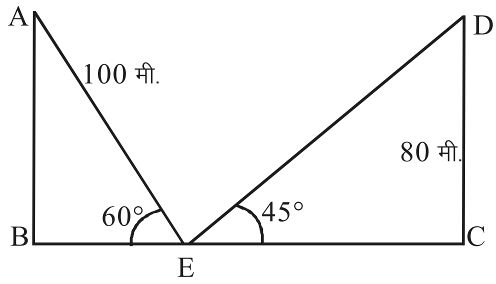
9. एक पतंग समतल भूमि से $50\sqrt{3}$ मी. ऊँचाई पर उड़ रही है। वह एक डोर से बंधी है, जो क्षैतिज से 60° कोण पर झुकी है। डोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

10. दी गई आकृति में आयत ABCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।

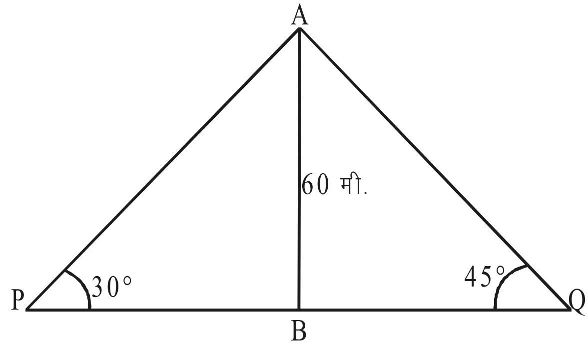


लघु उत्तरीय प्रश्न **(2 अंक)**

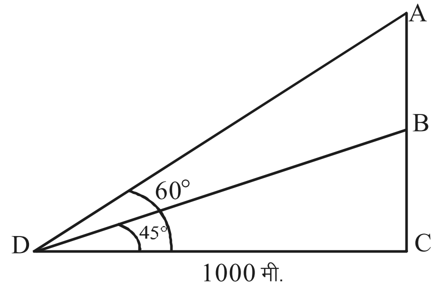
11. आकृति में, BC का मान ज्ञात कीजिए।



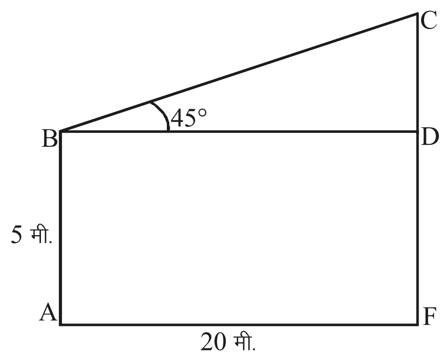
12. आकृति में, दो व्यक्ति एक मीनार के विपरीत दिशा में P तथा Q पर खड़े हैं यदि मीनार AB की ऊँचाई 60 मी है तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



13. आकृति में, AB का मान ज्ञात कीजिए।



14. आकृति में, CF का मान ज्ञात कीजिए।



15. यदि एक नाव की पुल के आधार से क्षैतिज दूरी 25 मी हो और पुल की ऊँचाई 25 मी हो, तो नाव का पुल के शीर्ष से अवनमन कोण ज्ञात कीजिए।

16. एक पतंग के धागे की लम्बाई 150 मी है तथा यह भूमितल के साथ 60° का कोण बनाती हैं। पतंग की भूमितल से ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (मान लीजिए धागे में कोई ढील नहीं है।)

17. सूर्य का उन्नयन कोण 45° के स्थान पर 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी अधिक हो जाती है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

18. 200 मी की ऊँचाई पर उड़ रहे एक वायुयान से एक नदी के दो किनारों के अवनमन कोण 45° और 60° के हैं। नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

19. एक मीनार की चोटी का एक बिन्दु पर उन्नयन कोण 45° का है। मीनार की ओर 40 मी चलने पर यह कोण 60° का हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

20. एक वृक्ष का उपरी भाग टूटकर अपने पाद से 25 मी की दूरी पर भूमि को स्पर्श करता है तथा भूमि के साथ 30° का कोण बनाता है। वृक्ष की कुल ऊँचाई क्या थी?

21. एक ऊर्ध्वाधर ध्वजदंड एक समतल में लगा है। इसके पाद से 100 मी. दूरी पर एक बिंदु से इसके शीर्ष का उन्नयन कोण 45° पाया जाता है। ध्वजदंड की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

22. एक पतंग के धागे की लम्बाई 90 मी है। यदि धागा भूमितल के साथ α कोण बनाता है और $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ है, तो पतंग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जबकि धागे में कोई ढील नहीं हैं।

23. एक वायुयान 3000 मी की ऊँचाई पर उड़ते हुए एक दूसरे वायुयान के उपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 45° के होते हैं। दोनों वायुयानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3} = 1.732$ प्रयोग कीजिए)

24. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊँचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थित एक बिंदु पर दंड के शिखर एवं आधार के उन्नयन कोण क्रमशः 45° व 30° के है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

25. आनन्द एक सर्कस खिलाड़ी को रस्सी पर चढ़ते देख रहा है जोकि 20 मी लम्बी है और एक ऊर्ध्वाधर खंबे से बंधी है। यदि रस्सी जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

26. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मी की ऊँचाई के तल पर खड़ा है। वह देखता है कि पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का हैं। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

27. गली के एक मकान की खिड़की जिसकी ऊँचाई भूमि तल से 60 मी है से गली की विपरीत दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष के उन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° के हैं। दर्शाइए कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊँचाई $60(1 + \sqrt{3})$ मी है।

28. एक वायुयान का भूमि पर एक बिन्दु A से उन्नयन कोण 60° है। 30 सेकण्ड की उड़ान के पश्चात यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है। यदि वायुयान $3600\sqrt{3}$ मी की समान ऊँचाई पर उड़ रहा हो, तो वायुयान की गति किमी/ घंटा में ज्ञात कीजिए।

29. 80 मीटर ऊँचे पेड़ के शिखर पर एक पक्षी बैठा है। भूमि पर किसी बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज दिशा में प्रेक्षण बिन्दु के विपरीत इस प्रकार उड़ता है

कि वह सदा समान ऊँचाई पर रहता है। 2 सेकण्ड बाद प्रेक्षण बिन्दु से पक्षी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। पक्षी की उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

30. एक समतल भूमि पर खड़ी मीनार की छाया उस समय की लम्बाई जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है उस समय की लम्बाई से 30 मीटर अधिक है जब सूर्य का उन्नयन कोण 60° था। मीनार को ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

31. एक मीनार के पाद–बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है, और भवन के पाद–बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 60 मी ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

32. 100 मीटर ऊँचे प्रकाश–स्तंभ की चोटी से एक प्रेक्षक समुद्र में एक जहाज को ठीक अपनी ओर आते हुए देखता है। यदि जहाज का अवनमन कोण 30° से बदलकर 60° हो जाता है तो प्रेक्षण की अवधि में जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

($\sqrt{3}$ = 1.732 लीजिए)

33. 60 मीटर ऊँचे एक भवन के शिखर से एक प्रकाश–स्तंभ के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° के है। ज्ञात कीजिए:

(*i*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन की ऊँचाई में अंतर

(*ii*) प्रकाश–स्तंभ तथा भवन के बीच की दूरी।

34. एक इमारत 'B' में आम लगने की सूचना दो अग्निशमन केन्द्रों 'P' और 'Q' को दी जाती है, जो एक सीधी सड़क पर एक दूसरे से 20 किमी. दूर है। केन्द्र 'P' देखता है कि आग सड़क से 60° के कोण पर स्थित है तथा केन्द्र Q से 45° पर स्थित है। ज्ञात कीजिए : किस केन्द्र को अपनी बचाव टीम भेजनी चाहिए ताकि जल्दी से जल्दी आग बुझाने का काम शुरू हो सके? उस टीम को बिल्डिंग तक पहुंचने में कितनी दूरी तय करनी पडेगी?

35. एक झील के तल से 10 मीटर की ऊँचाई से एक बादल का उन्नयन कोण 30° है व उसी स्थान से झील में बादल की छाया का अवनमन कोण 60° है। झील के तल से बादल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। [CBSE 2020]

36. दो समान ऊँचाई के खंभे एक 150 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर खड़े हैं। खंभों के बीच सड़क बिंदु से दोनों खम्भों के शीर्षों का उन्नयन कोण 60° व 30° है। खम्भों की ऊँचाई व बिंदु की स्थिति ज्ञात कीजिए। [CBSE 2011]

37. भूमि पर किसी बिंदु से, एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° है। यदि प्रेक्षक मीनार की ओर 20 मीटर चलता है तो उन्नयन कोण 15° बढ़ जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

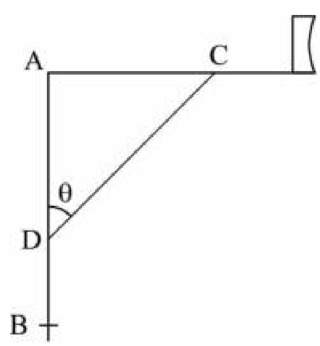
38. एक 150 मीटर ऊँची पहाड़ी से, पहाड़ी से दूर जाती एक नाव को देखा जाता है। नाव का अवनमन कोण 2 मिनट में 60° से 45° हो जाता है। नाव की चाल मीटर/घण्टा में ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ प्रयोग कीजिए)

39. एक 120 मीटर ऊँची मीनार के शीर्ष से एक व्यक्ति मीनार के विपरीत दिशा में तथा मीनार के आधार के साथ क्षैतिज रेखा में 60° व 45° के अवनमन कोण बनाते हुए दो कारों को देखता है। दोनों कारों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

40. 20 मी. ऊँची एक मीनार क्षैतिज तल पर खड़ी है जिसके ऊपर h मी ऊँचा एक ध्वजदण्ड सीधा खड़ा है। तल पर किसी बिन्दु से ध्वजदण्ड के निचले तथा ऊपरी सिरों के उन्नयन कोण क्रमशः 45° तथा 60° हैं। h का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

41. एक टीवी डिस्क ऐन्टेना का रॉड AC दीवार AB पर समकोण पर लगाया जाता है और एक रॉड CD डिस्क का आधार है जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। यदि AC = 1.5 मीटर और CD = 3 मीटर है, तो ज्ञात कीजिए: (i) $\tan\theta$ (ii) $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$

(CBSE 2020)



42. भूमि पर एक बिन्दु से, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण α इस प्रकार है कि $\tan\alpha = \frac{1}{3}$ है। 200 मीटर मीनार की तरफ चलने के बाद उन्नयन कोण β इस प्रकार है कि $\tan\beta = \frac{3}{4}$ हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

43. 20 मी. ऊँचा एक सीधा पेड़ आँधी द्वारा इस तरह टूट जाता है कि उसका शीर्ष जमीन को छूते हुए इसके साथ 60° का कोण बनाता है। ज्ञात कीजिए वह पेड़ जमीन से कितनी ऊँचाई पर टूटा है।

44. एक झील की सतह से 'h' मीटर ऊपर स्थित एक बिन्दु से किसी बादल का उन्नयन कोण 30° है तथा इसी बिंदु से इसकी जल में परछाई का अवनमन कोण 60°
है। सिद्ध कीजिए कि झील की सतह से बादल की ऊँचाई 2h मीटर होगी। बिन्दु से बादल के बीच की दूरी भी ज्ञात कीजिए।

45. 'h' मीटर ऊँचाई वाली एक मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में x मीटर तथा y मीटर दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं P और Q से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° तथा 30° है। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई $\sqrt{xy}$ मीटर होगी।

46. 18 मीटर और 30 मीटर ऊँचाई वाले दो खम्भे उर्ध्वाधर खड़े हैं। इन खम्भों के शीर्ष एक तार से जुड़े हैं जो धरातल से 60° का कोण बनाता है। तार की लम्बाई तथा खम्भों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

47. एक बहुमंजिले भवन के शिखर से देखने पर एक 10 मीटर ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 45° और 60° है। बहुमंजिले भवन की ऊँचाई और दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

48. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और जमीन के साथ 30° का कोण बनाता है। जहाँ से पेड़ टूटा है उस बिन्दु को भूमि से ऊँचाई 10 मीटर है। पेड़ की पूरी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (b) 30°

2. (c) 12 मी

3. (b) 60°

4. (c) 5 मी

5. (c) 60°

6. 50 मी

7. 60°

8. 30°

9. 100 मी.

10. $20\left(\sqrt{3}+1\right)$ मी.

11. 130 मी.

12. $60\left(\sqrt{3}+1\right)$ मी.

13. $1000\left(\sqrt{3}-1\right)$मी.

14. 25 मी.

15. 45°

16. $75\sqrt{3}$ मी.

17. 13.65 मी.

18. 315.46 मी.

19. 94.64 मी.

20. $25\sqrt{3}$ मी.

21. 100 मी.

22. 54 मी.

23. 1268 मी.

24. 9.562 मी.

25. 10 मी.

26. $10\sqrt{3}$ मी., 40 मी

28. 864 किमी / घंटा

29. 29.28 मी. / से.

30. $5\sqrt{3}$ मीटर

31. 20 मी.

32. 115.46 मी (लगभग)

33. 20 मी., $20\sqrt{3}$ मी.

34. स्टेशन P, 7.4 किमी (लगभग)

35. 20 मी

36. ऊँचाई = 64.95 मी, स्थिति = 37.5 मी. (60° उन्नयन कोण बनाने वाले खम्बे से)

37. $10(\sqrt{3}+1)$ मी

38. 1902 मी/घंटा (लगभग)

39. 189.28 मी

40. $h = 20(\sqrt{3}-1)$ मी

41. (*i*) $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(*ii*) $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} + 2$

42. h = 120 मी.

43. $20\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$ मीटर

44. 2h

46. तार की लम्बाई = $8\sqrt{3}$ मी.

दूरी = $4\sqrt{3}$ मी.

47. ऊँचाई = 23.66 मी.

दूरी = 13.66 मी.

48. पेड की ऊँचाई = 30 मी.

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

समय : 45 मिनट **त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग** *अधिकतम अंक : 20*

खण्ड–अ

1. 6 मीटर ऊँचे जमीन पर खड़े एक खंबे की छाया की लम्बाई $2\sqrt{3}$ मीटर है, तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए। **[60°]** 1

2. एक मीनार की ऊँचाई 100 मीटर है, जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है, तो मीनार की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **[$100\sqrt{3}$ मी]** 1

3. h मीटर ऊँचे खम्भे की छाया, $\sqrt{3}h$ मीटर लंबी है तो सूर्य का उन्नयन कोण है– 1

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90° **[(a)]**

4. एक 1.5 मीटर ऊँचाई वाला प्रेक्षक 22 मीटर ऊँची मीनार से 20.5 मीटर की दूरी पर खड़ा है। मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण है– 1

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 0° **[(b)]**

खण्ड–ब

5. समतल पर स्थित एक बिन्दु की मीनार के पाद से दूरी 20 मी है तथा उन्नयन कोण 60° हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **[$20\sqrt{3}$ मी]** 2

6. एक मीनार की ऊँचाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1:\frac{1}{\sqrt{3}}$ है। उस क्षण सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए। **[60°]** 2

7. एक मीनार के शीर्ष का उननयन कोण 30° है। यदि मीनार की ऊँचाई तीन गुणा कर दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि उन्नयन कोण की माप दोगुनी हो जाएगी। **[1 : 3]** 2

खण्ड–स

8. दो मीनारों के शीर्ष, जिनकी ऊँचाई क्रमशः x व y हैं, उनके पदों को मिलाने वाली रेखा के मध्य 30° व 60° का अवनमन कोण बनाते हैं। $x : y$ ज्ञात कीजिए। **[50 $(3+\sqrt{3})$ मी]** 3

9. एक चट्टान के शिखर के 100 मी ऊँची मीनार के शिखर व पाद से उन्ययन कोण क्रमशः 30° तथा 45° है। चट्टान की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 3

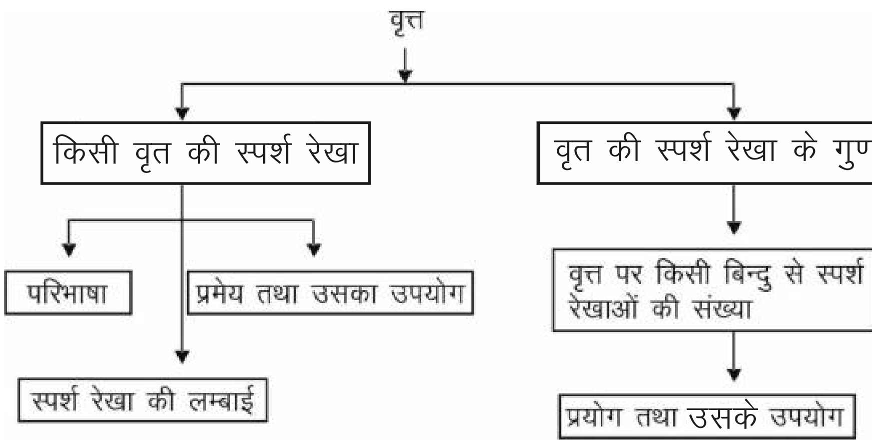
खण्ड–द

10. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मीटर ऊँचाई के तल पर खड़ा है वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। **[$10\sqrt{3}$ मी, 40 मी]** 4

10

अध्याय

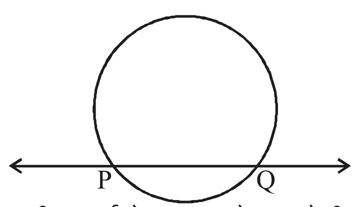
वृत्त



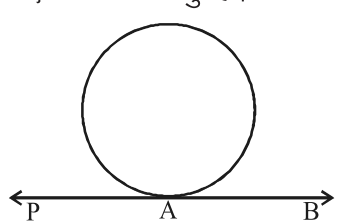
महत्त्वपूर्ण बिंदु:

1. वृत्त एक तल के उन बिंदुओं का समूह होता है जो एक नियत बिंदु से अचर दूरी पर होते हैं। नियत बिंदु वृत्त का केंद्र कहलाता है और अचर दूरी वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।

2. **छेदक रेखा**—यदि कोई रेखा किसी वृत्त को दो अभिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती हो तो वह छेदक रेखा कहलाती है।



3. **वृत्त की स्पर्श रेखा**—वृत्त की स्पर्श रेखा वह रेखा होती है जो वृत्त को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। जिस बिन्दु पर स्पर्श रेखा वृत्त को स्पर्श करती है उसे स्पर्श बिन्दु कहते हैं। यहाँ पर बिन्दु A एक स्पर्श बिन्दु है।



4. **स्पर्श रेखा की संख्याएँ**—किसी वृत्त पर असंख्य स्पर्श रेखाएँ बनाई जा सकती हैं।

5. **छेदक रेखा की संख्याएँ**—किसी वृत्त पर असंख्य छेदक रेखाएँ बनाई जा सकती हैं।

6. (*i*) उपपत्तिः किसी वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

   (*ii*) उपपत्तिः किसी बाहय बिन्दु से वृत्त पर बनी स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

7. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा छेदक रेखा की एक विशिष्ट दशा है, जब संगत जीवा के दोनों सिरे संपाती हो जाएँ।

8. वृत्त के अंतः भाग के किसी बिन्दु से कोई भी स्पर्श रेखा नहीं खींची जा सकती है।

9. वृत्त पर किसी बिन्दु से गुजरती हुई केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।

10. वृत्त के किसी बाहरी बिन्दु से वृत्त पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं?

   (a) केवल एक (b) दो

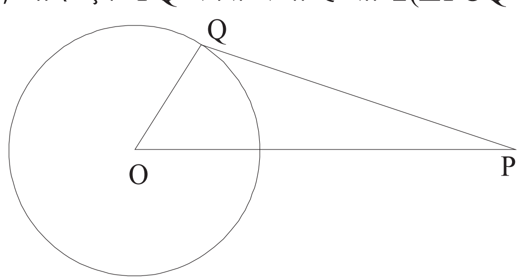
   (c) एक भी नहीं (d) अपरिमित रूप से अनेक

2. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे प्रतिच्छेद करती हैः

   (a) केवल एक बिंदु पर (b) दो बिंदुओं पर

   (c) एक भी बिंदु पर नहीं (d) अपरिमित रूप से अनेक बिंदुओं पर

3. दी गई आकृति में, यदि एक PQ स्पर्श रेखा है तो $2(\angle POQ + \angle QPO)$ का मान हैः



   (a) 60° (b) 90°

   (c) 120° (d) 180°

4. 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के बिन्दु P पर एक स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि OQ = 12 सेमी है। PQ की लंबाई हैः

   (a) 12 सेमी (b) 13 सेमी

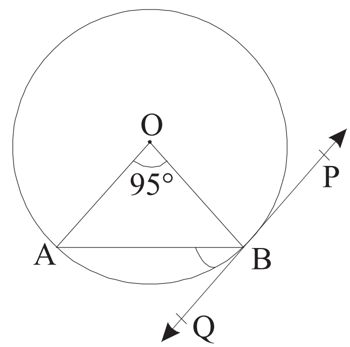
   (c) 15 सेमी (d) $\sqrt{119}$ सेमी

5. एक वृत्त की अधिकतम .... समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।

(a) दो (b) चार

(c) छः (d) अपरिमित रूप से अनेक

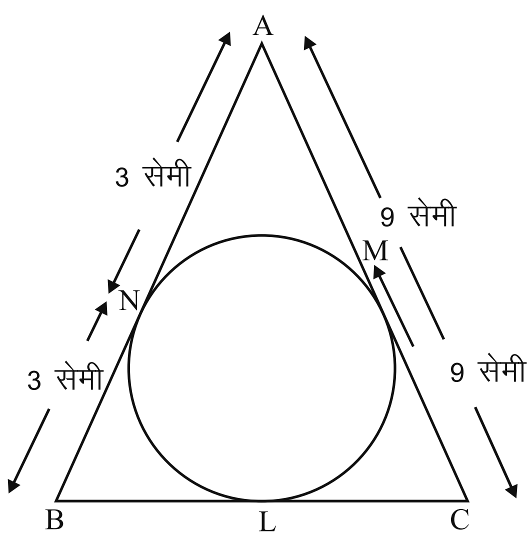
6. दी गई आकृति में, केंद्र O वाले वृत्त पर PQ एक स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOB = 95°$ है, तो $\angle ABQ$ का माप है:



(a) 42.5° (b) 47.5°

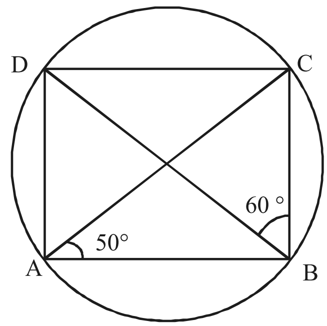
(c) 85° (d) 95°

7. दी गई आकृति में, ΔABC वृत्त के परिगत है। BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

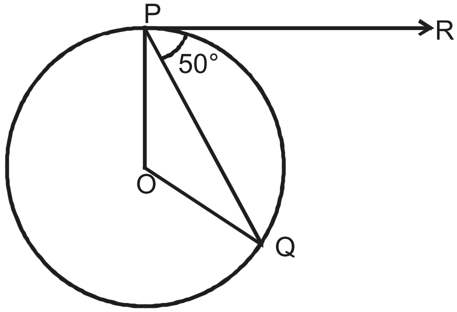


8. यदि बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी है और इस बाह्य बिन्दु की केन्द्र से दूरी 25 सेमी है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कजिए।

9. दी गई आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle BAC = 50°$, $\angle DBC = 60°$ तो $\angle BCD$ का मान ज्ञात कीजिए।



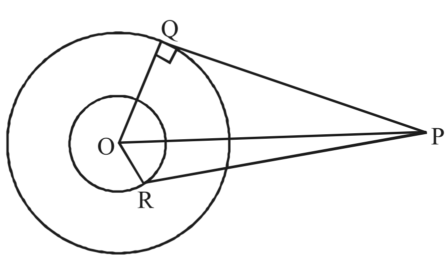
10. दी गई आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है, PQ एक जीवा है और स्पर्श रेखा PR बिन्दु P पर 50° का कोण PQ के साथ बनाती है। $\angle POQ$ ज्ञात कीजिए।



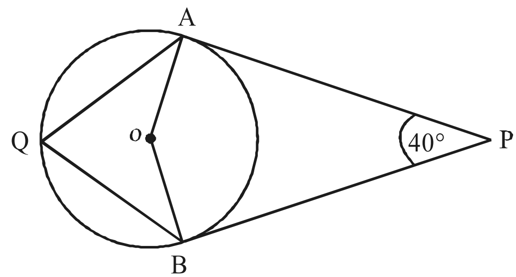
11. यदि दो स्पर्श रेखाऐं, 3 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर इस प्रकार बनाई गई कि उनके बीच का कोण 60° हो तो स्पर्श रेखाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।

12. यदि दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 4 सेमी और 5 सेमी है, तो उस वृत्त की जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा हो।

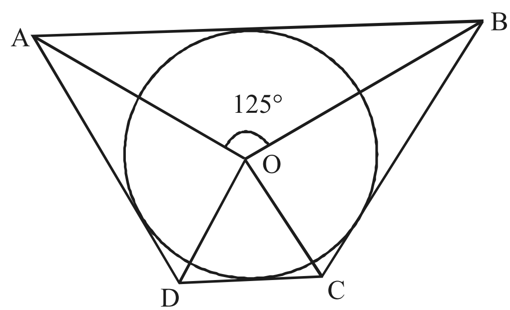
13. दी गई आकृति में, PQ बाह्य वृत्त की और PR अंतः वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। यदि PQ = 4 सेमी, OQ = 3 सेमी और, OR = 2 सेमी है, तो PR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



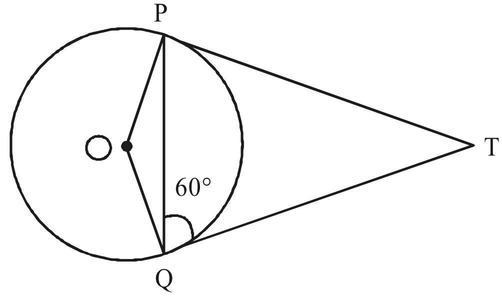
14. दी गई आकृति में, वृत्त का केंद्र O है, PA तथा PB वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं। ∠AQB ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2016)**



15. दी गई आकृति में, यदि ∠AOB = 125° है, तो ∠COD ज्ञात कीजिए।



16. यदि TP और TQ बाह्य बिन्दु T से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ हैं और ∠TQP = 60° है, तो ∠OPQ ज्ञात कीजिए।



17. एक वृत्त पर स्थित दो समान्तर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए, यदि वृत्त की त्रिज्या 9 सेमी. है।

18. वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए यदि वृत्त पर स्थित दो समांतर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी 10 सेमी. है।

19. यदि दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं, तो दोनों वृत्तों पर कितनी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखायें खींची जा सकती हैं?

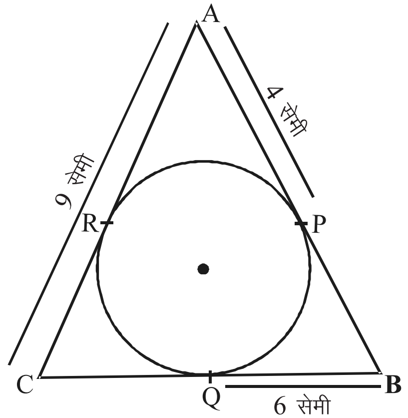
लघु उत्तरीय प्रश्न **(2 और 3 अंक)**

20. यदि दो संकेन्द्रीय वृत्तों का व्यास d_1 तथा d_2 हो $(d_2 > d_1)$ तथा c बड़े वृत्त की जीवा की लम्बाई हो जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा है। सिद्ध कीजिए किः $d_2^2 = c^2 + d_1^2$ है।

21. 2.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 6 सेमी है। बिन्दु P की वृत्त के निकटतम बिन्दु से दूरी ज्ञात कीजिए।

22. केन्द्र O वाले वृत्त की बाह्य बिन्दु T से स्पर्श रेखाएं TP और TQ हैं। यदि $\angle OPQ = 30°$ हो तो $\angle TQP$ का मान ज्ञात कीजिए।

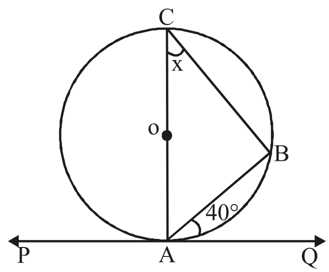
23. दी गई आकृति में AP = 4 सेमी BQ = 6 सेमी और AC = 9 सेमी है। ΔABC का अर्द्ध परिमाप ज्ञात कीजिए।



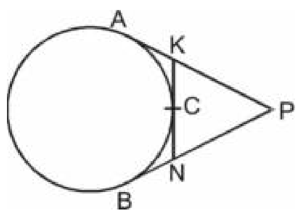
24. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएं a, b तथा c हैं जहां c कर्ण है के अंतर्गत एक वृत्त बना है जो त्रिभुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि वृत्त की त्रिज्या r हो तो सिद्ध कीजिए, कि $r = \dfrac{a+b-c}{2}$

25. सिद्ध कीजिए कि दो संकेन्द्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है स्पर्श बिन्दु पर समद्धिभाजित होती है।

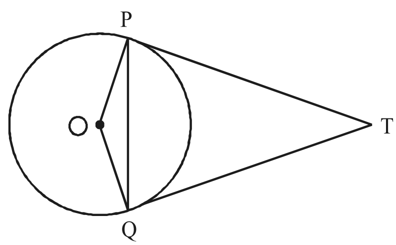
26. दी गई आकृति में, AC केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है और A स्पर्श बिन्दु है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



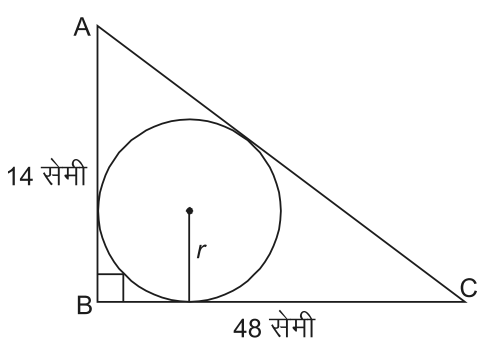
27. दी गई आकृति में, KN, PA और PB, वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं। सिद्ध कीजिए कि, KN = AK + BN है।



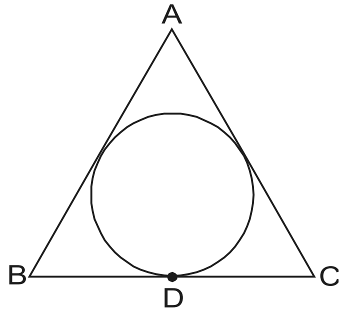
28. दी गई आकृति में, जीवा PQ की लम्बाई 6 सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी है। TP और TQ बाह्य बिंदु से वृत्त की स्पर्श रेखाएँ है। ∠PTQ ज्ञात कीजिए।



29. दी गई आकृति में, ABC एक त्रिभुज है, जिसमें ∠B = 90°, BC = 48 सेमी और AC = 14 सेमी है। त्रिभुज में एक अंतः वृत्त बनाया गया है, जिसका केंद्र O है। अंतः वृत्त की त्रिज्या (r) ज्ञात कीजिए।

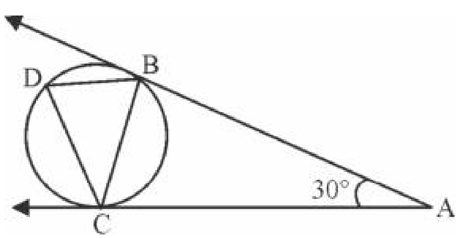


30. यदि ΔABC का अंतः वृत्त भुजा BC को D पर स्पर्श करता है, तो सिद्ध कीजिए कि $AB - BD = AC - CD$ है।

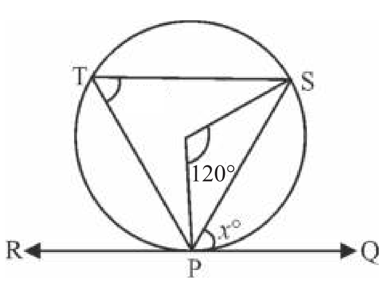


31. किसी बाह्य बिन्दु P से, जो 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के केन्द्र से 13 सेमी की दूरी पर स्थित है, वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ तथा PR खींची जाती हैं। चतुर्भुज PQOR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

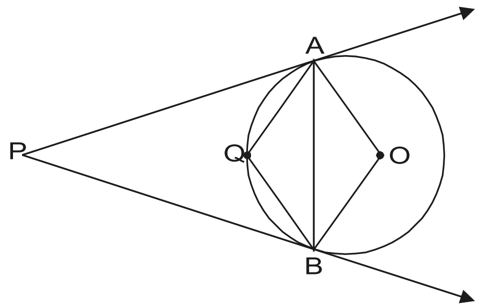
32. दी गई आकृति में, किसी बाह्य बिन्दु A से एक वृत्त पर दो स्पर्श रेखायँ AB तथा AC इस प्रकार खींची जाती हैं, कि $\angle BAC = 30°$ है। जीवा BD स्पर्श रेखा AC के समान्तर है। $\angle DBC$ ज्ञात कीजिए।



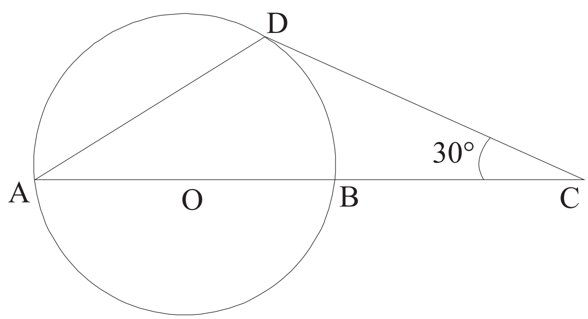
33. x का मान ज्ञात कीजिए।



34. किसी बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर PA तथा PB दो स्पर्श रेखाएँ, खींची जाती हैं। यदि $\angle APB = 70°$ है, तो $\angle AQB$ का मान ज्ञात कीजिए।

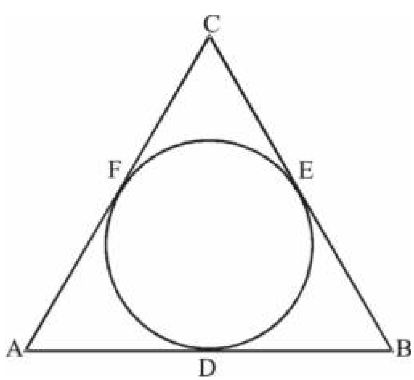


35. दी गई आकृति में, CD एक स्पर्श रेखा है तथा AB वृत्त का व्यास है। यदि $\angle DCB = 30°$, है तो $\angle ADC$ ज्ञात कीजिए।

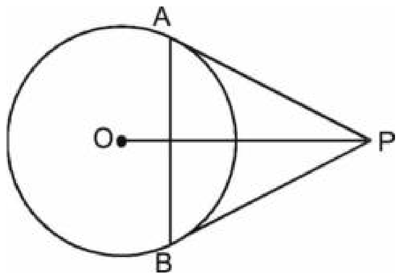


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न **(5 अंक)**

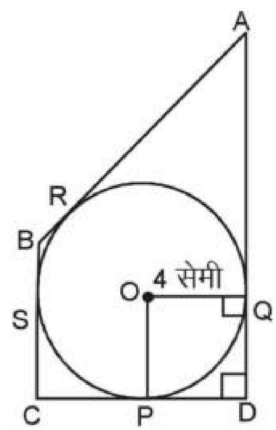
36. दी गई आकृति में, AB = 12 सेमी, BC = 8 सेमी और AC = 10 सेमी है, तो AD, BE और CF का मान ज्ञात कीजिए।



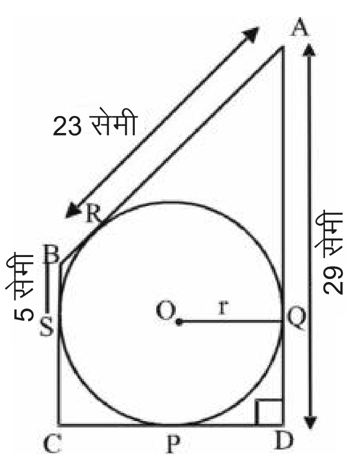
37. दी गई आकृति में, केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास OP के बराबर है। सिद्ध कीजिए कि ΔABP एक समबाहु त्रिभुज है।



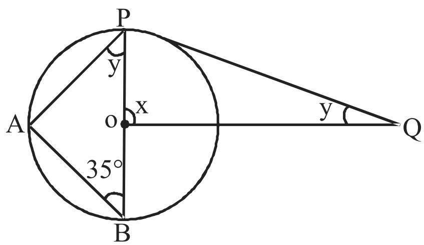
38. दी गई आकृति में, यदि AB = 13 सेमी, BC = 7 सेमी, तथा AD = 15 सेमी है, तो PC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



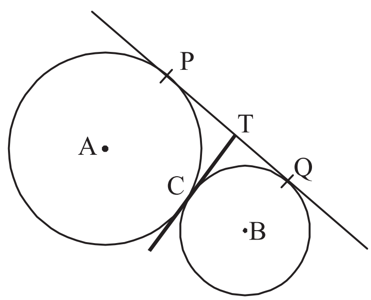
39. दी गई आकृति में, वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



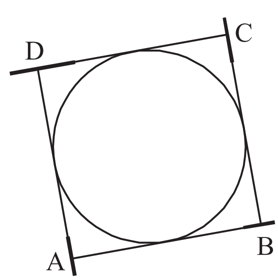
40. दी गई आकृति में, PQ वृत्त की स्पर्श रेखा तथा PB व्यास है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।



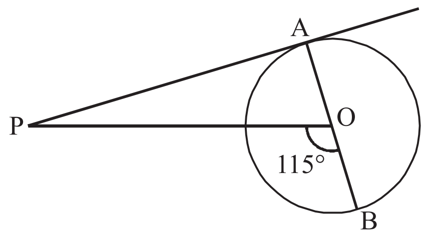
41. दी गई आकृति में, दो वृत्त परस्पर बिन्दु C पर स्पर्श करते हैं। सिद्ध कीजिए कि C पर उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा, PQ को T पर समद्विभाजित करती है।



42. दी गई आकृति में, एक वृत्त एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि AB = 6 सेमी., BC = 9 सेमी. तथा CD = 8 सेमी. है, तो भुजा AD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

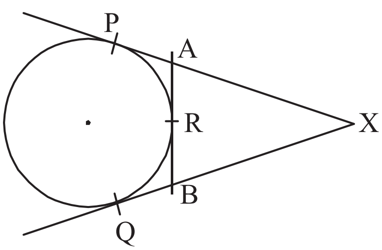


43. दी गई आकृति में, O केन्द्र वाले वृत्त पर एक बाह्य बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखा PA है। यदि $\angle POB = 115°$ है तो $\angle APO$ ज्ञात कीजिए।

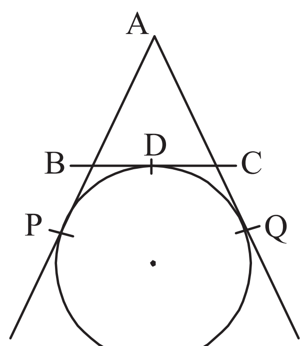


44. आकृति में XP तथा XQ, केन्द्र O वाले वृत्त पर बिन्दु X से खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं तथा वृत्त पर एक बिंदु R है। R पर AB एक स्पर्श रेखा है।

सिद्ध कीजिए : XA + AR = XB + BR



45. दी गई आकृति में, ΔABC का परिमाप ज्ञात कीजिए, यदि AP = 12 सेमी. है।



उत्तर तथा संकेत

1. (d) अपरीमित रूप से अनेक

2. (a) केवल एक बिंदु पर

3. (d) 180°

4. (d) $\sqrt{119}$ सेमी

5. (a) दो

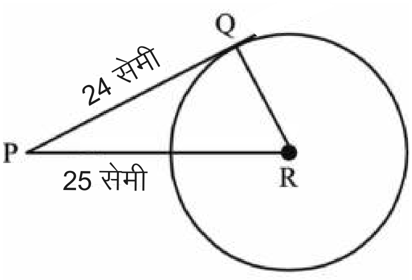
6. (b) 47.5°

7. बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती है इसलिए–

$$BN = BL, CM = CL$$

$$BL + CL = BC = 10 \text{ सेमी}$$

8. पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा



QR = 7 सेमी

9. एक ही वृत्त खण्ड में बने सभी कोणों का माप बराबर होता है।

इसलिए $\angle DAC = \angle DBC = 60°$

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है, इसलिए $\angle BCD = 70°$।

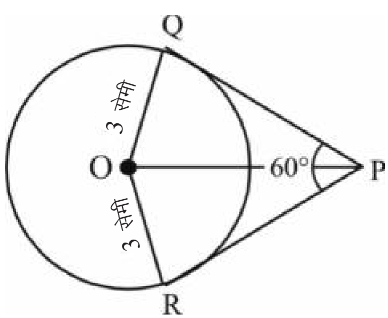
10. वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

इसलिए $\angle RPO = 90°$

$$\angle OPQ = \angle OQP = 40°$$

$$\angle POQ = 100°$$

11.



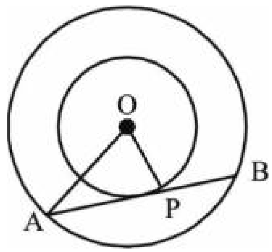
$$\Delta QPO \cong \Delta RPO$$

$$\Rightarrow \quad \angle QPO = \angle RPO = \frac{60°}{2} = 30°$$

ΔQPO, में $\angle OQP = 90°$ (स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच का कोण 90° का होता है)

$\tan 30° = \frac{OQ}{QP} \Rightarrow QP = 3\sqrt{3}$ सेमी

12.



ΔAOP में P पर समकोण है

$\Rightarrow \quad (5)^2 = AP^2 + 4^2$

$\Rightarrow \quad AP^2 = 9$

$\Rightarrow \quad AP = 3$

$\therefore \quad AB = 6$ सेमी ($\because OP \perp AB$, इसलिए OP, AB को समद्विभाजित करती है।)

13. ΔPQO में

$(4)^2 + (3)^2 = (OP)^2$

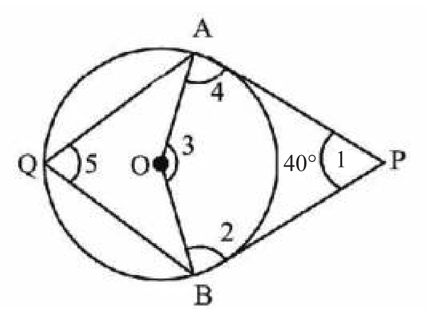
$5 = OP$

ΔPRO में

$(5)^2 = (2)^2 + (PR)^2$

$PR = \sqrt{21}$ सेमी

14.



चतुर्भुज OAPB में

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360°$

$\angle 1 + \angle 3 = 180°$

$\angle 3 = 140°$

तो $\quad \angle 3 = 2\angle 5$

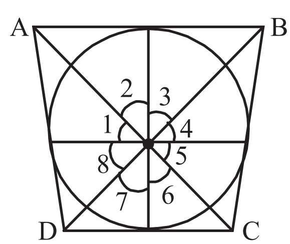
$\angle 5 = 70°$

या $\quad \angle AQB = 70°$

15. $\quad \angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

$\angle 5 = \angle 6$



$\angle 7 = \angle 8$

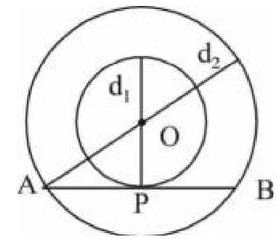
सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग

$2(\angle 2 + \angle 3 + \angle 6 + \angle 7) = 360°$

$\angle AOB + \angle COD = 180°$

$\angle COD = 55°$

16. $\angle OQT = 90°$ (स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण), $\angle PQO = \angle OPQ = 30°$
17. 18 सेमी
18. 5 सेमी
19. 1
20.



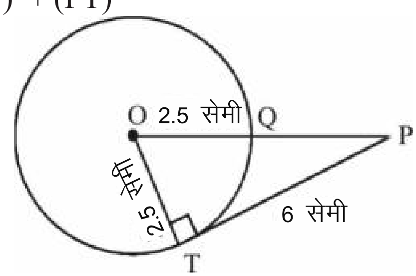
$$AO^2 = OP^2 + AP^2$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$\frac{d_2^{\,2}}{4} = \frac{d_1^{\,2}}{4} + \frac{c^2}{4}$$

$$d_2^{\,2} = c^2 + d_1^{\,2}$$

21. $(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$



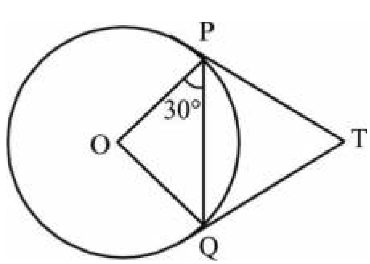
$(OP)^2 = (2.5)^2 + (6)^2$

$(OP)^2 = 42.25$

$(OP)^2 = (6.5)^2 \Rightarrow OP = 6.5$ सेमी

$QP = 4$ सेमी

22.



$\angle OQP = \angle OPQ = 30°$

$\angle OQT = 90°$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$\angle TQP = \angle OQT - \angle OQP$

$= 90° - 30° = 60°$

23. $AP = AR = 4$ सेमी

$CR = CQ = (9 - 4)$ सेमी $= 5$ सेमी

अर्धपरिमाप $= \frac{1}{2}[AC + AB + BC]$

$= \frac{1}{2}[9 + 10 + 11]$

$= 15$ सेमी

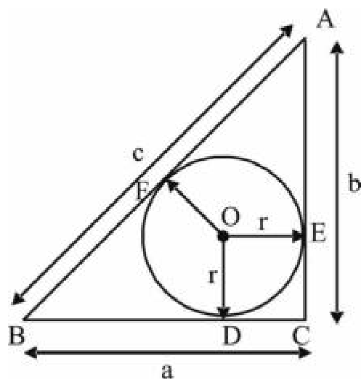
24. $b - r = AE = AF$

$a - r = BD = BF$

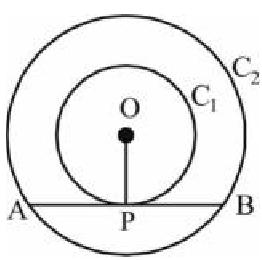
$AB = AF + BF$

$c = b - r + a - r$

$\therefore \quad r = \frac{a + b - c}{2}$



25.



OP को मिलाइए–

AB, वृत्त C_1 की P पर स्पर्श रेखा है तथा OP त्रिज्या है।

$OP \perp AB$

AB, वृत्त C_2 की जीवा है और $OP \perp AB$ इसलिए OP जीवा AB का लम्ब समद्विभाजक है। वृत्त के केन्द्र से गिराया गया लम्ब जीवा को दो बराबर भागों में बाँटता है।

अतः $AP = BP$

26. $\angle OAB = 50°$

$x + \angle B + \angle OAB = 180°$

$x + 90° + 50° = 180°$

$x = 40°$

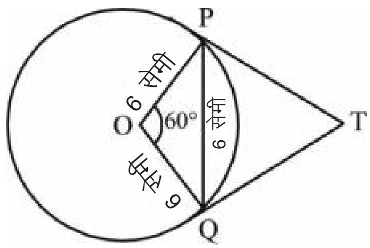
27. $AK = KC$

$BN = NC$

$KN = KC + NC$

$= AK + BN$

28.



$\angle POQ + \angle PTQ = 180°$

$60° + \angle PTQ = 180°$

$\angle PTQ = 120°$

29. 6 सेमी

30. $AP = AQ$ ...(1)

$BP = BD$ ...(2)

$CD = CQ$ ...(3)

(1) और (2) को जोड़ने पर

$AP + BP = AQ + BD$

$AB - BD = AQ$ ...(4)

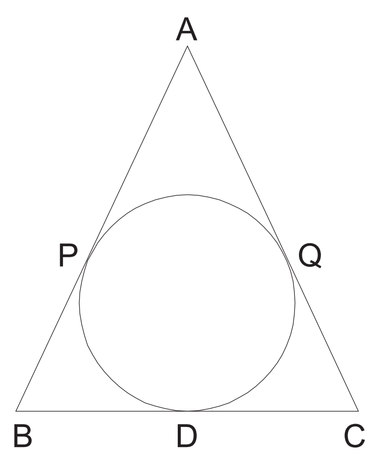
(1) और (3) को जोड़ने पर

$AP + CD = AQ + CQ$

$AP = AC - CD$ ...(5)

(1), (4) तथा (5) से

$AB - BD = AC - CD$



31. 60 वर्ग सेमी

32. $\angle DBC = 75°$

33. $x = 60$

34. $\angle AQB = 125°$

35. $\angle ADC = 120°$, OD को मिलाइए।

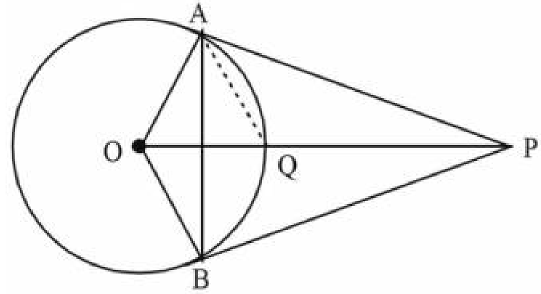
36. AD = 7 सेमी

BE = 5 सेमी

CF = 3 सेमी

37. $OP = 2r$

$\Rightarrow \quad OQ = QP = r$



ΔAOP में $OA \perp AP$

तथा OP कर्ण है।

$OQ = AQ = OA$

(क्योंकि कर्ण का मध्य बिन्दु शीर्षों से समान दूरी पर होता है)

$\Rightarrow$ OAQ एक समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow \quad \angle AOQ = 60°, \qquad \angle OAP = 90°$

$\Rightarrow \quad \angle APO = 30° \qquad \angle APB = 2\angle APO = 60°$

$PA = PB$ (स्पर्श रेखाएँ)

$\Rightarrow \quad \angle PAB = \angle PBA$

$\angle APB = 60°$ है।

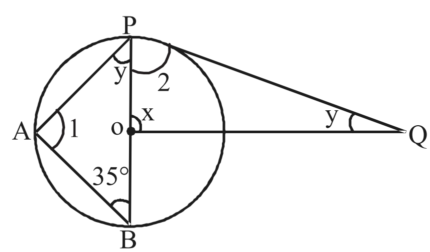
$\angle PAB = \angle PBA = 60°$

$\therefore$ ΔABP एक समबाहु त्रिभुज है।

38. PC = 5 सेमी

39. 11 सेमी

40. ΔABP में $\angle 1 = 90°$ (अर्धवृत्त में बना कोण)



$\angle 1 + 35° + \angle y = 180°$

$90° + 35° + \angle y = 180°$

$\angle y = 55°$

ΔOPQ में, $\angle 2 = 90°$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$\angle 2 + \angle x + \angle y = 180°$

$90° + \angle x + 55° = 180°$

$\angle x = 35°$

42. AD = 5 सेमी

43. 25°

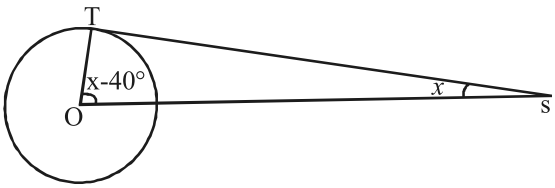
45. 24 सेमी

अभ्यास प्रश्न–पत्र

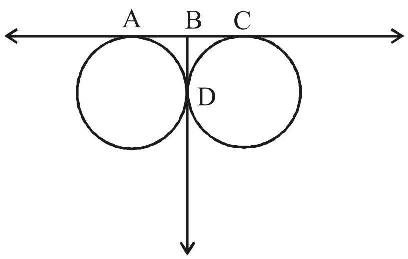
समय : 45 मिनट | **वृत्त** | **अधिकतम अंक : 20**

खण्ड–अ

1. दी गई आकृति में, x का मान ज्ञात कीजिए जहाँ ST एक स्पर्श रेखा है। **[65°]**

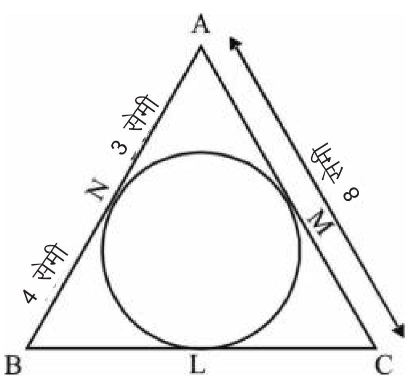


2. दी गई आकृति में, AC = 9 सेमी है, BD ज्ञात कीजिए। **[9 सेमी]**



3. दी गई आकृति में, ΔABC एक वृत्त के परिगत बना है। भुजा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1

[11 सेमी]



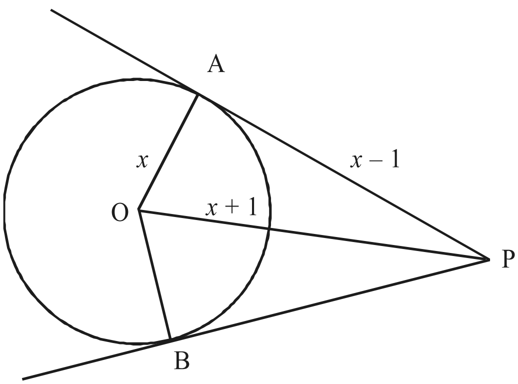
4. एक वृत्त के किसी बाह्य बिन्दु P से, PA तथा PB केन्द्र O वाले वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि $\angle PAB = 50°$ है, तो $\angle AOB$ ज्ञात कीजिए। **[100°]** **1**

खण्ड – ब

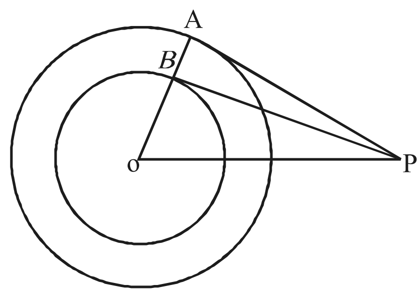
5. यदि किसी वृत्त जिसका केन्द्र O तथा त्रिज्या a है, के किसी बाह्य बिन्दु P से खींची गई दो स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण 60° है, तो OP की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **[2*a*]**

2

6. दी गई आकृति में, 'x' का मान ज्ञात कीजिए। **[*x* = 4]** **2**

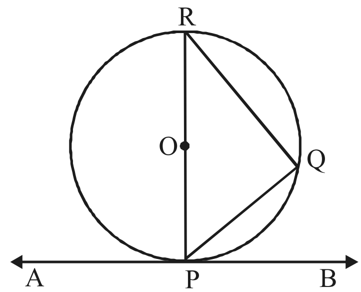


7. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 6 सेमी तथा 3 सेमी हैं। बाह्य बिंदु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB बनाई गई हैं, जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि AP = 10 सेमी है, तो BP ज्ञात कीजिए। **[$\sqrt{127}$ सेमी]** **2**

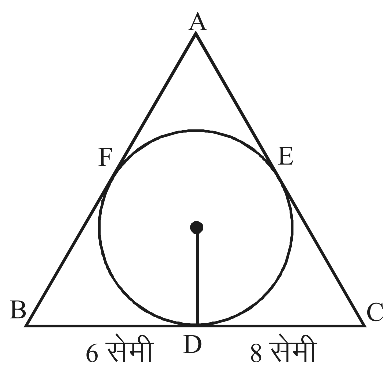


खण्ड–स

8. दी गई आकृति में, AB केन्द्र O वाले वृत्त की स्पर्श रेखा है, सिद्ध कीजिए $\angle BPQ = \angle PRQ$ है। **3**

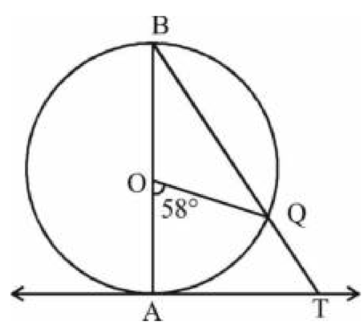


9. दी गई आकृति में, ΔABC को 3 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के परिगत इस प्रकार खींचा गया है कि स्पर्श बिंदु D द्वारा विभाजित भुजा BC के खंडों BD तथा DC की लम्बाई क्रमशः 6 सेमी तथा 8 सेमी है। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 63 वर्ग सेमी है, तो भुजा AB ज्ञात कीजिए। **[13 सेमी]** **3**



खण्ड–द

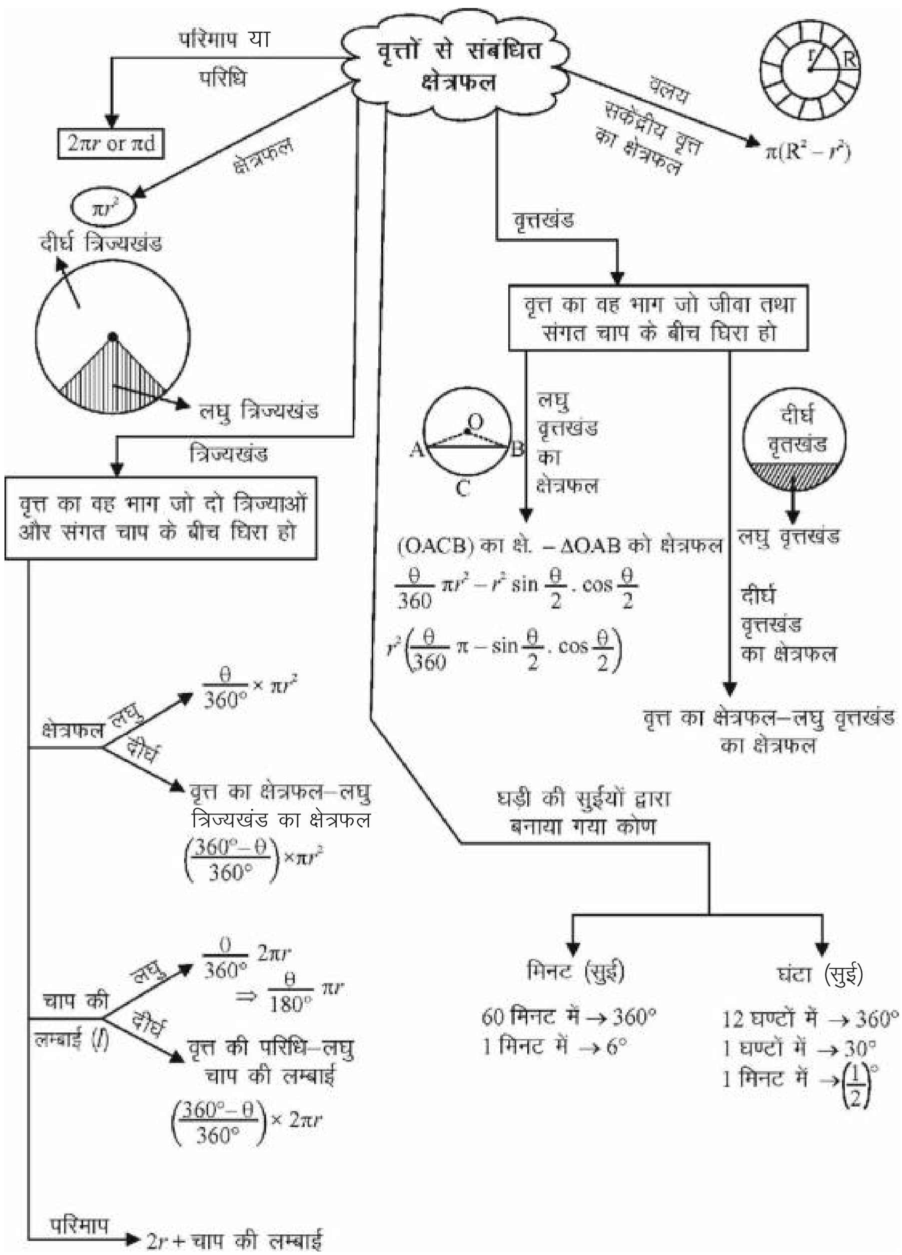
10. AB केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है तथा AT उसकी एक स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOQ = 58°$ है, तो $\angle ATQ$ ज्ञात कीजिए। **[32°]** **4**



11

अध्याय

वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल



महत्वपूर्ण बिन्दु

यदि एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 'r' है, तो–

(i) अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2}{2}$

(ii) चतुर्थाशं का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2}{4}$

(iii) यदि दो वृत्त एक दूसरे को वाह्य स्पर्श करते है, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग के बराबार होगी।

(iv) यदि दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं, तो उनके केंन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होती है।

(v) एक पहिए द्वारा एक चक्कर में अपनी परिधि के बराबर दूरी तय करता है।

(vi) चक्करों की संख्या (एक पहिए द्वारा) $= \dfrac{\text{1 मिनट में चली गयी दूरी}}{\text{पहिए की परिधि}}$

(vii) लघु चाप तथा दीर्घ चाप का योग वृत्त की परिधि के बराबर होगा।

(viii) लघु त्रिज्यखण्ड और दीर्घ त्रिज्यखण्ड के क्षेत्रफलों का योग वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

बहुपिकल्पीय/अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि वृत्त की परिधि वर्ग के परिमाप के बराबर है, तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात होगाः

   (a) 22 : 7 (b) 14 : 11 (c) 7 : 22 (d) 11 : 14

2. एक 6 सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तवृत्त का क्षेत्रफल होगाः

   (a) 36 π वर्ग सेमी (b) 18 π वर्ग सेमी (c) 12 π वर्ग सेमी (d) 9 π वर्ग सेमी

3. यदि एक वर्ग की परिधि में 4π से 8π की वृद्धि होती है। तो उस वृत्त के क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि होगी?

   (a) आधी (b) दुगनी (c) तिगुनी (d) चारगुनी

4. यदि एक चाँदे का परिमाप 36 सेमी. है तो चाँदे का व्यास होगाः

   (a) 10 सेमी (b) 14 सेमी (c) 12 सेमी (d) 16 सेमी

5. यदि एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 14 सेमी. हो तो इस मिनट की सुई द्वारा 15 मिनट में रचित क्षेत्रफल होगाः

(a) 154 वर्ग सेमी (b) 87 वर्ग सेमी (c) 154 π वर्ग सेमी (d) 87 π वर्ग सेमी

6. एक साईकिल के पहिए की त्रिज्या 35 सेमी है तो इस पहिए द्वारा 11 मी. दूरी तय करने में कुल कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे?

(a) 2 (b) 5 (c) 10 (d) 15

7. चार घोड़ों को 20 मी. भुजा वाले एक वर्गाकार पार्क के चारों कोनों पर 7 मी. लम्बी रस्सी से बाँधा गया है। चारों घोड़ों द्वारा कुल चरा जा सकने वाला पार्क का क्षेत्रफल होगाः

(a) 49 π वर्ग मी (b) 98 वर्ग मी (c) 74 वर्ग मी (d) 154 π वर्ग मी

8. यदि एक अर्धवृत्ताकार चाँदे का व्यास 14 सेमी है, तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।

9. एक वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान हो तो वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।

10. 'a' सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तर्निहित एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

11. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या r तथा संगत चाप की लम्बाई l है।

12. एक पहिए की त्रिज्या 0.25 मी. है। पहिए द्वारा 11 किमी दूरी तय करने में लगाए गए चक्करों की संख्या ज्ञात कीजिए।

13. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी हो तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।

14. एक 6 सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तर्निहित वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15. एक वृत्त का क्षेत्रफल दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं 24 सेमी तथा 7 सेमी है तो बड़े वृत का व्यास ज्ञात कीजिए।

16. एक तार को मोड़कर 35 सेमी त्रिज्या का वृत्त बनाया जा सकता है। यदि इसी तार को एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

17. एक वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी है तथा एक चाप की लम्बाई 3π सेमी है। इस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर बनाए गए अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।

18. यदि दो वृत्तों की परिधियाँ 2 : 3 के अनुपात में हो, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

19. एक वृत्त की परिधि तथा त्रिज्या का अन्तर 37 सेमी है, तो वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।

$\left(\pi = \frac{22}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$

20. यदि एक वृत्त का व्यास 40% बढ़ा दिया जाए तो कितने प्रतिशत से इसका क्षेत्रफल बढ़ेगा?

21. एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 6 सेमी है। प्रातः 11:20 बजे से 11:55 बजे तक मिनट की सुई द्वारा अंकित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

22. 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का परिमाप 68 सेमी है। उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

23. एक वृत्त की परिधि 39.6 सेमी है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

(CBSE 2020)

24. एक घड़ी में मिनट की सुई की लम्बाई 14 सेमी है। मिनट की सुई के द्वारा 1 मिनट में कितना क्षेत्रफल तय किया जाएगा? ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

25. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी है।

($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

26. 10 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की किसी चाप की लम्बाई 5π सेमी हो, तो उस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।

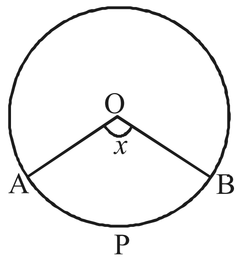
27. यदि एक वर्ग, वृत्त के अन्तर्निहित हो, तो वृत्त तथा वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

28. उस वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 44 सेमी है। (CBSE 2020)

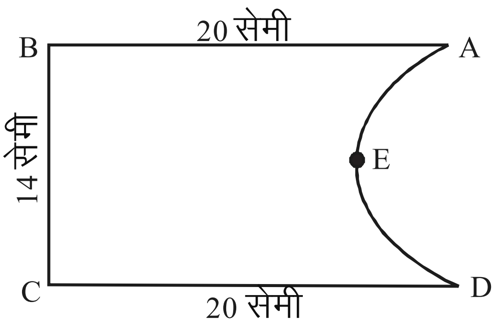
29. यदि एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाप के बराबर हो तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

30. एक वृत्त का व्यास तथा एक समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई समान हो, तो इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

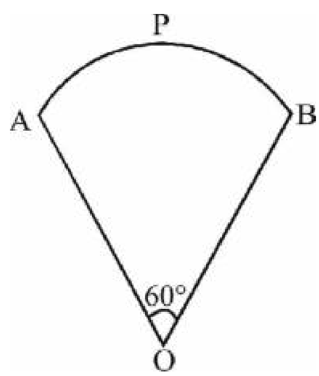
31. दी गई आकृति में, O एक वृत्त का केन्द्र है। यदि त्रिज्यखण्ड OAB का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{5}{18}$ हो, तो x ज्ञात कीजिए।



32. दी गई आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए, जहाँ AED एक अर्धवृत्त तथा ABCD एक आयत है। (CBSE 2015)

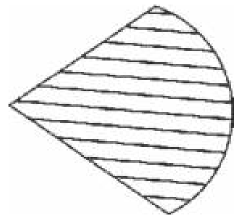


33. दी गई आकृति में, OAPBQ 10.5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्यखण्ड है। इस त्रिज्यखण्ड का परिमाप ज्ञात कीजिए।



34. एक जापानी पंखे को 7 छोटे खण्डों को खिसकाकर खोला जाता है, जिसमें से प्रत्येक एक वृत्त के त्रिज्यखंड के आकार का है जिसका केन्द्रीय कोण 15° है। यदि पंखे की त्रिज्या

24 सेमी हो तो फीते की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो इसकी सम्पूर्ण सीमा को ढकने के लिए आवश्यक है। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$ **[CBSE-2014]**



35. 6.3 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का परिमाप 25.8 सेमी है। त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. एक वृत्त में समाहित वर्ग का क्षेत्रफल 64 वर्ग सेमी है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

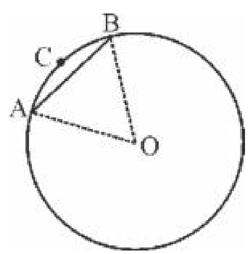
37. एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जो 64 वर्ग सेमी क्षेत्रफल के एक वर्ग में समाहित है।

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

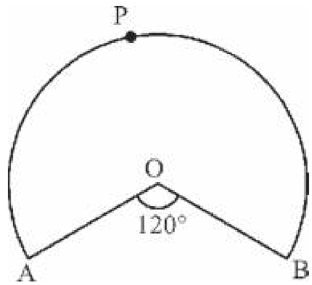
38. 36 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल 54π वर्ग सेमी हो, तो संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

39. एक घड़ी की मिनट की सुई 5 सेमी लम्बी है। मिनट की सुई द्वारा प्रात : 6:05 बजे से 6:40 बजे तक बुहार किया गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

40. जीवा AB और वृत्त के चाप ACB से घिरे वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी तथा केन्द्रीय कोण 90° हो।



41. दी गई आकृति में OAPB, एक 3.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का त्रिज्यखंड है तथा $\angle AOB = 120^0$ है। OAPBO का परिमाप ज्ञात कीजिए।



42. एक वृत्ताकार पदपथ (फुटपाथ) जिसकी चौड़ाई 2 मी. है, को ₹ 20 प्रतिवर्ग मी की दर से एक वृत्ताकार, पार्क जिसकी त्रिज्या 1500 मी के चारों ओर बनाया गया है। पदपथ (फुटपाथ) को बनाने में कुल कितना खर्च आएगा? ($\pi = 3.14$ लीजिए)

43. एक लड़का इस प्रकार साईकिल चला रहा है कि साईकिल के पहिए प्रति मिनट 140 चक्कर लगाते हैं। यदि पहिए का व्यास 60 सेमी है, तो साईकिल की चाल ज्ञात कीजिए।

44. 4 सेमी त्रिज्या और 30° कोण वाले लघु त्रिज्यखण्ड AOB तथा दीर्घ त्रिज्यखण्ड AOB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

45. r त्रिज्या वाले वृत के अर्धवृत में अन्तरित बड़ी से बड़ी त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

46. 8 मी भुजा वाले एक वर्गाकार पार्क में दो बकरियों को 1.4 मी लंबी रस्सी से विपरीत कोनों पर बांधा जाता है तथा केंद्र में एक गाय को 2.1 मी लंबी रस्सी से बाँधा जाता है। पार्क के उस क्षेत्रफल की गणना कीजिए जो इनके द्वारा चरा नहीं जा सकता।

47. एक 100° का त्रिज्यखण्ड एक वृत्त से काटा गया है जिसका क्षेत्रफल 70.65 वर्ग सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए).

48. 12 घंटे वाली एक घड़ी की घण्टे और मिनट की सूई की लम्बाई क्रमशः 3.5 सेमी तथा 7 सेमी है। एक दिन में उनके सिरों द्वारा तय की गई दूरियों का योग ज्ञात कीजिए।

$\left(\pi = \frac{2}{7}\text{ लीजिए}\right)$

49. एक वर्गाकार पानी के टैंक के आधार की प्रत्येक भुजा 40 मी है। इसके चारों ओर चार अर्धवृत्ताकार घास के मैदान है। ₹ 1.25 प्रति वर्ग मी की दर से मैदान को समतल कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।($\pi = 3.14$ लीजिए)

50. 4 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा की लम्बाई 4 सेमी है। जीवा द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड तथा वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

51. 21 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की कोई जीवा वृत्त के केन्द्र पर 120^0 का कोण बनाती है। जीवा द्वारा काटे गये लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

52. एक तार को मोड़कर, वृत्त के केन्द्र पर 45^0 का कोण अन्तरित करने वाली चाप के रूप में बनाया जा सकता है। यदि तार की लम्बाई 11 सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

53. यदि एक वृत्त की परिधि उसके व्यास से 16.8 सेमी अधिक हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

54. एक लोलक 45° के कोण से घूमता हुआ 22 सेमी लंबी चाप बनाता है। लोलक की लम्बाई ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न **(5 अंक)**

55. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि इनके क्षेत्रफलों का योग 130π वर्ग सेमी है तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 सेमी है, तो इन वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात कीजिए।

56. एक पहिए का क्षेत्रफल 6.16 वर्ग मी है। पहिए को 572 मी. की दूरी तय करने के लिए कुल कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे।

57. तीन घोड़ों को 36 मी, 84 मी तथा 91 मी भुजाओं वाले त्रिकोणीय पार्क के कोनों पर 14मी. लंबी रस्सी से बाँधा गया है। जिस क्षेत्रफल को चरा जा सकता है, का अनुपात ना चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल से निकालिए।

58. दो वृत्त एक–दूसरे को आंतरिक रूप से स्पर्श करते हैं, उनके क्षेत्रफलों का योग 1167 वर्ग सेमी है और उनके केंद्रों के बीच की दूरी 6 सेमी है। वृत्तों की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

[CBSE-2017]

उत्तर तथा संकेत

1. (b) 14 : 11
2. (d) 9π वर्ग सेमी
3. (d) चारगुना
4. (b) 14 सेमी

5. (a) 154 वर्ग सेमी

6. (b) 5

7. (a) 49π वर्ग मी

8. $\pi r + d = \frac{22}{7} \times 7 + 14 = 36$ सेमी

9. $2\pi r = \pi r^2 \Rightarrow$ व्यास $= 4$ इकाई

10. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

$\pi r^2 = \pi \frac{a^2}{4}$ (भुजा $= a$, त्रिज्या $= \frac{a}{2}$)

11. $$l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$$

$$= \frac{l \times \pi r^2}{2\pi r} = \frac{lr}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

12. $$\frac{\text{दूरी}}{\text{परिधि}} = \frac{11 \times 1000 \times 7 \times 100}{2 \times 22 \times 25} = 7000$$

13. $\pi r^2 = 616 \Rightarrow r = 14$ सेमी

$\Rightarrow 2\pi r = 88$ सेमी

14. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

$\Rightarrow r = 3$ सेमी

$\pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi$ वर्ग सेमी

15. $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$\Rightarrow R = 25$ सेमी

और व्यास $= 50$ सेमी

16. $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 = 220$ सेमी

वर्ग की भुजा $= \dfrac{220}{4} = 55$ सेमी

वर्ग का क्षेत्रफल $= 55 \times 55 = 3025$ वर्ग सेमी

17. $$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\Rightarrow \quad 3\pi = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi \times 6$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 90^\circ$$

18. $$\frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{2}{3} r_2$$

$$\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{\left(\frac{2}{3} r_2\right)^2}{r_2^2} = 4:9$$

19. $(2\pi r - r) = 37$

$r = 7,$

$2\pi r = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 7 = 44$ सेमी

20. 96%

21. $\dfrac{210^\circ \times 22 \times 6 \times 6}{360^\circ \times 7} = 66$ वर्ग सेमी

(11 : 20 to 11 : 55 = 35 मिनट
$\theta = 210^\circ$)

22. 280 वर्ग सेमी.

23. 124.74 वर्ग सेमी.

24. 10.27 वर्ग सेमी.

25. $2\pi r = 22 \Rightarrow r = \dfrac{7}{2}$

वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल $= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 4 \times 2 \times 2}$

$= 9.625$ वर्ग सेमी

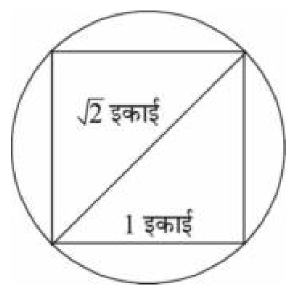
26. $l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$\Rightarrow \quad 5\pi = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi \times 10$

$\Rightarrow \quad \theta = 90°$

27. यदि वर्ग की भुजा = 1 इकाई

तब पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा



व्यास = विकर्ण = $\sqrt{2}$ इकाई

वर्ग का क्षेत्रफल = 1 × 1 = 1 वर्ग इकाई

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{11}{7}$ वर्ग इकाई

अभीष्ट अनुपात = 11 : 7

28. 154 वर्ग सेमी.

29. $2\pi r = 4$ इकाई

और $\frac{2\pi r}{4 \text{ इकाई}} = \frac{\text{वृत्त की परिधि दूरी}}{\text{वर्ग का परिमाप}}$

$r = \frac{7}{11}$ इकाई

$$\frac{\pi r^2}{1} = \frac{22}{7}\times\frac{7}{11}\times\frac{7}{11} = \frac{14}{11}$$

या 14 : 11

30. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$

अभीष्ट अनुपात $= \sqrt{3} : \pi$

31. $\frac{\theta}{360°}\pi r^2 = \pi r^2 \times \frac{5}{18} \Rightarrow \theta = 100°$

32. $20 + 14 + 20 + \pi r$

$= 20 + 14 + 20 + \frac{22}{7}\times 7$

$= 76$ सेमी

33. $\frac{\theta}{360°}\times 2\pi r = \frac{60°\times 2\times 22\times 105}{360°\times 7\times 10} = 11$ सेमी

परिमाप $= (10.5 + 10.5 + 11)$ सेमी $= 32$ सेमी

34. $\theta = 7 \times 15° = 105°$

$l = \frac{\theta}{360°}2\pi r = 44$ सेमी

फीते की लम्बाई $= l + 2r$

$= 44 + 48 = 92$ सेमी

35. त्रिज्याखण्ड का परिमाप $= l + 2r$

$l = 25.8 - 12.6 = 13.2$ सेमी

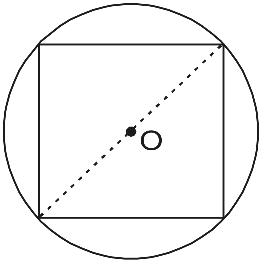
$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = l$

$\Rightarrow \theta = 120^\circ$

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360^\circ}\pi r^2$

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= 41.58$ वर्ग सेमी

36. वर्ग का विकर्ण $= d$

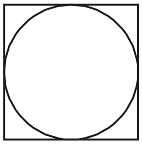


$d =$ भुजा $\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ सेमी

$r = 4\sqrt{2}$ सेमी

क्षेत्रफल $= \pi r^2 = 32\pi$ वर्ग सेमी

37. वृत्त का व्यास = वर्ग की भुजा



$\therefore\ r = 4$ सेमी

क्षेत्रफल $= 16\pi$ वर्ग सेमी

38. $54\pi = \frac{\theta \times \pi \times 36 \times 36}{360^\circ}$

$\theta = 15^\circ$

$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = \frac{15^\circ \times 2 \times \pi \times 36}{360^\circ} = 3\pi$ सेमी.

39. क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{210^\circ \times 22 \times 5 \times 5}{360^\circ \times 7}$ ($\theta = 210^\circ$, 35 मिनट में)

$= \frac{1650}{36} = 45\frac{5}{6}$ वर्ग सेमी

40. वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल–ΔAOB का क्षेत्रफल

$= \frac{77}{2} - \frac{49}{2}$

= 14 वर्ग सेमी

41. $l = \frac{240° \times 2 \times 22 \times 35}{360° \times 7 \times 10} = 14.67$

OAPBO की लम्बाई = 14.67 + 3.5 + 3.5

= 21.67 सेमी

42. कुल खर्चा $= \pi[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20$

$= 3.14[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20$

= ₹ 377051.2

43. पहिए की परिधि $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30$ सेमी.

= 188.57 सेमी.

साइकिल की गति $= \frac{18857 \times 140 \times 60}{100 \times 1000}$

= 15.84 किमी./घंटा

44. लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

$= \frac{30°}{360°} \times 3.14 \times 4 \times 4$

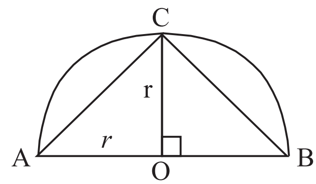
= 4.19 वर्ग सेमी (लगभग)

दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360°} \pi r^2$

$= \frac{330}{360°} \times 3.14 \times 4 \times 4$

$= 46.1$ वर्ग सेमी (लगभग)

45. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (आधार × ऊँचाई)



$= \frac{1}{2}(AB \times OC)$

$= \frac{1}{2}\ (2r \times r) = r^2$ वर्ग इकाई

46. बकरियों द्वारा चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल = 2 × वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times \frac{1}{4} = 3.08$ वर्ग मी

गाय द्वारा चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल

$\frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 = 13.86$ वर्ग मी

ना चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल–कुल चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल

$= 64 - 16.94 = 43.06$ वर्ग मी

47. $\frac{70.65}{100} = \frac{100° \times 314 \times r^2}{360° \times 100}$

$\frac{7065 \times 360}{100 \times 314} = r^2$

$r = 9$ सेमी

48. 1 दिन में मिनट वाली सुई द्वारा तय की गई दूरी $= 24 \times 2\pi R$

1 दिन में घंटे वाली सुई द्वारा तय की गई दूरी $= 2 \times 2\pi r$

दोनों सुईयों द्वारा तय की गई कुल दूरी $= 24 \times 2\pi R + 2 \times 2\pi R$

$= 1056 + 44 = 1100$ सेमी

49. चार अर्धवृत्त = 2 वृत्त

2 वृत्तों का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times 3.14 \times 20 \times 20 = 2512$ वर्ग मी

कुल खर्च $= 2125 \times 1.25$

= ₹ 3140

50. जीवा की लम्बाई = त्रिज्या

$\therefore$ त्रिज्यखण्ड का कोण = 60°

त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

$= \frac{8\pi}{3}$ वर्ग सेमी

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल–त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$

$= \left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right)$ वर्ग सेमी

51. वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल – त्रिभुज का क्षेत्रफल

वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \frac{120°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 462$ वर्ग सेमी

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{441}{2}\sqrt{3}$ वर्ग सेमी

वृत्तखंड का क्षेत्रफल $= \left(462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}\right)$ वर्ग सेमी

$= \frac{21}{4}(88 - 21\sqrt{3})$ वर्ग सेमी

52. $l = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$$11 = \frac{45° \times 2 \times 22 \times r}{360° \times 7}$$

$14 = r$

$r =$ 14 सेमी

53. $2\pi r = 2r + 16.8$

$$2 \times \frac{22}{7} r - 2r = \frac{168}{10}$$

या $2r\left(\frac{22}{7} - 1\right) = \frac{168}{10}$

या $2r\left(\frac{15}{7}\right) = \frac{168}{10}$

या $r = \frac{168 \times 7}{10 \times 2 \times 15} = \frac{1176}{300} = 3.92$ सेमी

54. $l = \frac{\theta}{360°} \times (2\pi r)$

$$22 = \frac{45}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$r = 28$

लोलक की लम्बाई $= 28$ सेमी

55. $\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi$

$\Rightarrow r_1^2 + r_2^2 = 130$ ...(1)

और $r_1 + r_2 = 14$ ...(2)

(2) से r_1 का मान (1) में रखने पर

$2r_1^2 - 28r_1 + 66 = 0$

$r_2^2 - 14r_2 + 33 = 0$

$r = 11$ सेमी और $r = 3$ सेमी

56. $\pi r^2 = \frac{616}{100}$

या $\quad r^2 = 1.96$

या $\quad r = 1.4$ मी.

$$2\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times\frac{14}{10} = \frac{616}{70} = 8.8 \text{ सेमी}$$

चक्करों की संख्या $= \frac{572}{8.8} = 65$

57. घोड़ों द्वारा चरा जाने वाला क्षेत्रफल $= \frac{180°}{360°}\times\frac{22}{7}\times(14)^2 = 308$ वर्ग मी

त्रिकोणीय पार्क का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\times 35\times 84 = 1470$ वर्ग मी

ना चरा जाने वाला क्षेत्रफल = 1162 वर्ग मी

अभीष्ट अनुपात = 308 : 1162 = 22 : 83

58. $R^2 + r^2 = 116 \qquad ...(1)$

$R - r = 6 \qquad ...(2)$

समीकरण (2) का वर्ग कर हल करने पर

$2Rr = 80$ ...(3)

समीकरण (1) और (3) को जोड़ने पर

$R + r = 14$ ...(4)

समीकरण (2) और (4) को हल करने पर

$R = 10$ सेमी, $r = 4$ सेमी

बहुविकल्पीय प्रश्न

समयः 45 मिनट **वृत्तों से सम्बन्धित क्षेत्रफल** *अधिकतम अंक : 20*

खण्ड—अ

1. यदि त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{7}{18}$ गुना हो तो त्रिज्यखण्ड का केन्द्रीय कोण ज्ञात कीजिए। **[140°]** **1**

2. उस वृत्त का व्यास जिसका क्षेत्रफल 24 सेमी और 7 सेमी त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के क्षेत्रफल के योग के बराबर हो। **1**

   (a) 50 सेमी (b) 31 सेमी

   (c) 25 सेमी (d) 17 सेमी **[(a)]**

3. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल, जिसका परिमाप इसकी त्रिज्या r इकाई का चार गुणा हो _________. **[r^2]** **1**

4. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 5 π सेमी है तथा त्रिज्यखण्ड 20π वर्ग सेमी के क्षेत्रफल से घिरा है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। **[8 सेमी]**

खण्ड—ब

5. 5.7 सेमी त्रिज्या के वृत्त के किसी त्रिज्यखण्ड का परिमाप 27.2 सेमी है। त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[45.1 वर्ग सेमी]** **2**

6. एक घड़ी की मिनट की सूई 12 सेमी लंबी होती है। मिनट की सुई द्वारा वर्णित घड़ी के चेहरे का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो मिनट की सुई 6:10 pm और 6:45 pm के बीच बनाएगी। **[84 π वर्ग सेमी]** **2**

7. अधिकतम क्षेत्रफल तथा बराबर त्रिज्या वाले दो वृत्ताकार टुकड़े जो एक–दूसरे को स्पर्श करते है, 16 सेमी × 8 सेमी माप वाले आयताकार बोर्ड में से काटे गए हैं। शेष बचे बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[27.52 वर्ग सेमी (लगभग)]** **2**

खण्ड–स

8. एक रस्सी जिससे एक गाय बंधी हुई है की लम्बाई 12 मी. से बढ़ाकर 19 मी. कर दी गई है। अब यह कितने अधिक घास युक्त क्षेत्र को चर सकेंगी। **[682 वर्ग मी]** **3**

($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)

9. 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की जीवा केन्द्र पर $60°$ का कोण बनाती है। लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए) **[17.80 वर्ग सेमी (लगभग)]** **3**

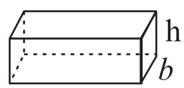
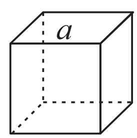
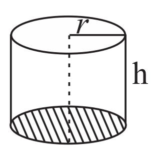
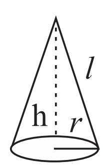
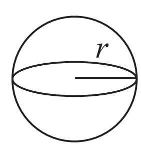
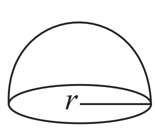
खण्ड–द

10. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 88 सेमी है। वृत्त के लघु त्रिज्यखण्ड तथा दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि वृत्त की त्रिज्या 42 सेमी है। **4**

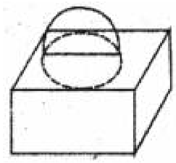
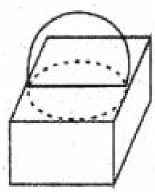
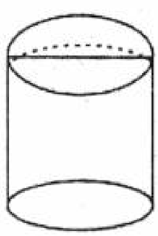
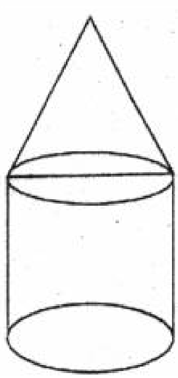
[लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = 1084.92 वर्ग सेमी (लगभग)
दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = 4456.85 वर्ग सेमी (लगभग)]

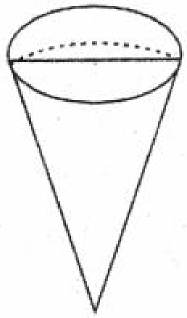
12
अध्याय

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

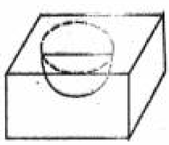
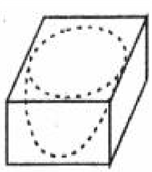
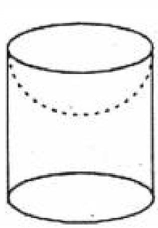
नाम	आकृति	वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल	कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	आयतन
घनाभ		2h (l + b)	2 (lb + bh + lh)	lbh
घन		$4a^2$	$6a^2$	a^3
बेलन		$2\pi r\text{h}$	$2\pi r\,(r+\text{h})$	$\pi r^2\text{h}$
शंकु		πrl	$\pi r\,(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2\text{h}$
गोला		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3$
अर्ध गोला		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\left(\frac{2}{3}\right)\pi r^3$

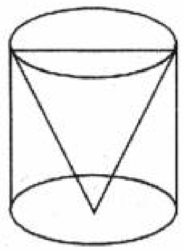
(ठोस का संयोजन–I)

चित्र	परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षे.	परिणामी आकृति का आयतन
 घन और अर्द्धगोला	घनाभ का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ.क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन
 घनाभ और अर्द्धगोला	घन का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ.क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन
 बेलन और अर्द्धगोला	Case I → जब बेलन खोखला है बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. Case II → जब बेलन ठोस है बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. + आधार का क्षेत्रफल	बेलन का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन
 बेलन और शंकु	Case I → जब बेलन खोखला है बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे. Case II → जब बेलन ठोस है बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे. + आधार का क्षेत्रफल	बेलन का आयतन + शंकु का आयतन

 शंकु और अर्द्धगोला	शंकु का वक्र पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे.	शंकु का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन

(ठोस का संयोजन–II)

चित्र	परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षे.	परिणामी आकृति का आयतन
 घन से अर्द्धगोला काटा गया	घनाभ का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन – अर्द्धगोले का आयतन
 घनाभ से अर्द्धगोला काटा गया	घन का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे. - वृत्त का क्षे.	घन का आयतन – अर्द्धगोले का आयतन
 बेलन से अर्द्धगोला काटा गया	Case I $\rightarrow$ खोखला बेलन बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. Case II $\rightarrow$ ठोस बेलन बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. + वृत्त का क्षेत्रफल	बेलन का आयतन – अर्द्धगोले का आयतन



शंकु से अर्द्धगोला
काटा गया

Case I → खोखला बेलन

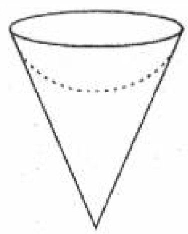
बेलन का वक्र पृ. क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे.

Case II → ठोस बेलन

बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे.

+ वृत्त का क्षेत्रफल

बेलन का आयतन – शंकु का आयतन



शंकु और अर्द्धगोला
काटा गया

शंकु का वक्र पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे.

शंकु का आयतन – अर्द्धगोले का आयतन

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है

(a) πr^2 (b) $2\pi r^2$

(c) $3\pi r^2$ (d) $4\pi r^2$

2. एक गोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर है, तो गोले की त्रिज्या है

(a) 0 इकाई (b) 1 इकाई

(c) 2 इकाई (d) 3 इकाई

3. समान आधार और समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु और एक अर्धगोले के आयतनों का अनुपात है

(a) 1:2:3 (b) 2:1:3

(c) 3:1:2 (d) 3:2:1

4. 'r' त्रिज्या वाले एक ठोस गोले को पिघला कर 'r' ऊँचाई वाला एक ठोस शंकु बनाया गया है। शंकु के आधार की त्रिज्या हैः

(a) 2r (b) r

(c) 4r (d) 3r

5. 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी व्यास वाले तीन ठोस गोलों को पिघला कर एक ठोस गोला बनाया गया है। नए गोले का व्यास हैः

(a) 6 सेमी (b) 4.5 सेमी

(c) 3 सेमी (d) 12 सेमी

6. क्रमशः आंतरिक और बाहरी व्यास 4 सेमी और 8 सेमी वाले एक धातु के गोलाकार खोल को पिघालकर आधार व्यास 8 सेमी के एक शंकु के आकार में ढाला जाता हैं। इस शंकु की ऊँचाई हैः

(a) 12 सेमी (b) 14 सेमी

(c) 15 सेमी (d) 18 सेमी

7. एक ठोस अर्ध गोलाकार, जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

8. दो गोलों के आयतन का अनुपात 64 : 125 है। इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

9. बेलन व शंकु के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए यदि इनके आधार की त्रिज्या समान है व दोनों की ऊंचाई भी समान है।

10. एक घन का आयतन 1331 घन सेमी है। इसकी भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

11. दो शंकुओं की ऊँचाइयों में 1 : 3 का अनुपात है तथा उनकी त्रिज्याओं में 3 : 1 का अनुपात है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

12. एक ठोस घनाभ जिसकी भुजाएँ 16 सेमी × 12 सेमी × 10 सेमी है, में से 2 सेमी भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं?

13. 729 घन सेमी आयतन वाले घन में से अधिक से अधिक कितनी ऊँचाई वाला शंकु काटा जा सकता है?

14. 216 घन सेमी आयतन वाले दो घनों को एक साथ जोड़कर घनाभ बनाया जाता है। इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15. समान आधार त्रिज्या 8 सेमी और ऊँचाई 15 सेमी वाले दो शंकुओं को उनके आधारों के साथ एक साथ जोड़ा गया है। इस प्रकार बनाई गई आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16. एक लंब वृत्तीय शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 90π वर्ग सेमी है। शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी हो तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

17. एक लंब वृत्तीय बेलन जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या के समान है, का आयतन $25\frac{1}{7}$ घन सेमी है। इस बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

18. 4.2 सेमी किनारे वाले घन में से सबसे बड़े काटे जा सकने वाले लंब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

19. 6 सेमी त्रिज्या वाले एक ठोस अर्द्धगोले में से एक अधिकतम आयतन का गोला काटा गया है। काटे गए गोल का आयतन ज्ञात कीजिए। (CBSE-2012)

20. 10.5 सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार टैंक की गहराई ज्ञात कीजिए, यदि इसका आयतन 15 सेमी × 11 सेमी × 10.5 सेमी के घनाभ के आयतन के बराबर हो।

21. दो गोलो के आयतन का अनुपात 64 : 27 है। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए। (CBSE-2012)

22. एक पैट्रोल टैंक मध्य से 28 सेमी व्यास व 24 सेमी लम्बाई का बेलनाकार रूप में है। इसके दोनों छोर 28 सेमी व्यास व 9 सेमी लम्बाई के शंकुओं से जुड़े हैं। इस टैंक का आयतन ज्ञात कीजिए।

23. एक बेलन, तथा एक अर्द्धगोला का समान आधार तथा समान ऊँचाई है। उनके आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए।

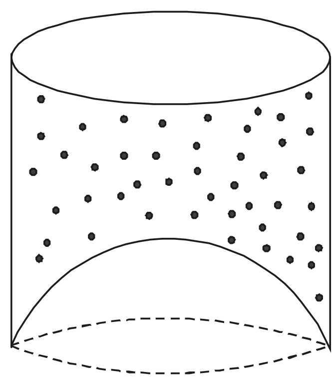
24. एक ठोस बेलन के आकार का है, जिसके दोनो सिरे अर्ध गोलाकार हैं। ठोस की कुल लम्बाई 20 सेमी है तथा बेलन का व्यास 7 सेमी है। ठोस का कुल आयतन ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)

25. 120 सेमी लंबे एक रोलर का व्यास 64 सेमी है। यदि वह एक खेल के मैदान को समतल करने में 500 चक्कर लगाता है तो खेल के मैदान को 30 पैसे प्रति वर्ग मीटर की दर से समतल करने की लागत ज्ञात कीजिए। (CBSE-2013)

26. एक ठोस लंब वृत्तीय बेलन की आधार त्रिज्या तथा ऊँचाई का योग 37 सेमी है। यदि ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1628 वर्ग सेमी है तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

$\left(\pi = \frac{2}{7}\right.$ लीजिए$\left.\right)$ (CBSE-2016)

27. एक जूस बेचने वाला अपने ग्राहकों को आकृति में दर्शाए गए गिलासों में जूस देता है। बेलनाकार गिलास का आंतरिक व्यास 5 सेमी था, परन्तु गिलास के निचले आधार में एक उभारा हुआ अर्धगोला था, जिससे गिलास की धारिता कम हो जाती थी। यदि एक गिलास की ऊँचाई 10 सेमी थी, तो गिलास की आभासी धारिता तथा उसकी वास्तविक धारिता ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए)



28. एक खोखले अर्द्धगोलाकर बर्तन के आंतरिक तथा बाह्य व्यास क्रमशः 12 सेमी तथा 16 सेमी है। यदि 1 वर्ग सेमी पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट करने की लागत ₹ 5.00 है, तो पूरे बर्तन को पेंट करने की कुल लागत ज्ञात कीजिए।

29. सुरेश ने आधार व्यास 14 मी और ऊँचाई 24 मी वाले 10 शंक्वाकर टेंटों के लिए कैनवास विकलांग व्यक्तियों के कल्याण के लिए दान करने का फैसला किया। यदि 2 मी चौड़े कैनवास की लागत ₹ 40 प्रति मीटर है तो वह राशि ज्ञात कीजिए जिससे सुरेश विकलांग केन्द्र की मदद करता है। (CBSE-2017)

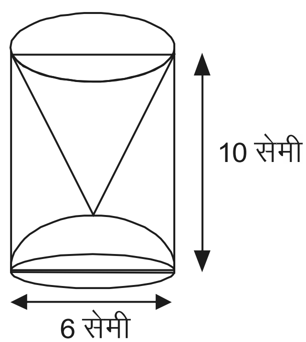
30. 14 सेमी किनारे के घन से अधिकतम आकार के एक शंकु को काटा गया है। शंकु को काटने के बाद शेष ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

31. लोहे के एक ठोस खंभे में 220 सेमी ऊँचाई के एक बेलन जिसके आधार का व्यास 24 सेमी है, के ऊपर 60 सेमी ऊँचाई का एक अन्य बेलन अध्यारोपित है जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है। इस खंभे का भार ज्ञात कीजिए, जबकि दिया गया है कि 1 घन सेमी लोहे का भार लगभग 8 ग्राम है। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)

32. त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 15 सेमी वाले एक लंब–वृत्तीय बेलन के आकार का बर्तन आइसक्रीम से पूरा भरा हुआ है। इस आइसक्रीम को 10 बच्चों में बाँटने के लिए बराबर–बराबर शंकुओं में भरा जाना है, जिनका ऊपरी सिरा अर्धगोले के आकार का है। यदि शंक्वाकार भाग की ऊँचाई इसके आधार की त्रिज्या का 4 गुना है, तो आइसक्रीम शंकु की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)

33. एक लकड़ी की वस्तु जैसा कि आकृति में दिखाया गया है को एक बेलन के एक छोर से एक अर्द्धगोला तथा दूसरे छोर से एक शंकु निकालकर बनाया गया था। इस वस्तु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



34. एक ठोस बेलन की ऊँचाई 15 सेमी और इसके आधार का व्यास 7 सेमी है। इसमें दो बराबर शंक्कार छेद किए जाते हैं, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 3 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी है। शेष ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

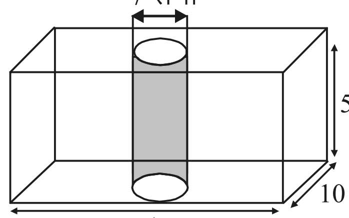
35. यदि h, c और v क्रमशः एक शंकु के ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन हो तो सिद्ध कीजिए कि:

$$c^2 = \frac{3\pi Vh^3 + 9V^2}{h^2}$$

36. एक ठोस लकड़ी का खिलौना, अर्ध गोले पर अध्यारोपित समान त्रिज्या के शंकु के आकार का है। अर्ध गोले की त्रिज्या 3.5 सेमी है तथा इस खिलौने को बनाने में $166\frac{5}{6}$ घन सेमी लकड़ी लगी है। खिलौने की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। खिलौने के अर्ध गोलाकार पृष्ठीय तल को ₹ 10 प्रति वर्ग सेमी की दर से रंग करवाने का व्यय भी ज्ञात कीजिए।

($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2015)

37. दी गई आकृति में धातु का एक ठोस घनाभाकार ब्लाक जिसकी भुजाएँ 15 सेमी × 10 सेमी × 5 सेमी है। इसमें से 7 सेमी व्यास वाला एक बेलनाकार छेद काट कर निकाल दिया गया है। शेष बचे ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)



38. एक ठोस खिलौना बेलनाकार है जिसका एक सिरा अर्धगोलीय तथा दूसरे सिरे पर शंकु है। इन सभी का व्यास 4.2 सेमी है तथा बेलनाकार और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी और 7 सेमी है। खिलौने का आयतन ज्ञात कीजिए।

39. एक टैन्ट 3 मी की ऊँचाई तक बेलनाकार और उसके ऊपर शंकु के आकार का है। टैन्ट की कुल ऊँचाई 13.5 मी तथा आधार की त्रिज्या 14 मी है। ₹ 80 प्रति वर्ग मी की दर से टैन्ट को बनाने में लगे कपड़े की लागत ज्ञात कीजिए।

40. 14 सेमी लम्बे एक लंब खोखले बेलन के बाहरी तथा अंदर के व्रक पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अंतर 88 वर्ग सेमी है। यदि बेलन को बनाने में लगी धातु का आयतन 176 घन सेमी हो, तो बेलन के बाह्य तथा आन्तरिक व्यास ज्ञात कीजिए।

41. एक ठोस एक अर्धगोले पर अध्यारोपित एक शंकु के आकार का है। दोनों की त्रिज्याएँ 3.5 सेमी हैं तथा ठोस की कुल ऊँचाई 9.5 सेमी है। इस ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

42. एक घनाकार लकड़ी के ब्लाक जिसकी भुजा 21 सेमी है, के एक फलक को अंदर की ओर से काटकर एक अर्ध गोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्ध गोले का व्यास घन के किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020)

उत्तर तथा संकेत

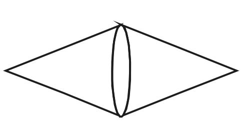
1. (c) $3\pi r^2$
2. (d) 3 इकाई
3. (c) 3 : 1 : 2
4. (a) $2r$
5. (d) 12 सेमी
6. (b) 14 सेमी
7. 462 वर्ग सेमी
8. 16 : 25
8. 3 : 1
10. 11 सेमी
11. 3 : 1
12. घनों की संख्या $= \dfrac{16\times12\times10}{2\times2\times2} = 240$
13. घन की भुजा $= \sqrt[3]{729} = 9$ सेमी

    सबसे बड़े शंकु की ऊँचाई = घन की भुजा = 9 सेमी
14. घन की भुजा $= \sqrt[3]{216} = 6$ सेमी.

    नए घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी, 6 सेमी और 6 सेमी है।

    घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2[12 \times 6 + 6 \times 6 + 6 \times 12]$

    = 360 वर्ग सेमी
15. $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

    $l = 17$ सेमी

    क्षे. $= 2\pi rl = 854.85$ वर्ग सेमी
16. $\pi r\,(l + r) = 90\pi$

    $l = 13$ सेमी

    $h = \sqrt{l^2 - r^2}$

    $h = 12$ सेमी

17. माना बेलन की ऊँचाई व त्रिज्या क्रमशः x सेमी व x सेमी है।

बेलन का आयतन $= \frac{176}{7}$ घन सेमी

$$\frac{22}{7} \times (x)^2 \times x = \frac{176}{7}$$

$x^3 = 8$

$x = \sqrt[3]{8} = 2$ सेमी

18. d = 4.2 सेमी; r = 2.1 सेमी

h = 4.2 सेमी

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

= 19.4 घन सेमी (लगभग)

19. गोले की त्रिज्या = 3 सेमी

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

= 113.14 घन सेमी

20. बेलनाकार टैंक का आयतन = आयताकार टैंक का आयतन

$$\frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times h = 15 \times 11 \times 10.5$$

h = 5 से.मी

21. $$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{64}{27}$$

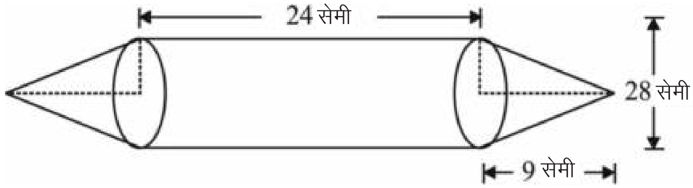
$\Rightarrow R^3 : r^3 = 64 : 27$

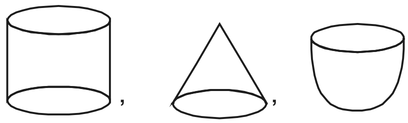
$R : r = 4 : 3$

$4\pi R^2 : 4\pi r^2 = R^2 : r^2 \Rightarrow 4^2 : 3^2 = 16 : 9$

22. टैंक का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + 2 × शंक्वाकार भाग का आयतन

= 18480 घन सेमी



23. 

(त्रिज्या) Radius – r, (ऊँचाई) height – r

बेलन का आयतन : अर्द्धगोले का आयतन

$\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$

$1 : \frac{2}{3}$

$\Rightarrow 3 : 2$

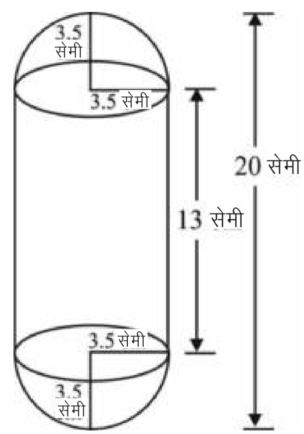
24. बेलन की ऊँचाई = 20 – 3.5 – 3.5 = 13 सेमी

ठोस का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन

+ 2 × अर्ध गोलाकार भाग का आयतन

$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 13 + 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3$

$= 680\frac{1}{6}$ घन सेमी



25. r = 32 से.मी; h = 120 सेमी

1 चक्कर में तय किया गया क्षेत्रफल

= रोलर का वक्र पृ. क्षे.

= 2 πrh

= 24137.14 वर्ग सेमी

500 चक्कर में समल किए गए भाग का क्षेत्रफल = 1206.86 वर्ग मी

समतल की करने की लागत = दर × क्षेत्रफल

= 1206.86 × 0.3

= ₹ 362.06

26. $r + h = 37$

$2\pi r(r + h) = 1628$

$r = 7$ सेमी

$h = 30$ सेमी

आयतन $= \pi r^2 h$

आयतन = 4620 घन सेमी

27. आभासी धारिता $= 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 10 = 196.25$ घन सेमी

वास्तविक धरिता = बेलनाकार भाग का आयतन – अर्धगोलाकार भाग का आयतन

$= 196.25 - \frac{2}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$ = लगभग 163.54 घन सेमी

28. $r = 6$ सेमी; R = 8 सेमी

बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + \pi(R^2 - r^2)$

$= \pi \times 228 = 715.925$ वर्ग सेमी

कुल लागत = पृष्ठीय क्षेत्रफल × दर

= ₹ 3579.60

29. $r = 7$ मी; $h = 24$ मी

$l = 25$ मी

टेंट का पृ. क्षे. $= \pi r l$

= 550 वर्ग मी

10 टेंटों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 5500 वर्ग मी

कुल लागत = क्षेत्रफल × दर

$= 5500 \times$ ₹ $\frac{40}{2}$

= ₹ 1,10,000

30. $r = 7$ सेमी; $h = 14$ सेमी

$l = \sqrt{245} = 15.65$ सेमी

शेष बचे ठोस का पृ. क्षे.

= घन का स. पृ. क्षे. + शंकु का वक्र पृ. क्षे. – वृत्त का क्षेत्रफल

$= 6a^2 + \pi rl - \pi r^2$

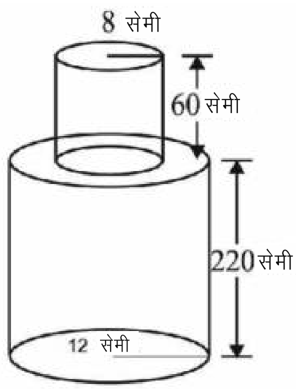
= 1366.3 वर्ग सेमी

31. ठोस का आयतन $= 3.14 \times (12)^2 \times 220 + 3.14 \times (8)^2 \times 60$

= 111532.8 घन सेमी

खंभे का भार $= 111532.8 \times \dfrac{8}{1000}$

= 892.2624 किग्रा



32. माना शंक्वाकार भाग की त्रिज्या r सेमी है।

अतः शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 4r सेमी है।

प्रश्नानुसार

10 × आइसक्रीम के एक शंकु का आयतन = बेलनाकार बर्तन का आयतन

$$10 \times \left[\frac{1}{3}\pi r^2 \times 4r + \frac{2}{3}\pi r^3\right] = \pi\,(6)^2 \times 15$$

r = 3 सेमी

33. $r = 3$ सेमी

वस्तु का पृ. क्षे. = बेलन का वक्र पृ. क्षे. + अर्द्ध गोले का वक्र पृ. क्षे. + शंकु का वक्र पृ. क्षे.

पृ. क्षेत्र $= 2\pi r H + 2\pi r^2 + \pi rl$

$= \pi r(2H + 2r + l)$

$= 3\pi(20 + 6 + \sqrt{58})$

$= \pi(78 + 3\sqrt{58})$ वर्ग सेमी

34. ठोस का पृ. क्षे. = बेलन का वक्र पृ. क्षे. + 2 वलयों का क्षे. + 2 शंकुओं का वक्र पृ.क्षे.

$$\Rightarrow 2\pi\left[\frac{7}{2} \times 15 + 6.5 \times 0.5 + 15\right]$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 70.75 = \frac{3113}{7}$$

= 444.7 वर्ग सेमी (लगभग)

35. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{3V}{\pi h} \qquad ...(1)$$

$C = \pi R l$

$C^2 = \pi^2 R^2 l^2$

$C^2 = \pi^2 R^2 (h^2 + R^2)$

$$C^2 = \pi^2 \frac{3V}{\pi h}\left(h^2 + \frac{3V}{\pi h}\right)$$

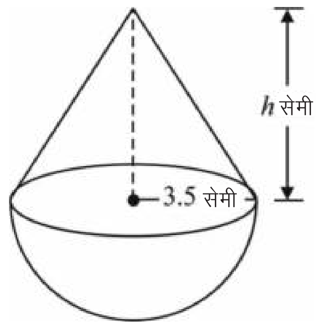
$$C^2 = \frac{3\pi^2 V(\pi h^3 + 3V)}{\pi^2 h^2}$$

$$C^2 = \frac{3\pi V h^3 + 9V^2}{h^2}$$

36. खिलौने का आयतन $= \frac{1001}{6}$ घन सेमी

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times h = \frac{1001}{6}$$

h = 6 सेमी



खिलौने के अर्धगोलाकार भाग का क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 77$ वर्ग सेमी

रंग करने का मूल्य $= 77 \times 10 =$ ₹ 770

37. शेष बचे ठोस पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाभाकार ब्लाक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल – 2 × वृत्ताकार आधार का क्षेत्रफल

$= 2(15 \times 10 + 10 \times 5 + 15 \times 5) + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 5 - 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= 583$ वर्ग सेमी

38. खिलौने का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + अर्धगोलाकार भाग का आयतन + शंक्वाकार भाग का आयतन

$= \frac{22}{7} \times (2\,.\,1)^2 \times 12 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2\,.\,1)^2 \times 7 + \frac{2}{3} \times (2.\,1)^3$

$= 218.064$ घन सेमी

39. तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{(14)^2 + (10.5)^2} = 17.5$ मी

टैन्ट का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 + \frac{22}{7} \times 14 \times 17.5 = 1034$ वर्ग मी.

कपड़े का मूल्य $= 1034 \times 80 =$ ₹ 82720.

40. माना खोखले बेलन की आंतरिक व बाहरी त्रिज्या क्रमशः r सेमी और R सेमी है।
बाहरी व आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर = 88 वर्ग सेमी

$2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (R - r) = 88$

$$R - r = 1 \qquad ...(1)$$

खोखले बेलन का आयतन = 176 घन मी

$\frac{22}{7} \times 14 \times (R^2 - r^2) = 176$

$$R^2 - r^2 = 4$$

$$(R - r)(R + r) = 4$$

$$R + r = 4 \qquad .... (2) \quad [\because (1) \text{ से}]$$

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर, $R = 2.5$ सेमी व $r = 1.5$ सेमी

अतः बाहरी व आंतरिक व्यास क्रमशः 5 सेमी व 3 सेमी है।

41. शंकु की ऊँचाई = 9.5 – 3.5 = 6 सेमी

ठोस का आयतन $= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 6$

= 166.83 घन सेमी लगभग

42. अर्ध गोले की त्रिज्या $= \frac{21}{2} = 10.5$ सेमी

शेष बचे ठोस का आयतन $= (21)^3 - \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (10.5)^3$

= 6835.5 घन सेमी

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय: 45 मिनट **पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन** *अधिकतम अंक : 20*

खण्ड—अ

1. $2r$ त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[$12\pi r^2$]** 1

2. उस सबसे बड़े शंकु की त्रिज्या ज्ञात करो जिसे 4.2 सेमी भुजा वाले घन से काटा जा सकता है। **1**

(a) 4.2 सेमी (b) 8.4 सेमी

(c) 2.1 सेमी (d) 1.05 सेमी **[(c)]**

3. एक घन का आयतन 1 लीटर है। घन की भुजा की लम्बाई सेमी में ज्ञात कीजिए। **1**
[10 सेमी]

4. दो घनों के आयतनों का अनुपात 27 : 125 है। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। **[9 : 25]** **1**

खण्ड—ब

5. एक घन और एक गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल समान है। गोले और घन के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए। **[$4\sqrt{6} : 9$]** **2**

6. 8 सेमी भुजाओं वाले दो घनों का सिरे से सिरा मिलाया जाता है। परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **[640 वर्ग सेमी]** **2**

7. एक अर्द्धगोले का आयतन 2156 घन सेमी है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
[641.21 वर्ग सेमी] **2**

खण्ड–स

8. सर्कस के तंबू का निचला भाग बेलनाकार और ऊपरी भाग शंक्वाकार छत है। यदि उभयनिष्ठ व्यास 56 मी. और बेलनाकार हिस्से की ऊँचाई 6 मी. और छत का उच्चतम बिंदु भूमि से 30 मी. है। तंबू के लिए प्रयुक्त किए गए कपडे का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

[4298.34 वर्ग मी] 3

9. धातु के एक बेलन की त्रिज्या 3 सेमी तथा ऊँचाई 5 सेमी है। इसका भार कम करने के लिए बेलन में एक शंक्वाकार छेद किया गया है। इस छेद की त्रिज्या $\frac{3}{2}$ सेमी तथा गहराई $\frac{8}{9}$ सेमी है। शेष बचे बेलन धातु के आयतन का शंक्वाकार छेर करने हेतु निकाली गई धातु के आयतन से अनुपात ज्ञात कीजिए। **[133 : 2]** **3**

खण्ड–द

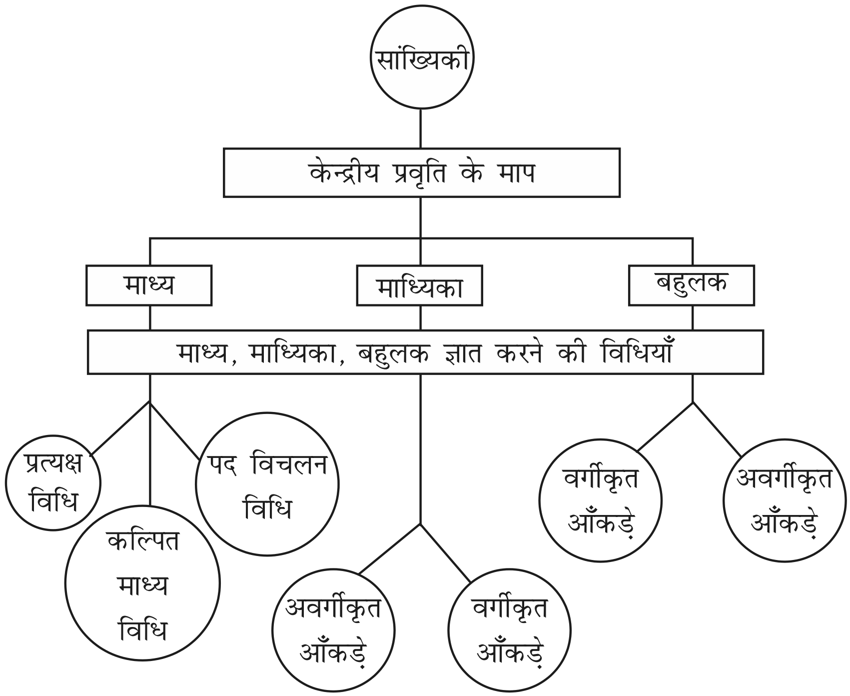
10. एक सजावटी ब्लॉक दो ठोसों, एक घन तथा एक अर्द्धगोले से बना है, ब्लॉक का आधार एक घन है, जिसकी भुजा 6 सेमी है तथा अर्द्धगोला ऊपर लगा है, जिसका व्यास 4 सेमी है। ब्लॉक को ₹ 2.5 प्रति वर्ग सेमी की कीमत से पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए।

[₹ 571.4 (लगभग)] 4

[640 वर्ग सेमी]

13
अध्याय

सांख्यिकी



<u>महत्त्वपूर्ण बिन्दु :</u>

1. **माध्य** $\overline{x}$

(a) अवर्गीकृत आँकड़ों के लिए $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{n} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$

अर्थात $\overline{x} = \dfrac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$

(b) वर्गीकृत आँकड़ों के लिए

(i) यदि हल आसान हो तो हम प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग करेंगे :

$\overline{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

(ii) यदि आँकड़े बड़े हों या हल मुश्किल हो तो हम कल्पित माध्य विधि या पद विचलन विधि का प्रयोग करेंगे:

→ कल्पित माध्य विधि $\bar{x} = a + \dfrac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$, a → कल्पित माध्य और $d_i = x_i - a$

→ पद विचलन विधि $\bar{x} = a + \dfrac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$, $u_i = \dfrac{d_i}{h}$, h → वर्ग माप

2. **माध्यक**

(a) **अवर्गीकृत आँकड़ों के लिए** : पहले आँकड़ों को बढ़ते क्रम से या घटते क्रम से लगाऐं। फिर आँकड़ों की संख्या गिनें, माना n आँकड़े हैं।

यदि n विषम है, तो माध्यक $= \left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ वाँ आँकड़ा

यदि n सम है, तो माध्यक $= \dfrac{\left(\dfrac{n}{2}\right)\text{वाँ मान} + \left(\dfrac{n}{2}+1\right)\text{वाँ मान}}{2}$

(b) वर्गीकृत आँकड़ों के लिए

माध्यक $= l + \dfrac{\left(\dfrac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$

3. **बहुलक** $= l + \left(\dfrac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2}\right) \times h$ (वगीकृत आँकड़ों के लिए)

अवर्गीकृत आँकड़ों के लिए बहुलक वह आँकड़ा है जो सबसे अधिक बार आए।

नोट:

1. माध्य, माध्यक और बहुलक में अनुभवजन्य सम्बन्ध

   बहुलक = 3 (माध्यक) – 2 (माध्य) (अनुभवजन्य संबंध)

2. यदि वर्ग अंतराल सतत् न हो तो उन्हें सतत् बनाने के लिए निम्न वर्ग में से 0.5 घटाओ और उपरि सीमा में 0.5 जोड़ो।

3. x_i = वर्ग चिन्ह $= \dfrac{\text{ऊपरी वर्ग सीमा} + \text{निम्न वर्ग सीमा}}{2}$

4. h = वर्ग माप = ऊपरी सीमा – निम्न सीमा

5. बहुलक वर्ग → वह अंतराल जिसकी बारंबारता सबसे अधिक हो।

6. **माध्यक वर्ग** – वह अतंराल जिसकी संचयी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से बड़ी या लगभग आसपास हो।

(जहाँ $n = \sum f_i$)

7. यदि $x_1, x_2, ..., x_n$ का माध्य $\bar{x}$ हो, तो

   (a) $kx_1, kx_2, ..., kx_n$ का माध्य $k\bar{x}$ होगा।

   (b) $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k} ......, \frac{x_n}{k}$ का माध्य $\frac{\bar{x}}{k}$ होगा। $(k \neq 0)$

   (c) $x_1 + k, x_2 + k ....., x_n + k$ का माध्य $\bar{x} + k$ होगा।

   (d) $x_1 - k, x_2 - k, ... x_n - k$ का माध्य $\bar{x} - k$ होगा।

8. यदि n_1 आँकड़ों का माध्य $\bar{x}_1$ हो और n_2 आँकडों का माध्य $\bar{x}_2$ हो, तो इनका संयुक्त माध्य $= \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$

9. $\Sigma x_i = n\bar{x}$

10. **परिसर** = उच्चतम प्रेक्षण – न्यूनतम प्रेक्षण

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, – – – – – 51–60 हो, तो हर वर्ग अंतराल का माप होगा :

(a) 9 (b) 10

(c) 11 (d) 5.5

2. यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, – – – –, 61–70 हो, तो 21–30 की ऊपरी सीमा होगी :

(a) 21 (b) 30

(c) 30.5 (d) 20.5

3. निम्न बारंबारता सारणी में माध्यक वर्ग की उपरि सीमा होगी:

वर्ग	0–5	6–11	12–17	18–23	24–29
बारंबारता	13	10	15	8	11

(a) 17 (b) 17.5

(c) 18 (d) 18.5

4. किसी फैक्टरी के कर्मचारियों की दैनिक मजदूरी निम्न है:

दैनिक मजदूरी (₹ में)	121–126	127–132	133–138	139–144	145–150
कर्मचारियों की संख्या	5	27	20	18	12

इस सारणी के बहुलक वर्ग की निम्न सीमा होगी :

(a) ₹ 127 (b) ₹ 126

(c) ₹ 126.50 (d) ₹ 133

5. निम्न तालिका में माध्यक वर्ग और बहुलक वर्ग की निम्न सीमाओं का योग होगा :

वर्ग	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25
बारंबारता	10	15	12	20	9

(a) 15 (b) 25

(c) 30 (d) 35

6. एक बारंबारता बंटन के माध्यक तथा बहुलक क्रमशः 26 तथा 29 है, तो इसका माध्य है: (CBSE 2020)

(a) 27.5 (b) 24.5

(c) 28.4 (d) 25.8

7. पहली 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

8. 20 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ दिया जाए, तो नया माध्य ज्ञात कीजिए।

9. पाँच प्रेक्षणों 3, 5, 7, x और 11 का माध्य 7 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

10. पहली 5 प्राकृत संख्याओं का माध्यक ज्ञात कीजिए।

11. यदि निम्न आँकड़ों का माध्यक 27.5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

24, 25, 26, $x + 2$, $x + 3$, 30, 33, 37

12. निम्न, आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

5, 7, 8, 5, 7, 6, 9, 5, 10, 6.

13. एक बारंबारता बंटन के माध्य तथा बहुलक क्रमशः 24 और 12 है, तो इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

14. वर्ग 19.5 – 29.5 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।

15. वर्ग अंतराल 10–25 तथा 35–55 के वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)

16. 11 प्रेक्षणों का माध्य 50 है। यदि पहले 6 प्रेक्षणों का माध्य 49 तथा अंतिम 6 प्रेक्षणों का माध्य 52 हो, तो छठा प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

17. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए :

x	12	16	20	24	28	32
f	5	7	8	5	3	2

18. निम्न आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

x	10	12	14	16	18	20
f	3	5	6	4	4	3

19. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0–5	5–10	10 –15	15–20	20–25	25–30
बारंबारता	2	7	18	10	8	5

20. निम्नलिखित वितरण को बारंबारता वितरण में परिवर्तित कीजिए:

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20 से कम	0
30 से कम	4
40 से कम	16
50 से कम	30
60 से कम	46
70 से कम	66
80 से कम	82
90 से कम	92
100 से कम	100

21. निम्न आँकड़ों की 'से कम संचयी बारंबारता' तालिका बनाइए:

अंक	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
विद्यार्थियों की संख्या	7	9	6	8	10

22. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55
बारंबारता	25	34	50	42	38	14

(CBSE 2018-19)

23. निम्न आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2011)

x	10	20	30	40	50
f	2	3	2	3	1

24. एक बारंबारता बंटन का माध्य ($\overline{x}$) 45 है। यदि $\sum f_i = 20$ है, तो $\sum f_i x_i$ का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)

25. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11	11 – 13
बारंबारता	5	10	10	7	8

26. निम्न आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120	120-140
बारंबारता	6	8	10	12	6	5	3

27. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वस्तुओं का आकार (सेमी में)	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20	20 – 24	24 – 28
बारंबारता	5	7	9	17	12	10	6

लघु उत्तरीय प्रश्न–II

28. यदि निम्न आँकड़ों का माध्य 54 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
बारंबारता	7	P	10	9	13

29. निम्न बारंबारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए:

C.I.	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
f	5	3	10	6	4	2

30. निम्न बारंबारता का माध्यक 24 वर्ष है। x का मान ज्ञात कीजिए।

आयु (वर्षों में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
व्यक्तियों की संख्या	5	25	x	18	7

31. निम्न आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	0	12	20	28	33	40

32. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य भार ज्ञात कीजिए:

वजन (किग्रा में)	30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60
व्यक्तियों की संख्या	2	4	10	15	6	3

33. निम्न आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए:

ऊँचाई (सेमी में)	30से अधिक	40से अधिक	50से अधिक	60से अधिक	70से अधिक	80से अधिक
पेड़ों की संख्या	34	30	27	19	8	2

34. नीचे दिया हुआ बंटन 100 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त अंको को दर्शाता है:

प्राप्तांक	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65
विद्यार्थियों की संख्या	14	16	28	23	18	8	3

विद्यार्थियों के माध्य अंक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018-19)

35. निम्न बंटन एक मोहल्ले के बच्चों का जेब खर्च को दर्शाता है। माध्य जेब खर्च ₹18 है। लुप्त बारंबारता ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बच्चों की संख्या	3	6	9	13	k	5	4

(CBSE 2018)

36. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अतंराल	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
विद्यार्थियों की संख्या	15	18	21	29	17

ऊपर दिए गए आँकड़ों का माध्य 53 है। अनुभवजन्य संबंध द्वारा माध्यक का अनुमान लगाओ।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

37. यदि निम्न आँकड़ों का माध्य 53 है, तो f_1 और f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100	योग
बारंबारता	15	f_1	21	f_2	17	100

38. यदि निम्न आँकड़ों का माध्यक 28.5 हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	योग
बारंबारता	5	8	x	15	y	5	60

39. यदि निम्न बंटन का माध्यक 35 है, तो a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	योग
बारंबारता	10	20	a	40	b	25	15	170

40. निम्न बांरबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	1–15	16–20	21–25	26–30	31–35	36–40	41–45	46–50
बारंबारता	2	3	6	7	14	12	4	2

41. एक शहर में 60 दिनों में दर्ज की गई वर्षा निम्न तालिका में दी गई है:

वर्षा (सेमी. में)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
दिनों की संख्या	16	10	8	15	5	6

माध्यक वर्षा की गणना कीजिए।

42. पद विचलन विधि द्वारा निम्न आँकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए:

दैनिक व्यय (रुपये में)	100–150	150–200	200–250	250–300	300–350
घरों की संख्या	4	5	12	2	2

43. निम्न आँकड़े एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों को दर्शातें है:

अंक	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
विद्यार्थियों की संख्या	4	6	10	10	25	22	18	5

उपरोक्त बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए।

44. एक औद्योगिक क्षेत्र की 30 फैक्ट्रियों द्वारा अर्जित वार्षिक लाभ निम्न है।

लाभ (लाख रु. में)	**फैक्ट्रियों की संख्या**
5 के बराबर या अधिक	30
10 के बराबर या अधिक	28
15 के बराबर या अधिक	16
20 के बराबर या अधिक	14
25 के बराबर या अधिक	10
30 के बराबर या अधिक	7
35 के बराबर या अधिक	3
40 के बराबर या अधिक	0

उपरोक्त आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

45. निम्नलिखित वितरण का माध्य और माध्यक ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
बारंबारता	7	5	8	10	6	6	8

46. यदि निम्न बंटन का माध्य 65.6 हो, तो अज्ञात बारंबारताएँ f_1 और f_2 ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110	110 – 130	कुल
बारंबारता	5	8	f_1	20	f_2	2	50

47. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक 36 है, तो लुप्त बारंबारता (f) ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
बारंबारता	8	10	f	16	12	6	7

(CBSE 2020)

48. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य 18 है। वर्ग अंतराल 19-21 की बारंबारता f लुप्त है। f ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बारंबारता	3	6	9	13	f	5	4

(CBSE 2020)

49. निम्न तालिका एक गाँव के 100 गेहूँ के फार्मों की प्रति हेक्टेयर उत्पाद दर्शाती हैः

उत्पाद	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 55	65 – 70
फार्मों की संख्या	4	6	16	20	30	24

उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

50. एक कक्षा में छात्रों की ऊँचाई के निम्नलिखित वितरण में अज्ञात प्रविष्टियां a, b, c, d, e, f ज्ञात कीजिएः

ऊँचाई (सेमी में)	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175	175-180
बारंबारता	12	b	10	d	e	2
संचयी बारंबारता	a	25	c	43	48	f

उत्तर तथा संकेत

1. (b) (पहले वर्ग अंतराल को सतत् बनाएँ फिर वर्ग माप ज्ञात कीजिए।)

2. (c)

3. (b)

4. (c)

5. (b) [(बहुलक वर्ग 15–20
माध्यिका वर्ग 10–15)]

6. (b) 24.5

7. 16.4 (लगभग)

8. 20

9. 9

10. 3

11. $x = 25$

12. 5

13. माध्यक = 20

14. 24.5

15. 17.5 और 45

16. 56

17. 20

18. 14

19. 12.89 (लगभग)

20.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20-30	4
30-40	12
40-50	14
50-60	16
60-70	20
70-80	16
80-90	10
90-100	8

21.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
10 से कम	7
20 से कम	16
30 से कम	22
40 से कम	30
50 से कम	40

22.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या	
25–30	25	
30–35	$34 = f_0$	
35–40	$50 = f_1$	बहुलक वर्ग
40–45	$42 = f_2$	
45–50	38	
50–55	14	

बहुलक $= l + \left(\dfrac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)}\right) \times h$

$= 35 + \left(\dfrac{(50 - 34)}{(100 - 34 - 42)}\right) \times 5 = 35 + \dfrac{16 \times 5}{24}$

$= 35 + 3.33 = 38.33$ (लगभग)

23.

x_i	f_i	cf_i
10	2	2
20	3	5
30	2	7
40	3	10
50	1	11
कुल	11	

N = 11 (विषम)

माध्यक $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ वाँ मान = 6वाँ मान

$\therefore$ माध्यक $= 30$

24. $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$\Rightarrow \quad 45 = \frac{\Sigma f_i x_i}{20}$

$\Rightarrow \quad \Sigma f_i x_i = 900$

25. 8.15

26. 65

27. 14.46 सेमी

28. 11

29. 27

30. 25

31. 30

32. 46 किग्रा

33. 63.75 सेमी

34.

प्राप्तांक	x_i	d_i	u_i	f_i	$f_i u_i$
30–35	32.5	–15	–3	14	–42
35–40	37.5	–10	–2	16	–32
40–45	42.5	–5	–1	28	–28
45–50	47.5 = a	0	0	23	0
50–55	52.5	5	1	18	18
55–60	57.5	10	2	8	16
60–65	62.5	15	3	3	9
				110	–59

$$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$$

$$= 47.5 - \frac{59}{110} \times 5$$

$$= 47.5 - 2.68$$

$$= 44.82$$

35. (प्रश्न 29 के जैसी सारणी बनाएँ)

$$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$$

$$18 = 18 + \frac{(k-8)}{(40+k)} \times 2$$

$$2k - 16 = 0$$

$$k = 8$$

36. बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$$= 60 + \left(\frac{(29-21)}{2 \times 29 - 21 - 17}\right) \times 20 = 68$$

बहुलक = 3 माध्यक − 2 माध्य

68 = 3 माध्यक − 2 × 53

68 + 106 = 3 माध्यक

माध्यक = 58

37. $f_1 = 18, f_2 = 29$

38. $x = 20, y = 7$

39. $a = 35, b = 25$

40. माध्य = 32, माध्यक = 33, बहुलक = 34.39 (लगभग)

41. माध्य = 25 सेमी

42. माध्य = ₹ 211

42. माध्यक = 24 अंक

44. माध्यक = 17.5 लाख रुपये

43. माध्य = 65.6

45. माध्यक = 65

46.

वर्ग अंतराल	f_i	x_i	$f_i x_i$
10–30	5	20	100
30–50	8	40	320
50–70	f_1	60	$60 f_1$
70–90	20	80	1600
90–110	f_2	100	$100 f_2$
110–130	2	120	240
	$35+f_1+f_2$		$2260+60f_1+100f_2$

$35 + f_1 + f_2 = 50 \quad \Rightarrow \quad f_1 + f_2 = 15 \qquad ...(1)$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$65.6 = \frac{2260 + 60 f_1 + 100 f_2}{50} \quad \Rightarrow \quad 3f_1 + 5f_2 = 51 \text{ ...(2)}$$

(1) और (2) को सरल कीजिए:

$f_1 = 12, f_2 = 3$

47. $f = 10$

48. $f = 8$

49. बहुलक $= 63.125$ प्रति हेक्टेयर

50. $a = 12, b = 13, c = 35, d = 8, e = 5, f = 50$

अभ्यास प्रश्न–पत्र

समय : 45 मिनट **सांख्यिकी** **अधिकतम अंक : 20**

खण्ड–अ

1. प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए। **[5.5]** **1**

2. आँकड़ों का परिसर 14, 27, 29, 61, 45, 15, 9, 18 है: **1**

(a) 61 (b) 47

(c) 52 (d) 53 **[(c)]**

3. एक सतत बारंबारता बंटन में, आँकड़ों का माध्यक 24 है। यदि प्रत्येक मद में 2 की वृद्धि की जाती है, तो नया माध्यक ज्ञात कीजिए। **[24]** **1**

4. एक बारंबारता बंटन के लिए माध्य, माध्यक और बहुलक संबंध है: **1**

(a) बहुलक = 3 माध्य – 2 माध्यक

(b) बहुलक = 2 माध्यक – 3 माध्य

(c) बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य

(d) बहुलक = 3 माध्यक + 2 माध्य **[(c)]**

खण्ड–ब

5. 10 प्रेक्षणों का माध्य 42 है। यदि आँकड़ों में प्रत्येक प्रेक्षण में 12 की कमी जाती है, तो आँकड़ों का नया माध्य ज्ञात कीजिए। **[30]** **2**

6. 10 प्रेक्षणों का माध्य 15 है और अन्य 20 प्रेक्षणों का माध्य 24 है तो सभी 30 प्रेक्षणों का माध्य ज्ञात कीजिए। **[21]** **2**

7. एक ही मॉडल की 50 कारों के माइलेज (किमी प्रति लीटर) का एक निर्माता द्वारा परीक्षण किया गया था और विवरण नीचे दिए गए अनुसार सारणीबद्ध हैं: 2

माइलेज (किमी / लीटर में)	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18
कारों की संख्या	8	9	1	12

माध्य माइलेज ज्ञात कीजिए। **[14.48 किमी / लीटर]**

खण्ड—स

8. निम्नलिखित आवृत्ति विवरण तालिका में 400 पंखों का जीवनकाल दिया गया है:

जीवन काल (घंटों में)	2000-2400	2400-2800	2800-3200	3200-3600	3600-4000
पंखों की संख्या	5	15	20	23	17

एक पंखे का माध्यम जीवन काल ज्ञात कीजिए। **3**

9. यदि निम्नलिखित आँकड़ों का बहुलक 36 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। **3**

कक्षा	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
बारंबारता	8	10	x	16	12	6	7

खण्ड—द

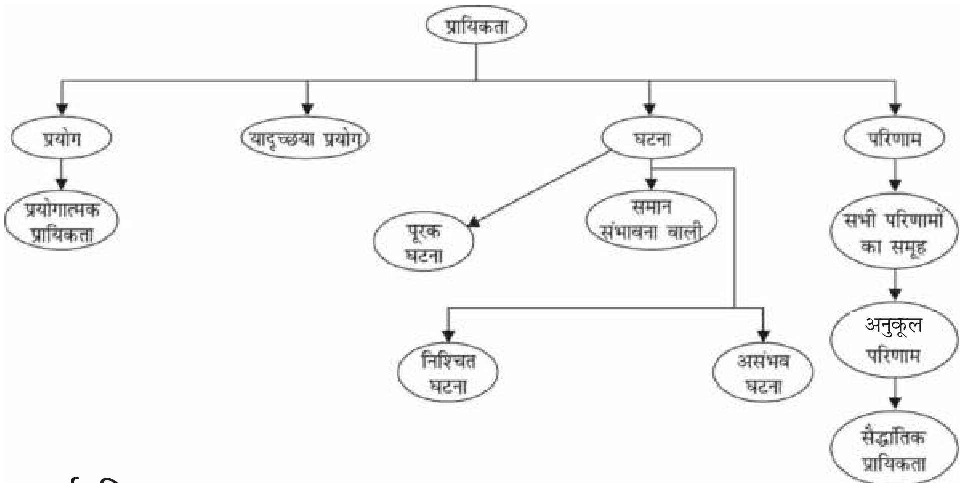
10. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य 28 है। यदि कुल आवृत्ति 50 है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। **4**

अंक	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	42-49
छात्रों की संख्या	3	x	7	11	y	16	9

[$x = 4, y = 0$]

14
अध्याय

प्रायिकता



महत्वपूर्ण बिन्दु:

1. किसी घटना के होने की संभवाना की माप प्रायिकता होती है।

2. किसी घटना E की प्रायिकता $= \dfrac{\text{E के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \dfrac{N(E)}{N(S)}$

3. $\mathbf{0 \le P(E) \le 1}$

4. यदि $P(E) = 0$ हो, तो वह असंभव घटना होती है।

5. यदि $P(E) = 1$ हो, तो वह निश्चित घटना होती है।

6. घटना E की पूरक घटना $\bar{E}$ होती है।

7. $P(\bar{E}) = 1 - P(E) \Rightarrow P(E) + P(\bar{E}) = 1$

8. प्रायिकता कभी भी ऋणात्मक नहीं होती।

9. प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space): सभी संभव परिणामों से प्रतिदर्श समष्टि मिलता है।

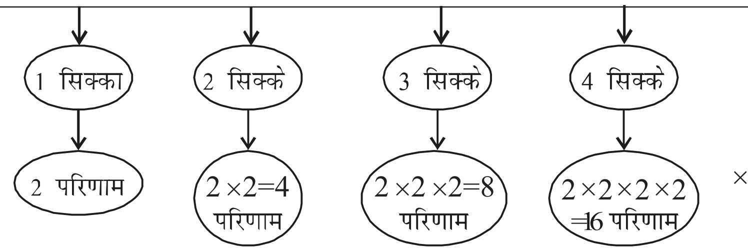
कुछ घटनाओं का परिणाम (प्रतिदर्श समष्टि)

1. जब एक सिक्के को उछाला जाए, तो कुल परिणाम = {H, T}
2. जब दो सिक्के उछाले जाएें, तो कुल परिणाम = {HH, TT, HT, TH}

3. जब तीन सिक्के उछाले जाऐं, तो कुल परिणाम = {HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT}

4. अब चार सिक्के उछालें जाऐं, तो कुल परिणाम = {HHHH, TTTT, HTTT, THTT, TTHT, TTTH, HHTT, TTHH, HTHT, THTH, HTTH, THHT, THHH, HTHH, HHTH, HHHT}

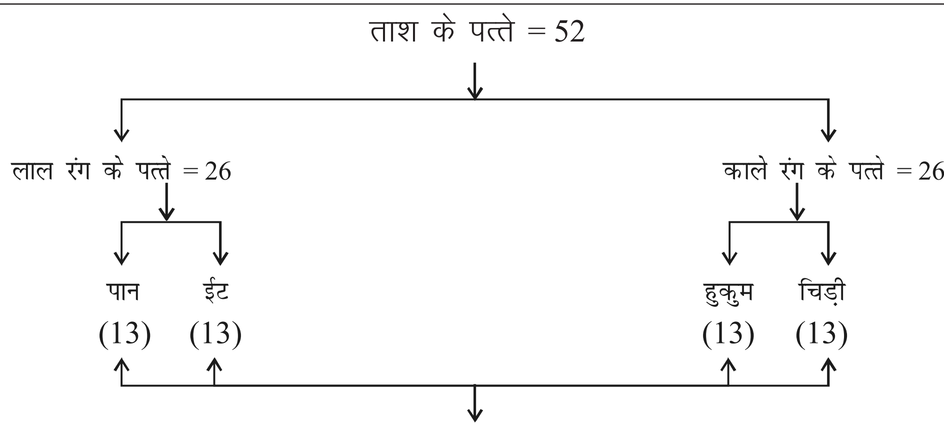
H $\rightarrow$ चित्त, T $\rightarrow$ पट



1. जब एक पासा फेंका जाए, तो कुल परिणाम S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, n(S) = 6
2. जब दो पासे फेंके जाए तो कुल परिणाम n(S) = 6 × 6 = 36.

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2,5) (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4) (6, 5), (6, 6)}

3. जब तीन पासे फेंके जाऐं तो n(S) = 6 × 6 × 6 = 216 परिणाम



प्रत्येक में 1 इक्का, 1 बादशाह, 1 बेगम और 1 गुलाम, 9 नंबर कार्ड 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 जिसमें 12 तस्वीर वाले कार्ड होते हैं तस्वीर कार्ड में 4 बादशाह, 4 बेगम, 4 गुलाम, बाकी 40 पत्ते बिना तस्वीर वाले होते हैं जिनमें 4 इक्के होते है।

बहुविकल्पीय प्रश्न/अति लघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

1. निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है?

(a) 0.7 (b) $\frac{2}{3}$ (c) – 1.5 (d) 15%

2. निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता हो सकती है?

(a) –0.04 (b) 1.004 (c) $\frac{18}{23}$ (d) $\frac{8}{7}$

3. कोई घटना होने की संभावना ना के बराबर हो, तो उसकी प्रायिकता किसके पास होगी?

(a) 0.0001 (b) 0.001 (c) 0.01 (d) 0.1

4. एक अंकीय अभाज्य संख्याओं में से एक संख्या यादृच्छया चुनी गई। यह संख्या सम होने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{5}$

5. जब एक पासे को फेंका जाए, तो 3 से कम विषम संख्या आने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

6. रशमी के पास एक पासा है जिसके 6 सतह पर निम्न अक्षर दिए हैं:

A B C D A C

यदि वह पासा एक बार फेंके, तो C आने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{6}$

7. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। यदि तस्वीर वाला पत्ता नहीं आने की घटना E है तो E के कुल परिणामों की संख्या होगी:

(a) 51 (b) 40 (c) 36 (d) 12

8. यदि किसी घटना के होने की प्रायिकता p हो, तो इसके न होने की प्रायिकता होगी:

(a) p – 1 (b) p (c) 1 – p (d) $1 - \frac{1}{p}$

9. यदि P(जीत) $= \frac{x}{12}$, P (हार) $= \frac{1}{3}$, तो x का मान है:

(a) 6 (b) 8 (c) 7 (d) 9

10. संख्याओं 1, 2, 3, ... 15 में से यादृच्छया एक संख्या चुनी गई। क्या प्रायिकता है कि वह 4 की गुणज हैं? **(CBSE 2020)**

(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{2}{15}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{1}{5}$

11. जो वर्ष लीप वर्ष न हो, उसमें 53 सोमवार होने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{5}{7}$

12. एक बैंग में 6 लाल और 5 नीली गेंदे है। एक गेंद यादृच्छया से निकाली गई। नीली गेंद आने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{2}{11}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{6}{11}$

13. MATHEMATICS के अक्षरों में से एक अक्षर चुना गया। उस अक्षर के स्वर (Vowel) होने ही प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{6}{11}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{3}{11}$ (d) $\frac{4}{11}$

14. दो सिक्के एक साथ उछाले गए। अधिक से अधिक एक चित्त आने की प्रायिकता है:

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

15. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह न तो इक्का हो और न ही बादशाह हो।

16. एक बक्से में 250 बल्ब है, जिनमें से 35 बल्ब खराब हैं। बक्से में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह बल्ब खराब नहीं है।

17. किसी घटना के विपरीत 3:4. है। इस घटना के घटने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

18. यदि (1, 4, 9, 16, 25, 29) में से 29 को हटा दिया जाए, तो एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

19. ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके तस्वीर वाला कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

20. 1000 लॉटरी के टिकटो में 5 टिकटों पर इनाम है। यदि एक व्यक्ति एक टिकट खरीदे, तो उसके ईनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

21. ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके काला बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

22. एक पासा एक बार उछाला जाता है। पूर्ण वर्ग संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

23. दो पासों को एक साथ उछाला जाता है। दोनों पासों पर अंकों का योग 10 या 10 से अधिक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

24. 1, 2, 3, ...,33, 34, 35 में 7 का गुणज आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

25. यदि पासों के एक युग्म को एक बार उछाला गया, तो योगफल 8 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

26. अंग्रेजी भाषा का एक अक्षर यादृच्छया चुना गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया अक्षर, एक व्यंजक है। (CBSE 2020)

27. यदि किसी खेल के जीतने की प्रयिकता 0.07 है, तो उसके हारने की प्रायिकता क्या होगी? (CBSE 2020)

लघु उत्तरीय प्रश्न–I

28. दो निष्पक्ष सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। यदि चित न होने की प्रायिकता $\frac{a}{b}$ हो, तो $(a+b)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

29. दो विभिन्न पासों को एक साथ फेंका जाता हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(a) दोनों पर समान संख्या आए।

(b) दोनों पर आई संख्याओं का योग 10 हो। (CBSE 2018)

30. एक बक्से में 12 गेंदे हैं जिनमें कुछ लाल रंग की हैं। यदि 6 लाल रंग की गेंदे इस बक्से में और डाली जाए, तो अब लाल रंग की गेंद आने की प्रायिकता पहली प्रायिकता की दुगुनी हो जाती है। बक्से में लाल रंग की कितनी गेंदे हैं? (CBSE 2018)

31. 1 से 100 में से यादृच्छया एक पूर्णांक चुना गया। क्या प्रायिकता होगी कि (i) वह 8 से विभजित होता है। (ii) 8 से विभजित नहीं होता है? (CBSE 2018)

32. तीन विभिन्न सिक्कों को एक साथ उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए (i) सिर्फ और सिर्फ दो चित्त आए (ii) कम से कम 2 चित्त आए।

33. 11 से 30 तक के पत्ते एक डिब्बे में डाले जाते हैं और अच्छी तरह मिला दिए जाते हैं। फिर डिब्बे से यादृच्छिक रूप से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाले गए पत्ते की संख्या एक अभाज्य संख्या हो।

34. एक थैले में 5 लाल गेंदें तथा कुछ नीली गेंदें हैं। यदि थैले में से यादृच्छया एक नीली गेंद निकालने की प्रायिकता, एक लाल गेंद के निकालने की प्रायिकता का तीन गुना है, तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

35. दो विभिन्न पासों को एक साथ उछाला गया। इन पर आने वाली संख्याओं का योगफल 5 से कम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

36. किसी यादृच्छया लिए गए वर्ष के नवम्बर मास में 5 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

37. तीन बच्चों वाले एक परिवार में, कम से कम दो लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

38. दो बच्चों वाले एक परिवार में अधिक से अधिक एक लड़कों के होने की प्राथिकत ज्ञात कीजिए।

39. दो पासे एक साथ उछाले गए। दोनों पासों पर भिन्न–भिन्न संख्याएँ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

40. संख्याओं –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 में से एक सख्या x यादृच्छया चुनी गई। $x^2 \leq 4$ की प्रायिकता क्या है?

लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)

41. संख्या 1, 2, 3 से यादृच्छया रूप से एक संख्या x का चयन किया जाता है। संख्या 1, 4, 9 से यादृच्छिक रूप से एक अन्य संख्या y का चयन किया जाता है। x और y का गुणनफल 9 से कम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

42. दो पासे एक ही समय पर फेंके जाते हैं। दो पासों पर संख्याओं का अंतर 2 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

43. 0 और 100 के बीच एक पूर्णांक चुना जाता है। क्या संभावना है कि यह (i) 7 से विभाज्य है? (ii) 7 से विभाज्य नहीं है?

44. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है।

(a) इन दो पासों पर आई संख्याओं का गुणनफल 12 हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि संख्याओं का योग ज्यादा से ज्यादा 5 हो।

45. 2 से 101 तक संख्या वाले पत्ते एक बॉक्स में रखे गए हैं। एक पत्ता यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। पत्ते के (i) एक सम संख्या (ii) एक वर्ग संख्या होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

46. एक लाटरी में 10 इनाम और 25 खाली हैं। इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। इस घटना के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ की जाँच कीजिए। (CBSE 2020)

47. किसी खेल की जीतने की प्रायिकता $\frac{x}{12}$ है। यदि इसे हारने की प्रायिकता $\frac{1}{36}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (5 अंक)

48. एक बक्से में कुछ कार्ड जिन पर क्रमशः संख्याएं 3, 4, 5, ..., 50 अंकित है। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो

(i) 7 से विभाजित होती है (ii) दो अंकों वाली संख्या है

49. एक थैले में 5 सफेद गेंदे, 7 लाल गेंदे, 4 काली गेंदे तथा 2 नीली गेंदे हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकालने पर प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद

(i) सफेद या नीली है। (ii) लाल या काली है।

(iii) सफेद नहीं है। (iv) न सफेद तथा न काली है।

50. 52 पत्तों वाली ताश की गड्डी में से ईंट के बादशाह, बेगम तथा गुलाम निकाल दिये जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकला पत्ता

(i) ईंट का होगा। (ii) गुलाम का होगा।

51. 400 अंडों में से एक खराब अंडा निकालने की प्रायिकता 0.035 है। खराब अंड़ों की संख्या ज्ञात कीजिए। एक ठीक अंडा निकालने की प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए।

52. किसी मेले में एक खेल की स्टॉल पर एक डिब्बे में कुछ परचियाँ रखी है जिन पर 3,3,5,7,7,7,9,9,9,11 लिखा है। एक व्यक्ति तब जीतता है यदि पर्ची पर संख्याओं का माध्य लिखा हो। उसके न जीतने की प्रायिकता क्या होगी?

53. एक बाक्स में 90 डिस्क हैं जिन पर 1 से 90 तकी की संख्याएं अंकित है। इस बाक्स में से एक डिक्स यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर जो संख्या अंकित होगी वह

(i) दो अंको की संख्या होगी। (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या होगी।

(iii) 5 से विभाजित होगी।

54. ताश की अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता

(i) हुकुम का है या इक्का है।

(ii) एक लाल बादशाह है।

(iii) न बादशाह तथा न बेगम है।

(iv) या तो एक बादशाह या एक बेगम है।

55. ताश की अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके

(i) चित्र पत्ता।

(ii) लालरंग का चित्रपत्ता।

(iii) काले रंग का चित्रपत्ता

होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

56. रमेश को ₹ 24000 रूपये त्यौहार के बोनस के रूप में मिले। उसने ₹ 5000 मंदिर को, ₹ 12000 अपनी पत्नी को, ₹ 2000 अपने नौकर को और शेष राशि अपनी बेटी को दे दी।

(i) पत्नी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) नौकर को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) बेटी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

57. एक हास्टल में 240 विद्यार्थी रहते हैं। जिसमें 50% प्रातःकाल योग क्लास जाते हैं, 25% जिम क्लब तथा 15% मार्निंग वाक को जाते हैं। शेष विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े हैं। लाफिंग क्लब से जुड़े विद्यार्थियों की प्रायिकता क्या होगी?

58. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर संख्याएँ 11 से 123 लिखें हैं। इस बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया। क्या प्रायिकता है कि जो कार्ड निकाला गया उस पर

(i) वर्ग संख्या है।

(ii) 7 का गुणज है।

59. एक पासे को दो बारा उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) कम से कम एक पासे पर 5 का एक बार आए।

(ii) 5 एक बार भी नहीं आए।

60. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर क्रमशः संख्याएँ 1, 3, 5 ...... 49 अंकित है। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जोः

(i) उसे 3 से विभाजित होगी।

(ii) एक भाज्य संख्या हैं।

(iii) पूर्ण वर्ग नहीं है।

(iv) 3 और 5 के गुणज है। (CBSE 2017)

61. एक बच्चे के खेल में 8 त्रिभुज होते हैं जिनमें से 3 नीले और शेष लाल हैं, और 10 वर्ग जिनमें से 6 नीले हैं और शेष लाल हैं। एक टुकड़ा यादृच्छता खो जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह एक

(i) त्रिभुज

(ii) वर्ग

(iii) नीले रंग का वर्ग

(iv) लाल रंग का त्रिभुज है

62. एक बैग में 24 गेंदें हैं जिनमें से x लाल, 2x सफेद और 3x नीली हैं। यादृच्छिक रूप से एक गेंद का चयन किया जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह

(i) लाल न हो? (ii) सफेद हो?

उत्तर तथा संकेत

1. (c) -1.5 **2.** (c) $\frac{18}{23}$ **3.** (a) 0.0001

4. (b) $\frac{1}{4}$ **5.** (a) $\frac{1}{6}$

6. (a) $\frac{1}{3}$ **5.** (b) 40

8. (c) $1 - p$ **9.** (b) 8

10. (d) $\frac{1}{5}$

11. (a) $\frac{1}{7}$ (कुल सप्ताह हैं 52, शेष दिन = 1

संभावित परिणाम = {रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, वीरवार, शुक्रवार, शनिवार}

12. (c) $\frac{5}{11}$ **13.** (d) $\frac{4}{11}$

14. (d) $\frac{3}{4}$

15. कुल पत्ते = 52

इक्कों की संख्या = 4

बादशाहों की संख्या = 4

P (न ही इक्का न ही बादशाह) $= \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$

16. P (बल्ब खराब नहीं है) $= 1 - \frac{35}{250} = \frac{43}{50}$

17. कुल परिणाम $= 3 + 4 = 7$

P (घटना घटने की) $= \frac{4}{7}$

18. P (अभाज्य संख्या) $= 0$

19. तस्वीर वाले पत्तों की संख्या $= 12$

P (तस्वीर वाले पत्ते) $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

20. P (ईनाम जीतने की) $= \frac{5}{1000} = 0.005$

21. कुल काले बादशाह $= 2$

$\therefore$ P (काले बादशाह) $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

22. कुल परिणाम: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

पूर्ण वर्ग: 1, 4

P (पूर्ण वर्ग) $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

23. कुल परिणाम $= 36$

अनुकूल परिणाम: $\{(4,6)\ (5,5)\ (6,4)\ (5,6)\ (6,5), (6, 6)\}$

P (संख्याओं का योग ≥ 10) $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

24. 7 के गुणज 7, 14, 21, 28, 35

P (7 के गुणज) $= \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$

25. प्रायिकता $= \frac{5}{36}$

26. प्रायिकता $= \frac{21}{26}$

27. $1 - 0.07 = 0.93$

28. $(a + b)^2 = 25$

29. (i) समान संख्या वाले परिणामः {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) योग 10 वाले परिणामः {(4,6), (5,5), (6,4)}

प्रायिकता $= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

30. $\frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right)$

$\Rightarrow x = 3$

31. 1 से 100 के बीच के कुल परिणाम = 98

(i) 8 से विभाजित संख्याएँ:– {8, 16, 24 ....., 96}

अनुकूल परिणाम = 12

प्रायिकता $= \frac{12}{98} = \frac{6}{49}$

(ii) P (8 से विभाजित न होने की) $= 1 - \frac{6}{49} = \frac{43}{49}$

32. कुल परिणामः {HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT}

(i) P (सिर्फ और सिर्फ 2 चित्त) $= \frac{3}{8}$

(ii) P (2 या 2 से ज्यादा चित्त) $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

33. कुल कार्ड = 20

अभाज्य संख्याएँ = {11, 13, 17, 19, 23, 29}

प्रायिाकता $= \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

34. माना नीली गेंदों की संख्या $= x$

कुल गेंदे $= (5 + x)$

P (नीली गेंद) $= 3 \times$ P (लाल गेंद)

$$\frac{x}{5+x} = 3\times\left(\frac{5}{5+x}\right)$$

$\Rightarrow x = 15$

35. अनुकुल परिणामः {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)}

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

36. नवम्बर मास में कुल दिनों की संख्या = 30

अर्थात् 4 पूर्ण सप्ताह और 2 दिन

प्रायिकता $= \frac{2}{7}$

37. प्रायिकता $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

38. प्रायिकता $= \frac{3}{4}$

39. प्रायिकता $= \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

40. अनुकुल परिणामः {–2, –1, 0, 1, 2}

प्रायिकता $= \frac{5}{7}$

41. कुल परिणाम {(1,1), (1,4), (1,9), (2,1), (2,4)
(2,9), (3,1), (3,4), (3,9)}

अनुकूल परिणाम $xy < 9$

{(1,1), (1,4), (2,1), (2,4), (3,1)}

प्रायिकता $= \frac{5}{9}$

42. कुल परिणाम = 36

अनुकूल परिणाम {(1,3), (2,4), (3,1), (3,5), (4,2), (4,6) (5,3), (6,4)}

प्रायिकता $= \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

43. कुल पूर्णांक = 99

(a) अनुकूल परिणाम = {7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 63, 70, 77, 84, 91, 98}

प्रायिकता $= \frac{14}{99}$

(b) $1 - \frac{14}{99} = \frac{85}{99}$

44. कुल परिणाम = 36

{(1,1),(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

अनुकूल परिणाम {(2,6), (3,4), (4,3), (6,2)}

प्रायिकता $= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(b) अनुकुल परिणाम (योग ≤ 5)

{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)}

प्रायिकता $= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

45. (i) कुल कार्ड = 101 – 2 + 1 = 100, सम संख्याएँ = 2, 4, ..., 100 = 50

प्रायिकता $= \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

(ii) पूर्ण वर्ग ={4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}

प्रायिकता $= \frac{9}{100} = 0.09$

46. कुल टिकट = 35

P(E) = P (जीतने की) $= \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

$P(\overline{E}) = P$ (न जीतने की) $= \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

$P(E) + P(\overline{E}) = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = 1$

47. P (जीतने की) + P (हारने की) = 1

$\frac{x}{12} + \frac{1}{36} = 1 \Rightarrow x = 33$

48. कुल कार्ड = 50–3+1 = 48

(i) 7 से विभाजित होने वाली संख्याएं: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49

प्रायिकता $= \frac{7}{48}$

(ii) दो अंकों वाली संख्याएँ: 10, 11, 12, ..., 50

अनुकूल परिणामों की संख्या = 50 − 10 + 1 = 41

प्रायिकता $= \frac{41}{48}$.

49. (i) $\frac{5+2}{18} = \frac{7}{18}$ (ii) $\frac{7+4}{18} = \frac{11}{18}$ (iii) $\frac{7+4+2}{18} = \frac{13}{18}$

(iv) $\frac{7+2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

50. (i) शेष कुल पत्ते = 52 – 3 = 49

शेष ईट के पत्ते = 13 – 3=10

प्रायिकता $= \frac{10}{49}$

(ii) P (गुलाम का पत्ता) $= \frac{3}{49}$ (1 गुलाम हटाने पर)

51. कुल अंडे = 400

P (खराब अंडे) = 0.035

माना खराब अंडों की संख्या $= x$

$$\frac{x}{400} = 0.035$$

$$x = 400 \times 0.035$$

$$x = 14$$

P (ठीक अंडे) = 1 – 0.035

= 0.965

52. माध्य $= \frac{3+3+5+7+7+7+9+9+9+11}{10} = \frac{70}{10} = 7$

$$P \text{ (हारने की)} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

53. कुल संख्या = 90

(i) दो अंको वाली संख्याः 10, 11, 12 ...., 90

अनुकूल परिणामों की संख्या = 90 – 10 + 1 = 81

प्रायकिता $= \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$

(ii) पूर्ण वर्ग संख्याः 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

प्रायिकता $= \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$

(iii) 5 से विभाजित होने वाली संख्याः 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90

प्रायिकता $= \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

54. (i) P(हुकुम या इक्का) $= \frac{13+3}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

(ii) P (लाल बादशाह) $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(iii) P (न ही बादशाह न ही बेगम) $= 1 - \frac{8}{52} = 1 - \frac{2}{13} = \frac{11}{13}$

(iv) P (बादशाह या बेगम) $= \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$

55. (i) $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ (ii) $\frac{6}{52} = \frac{3}{26}$ (iii) $\frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

56. (i) P (पत्नी को प्राप्त राशि) $= \frac{12000}{24000} = \frac{1}{2}$

(ii) P (नौकर को प्राप्त राशि) $= \frac{2000}{24000} = \frac{1}{12}$

(iii) P (बेटी को प्राप्त राशि) $= \frac{5000}{24000} = \frac{5}{42}$

57. 10% विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े

प्रायिकता $= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

कुल कार्ड = 123–11+1 = 113

58. (i) वर्ग संख्याः 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121

प्रायिकता $= \frac{8}{113}$

(ii) 7 के गुणजः 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119

प्रायिकता $= \frac{16}{113}$

59. कुल परिणाम = 36

(i) P (कम से कम एक बार 5 आए) $= \frac{11}{36}$

अनुकूल परिणामः {(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4),(5,6)}

(ii) P (एक बार भी 5 ना आए) $= 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$

60. कुल परिणाम = 25 (1, 3, 5, ..., 49)

(i) 3 से विभाजित संख्याएँ: 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45

प्रायिकता $= \frac{8}{25}$

(ii) भाज्य संख्याएँ:

9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49

प्रायिकता $= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

(iii) P(पूर्ण वर्ग न होने की)

= 1 − P (पूर्ण वर्ग संख्या) [पूर्ण वर्ग संख्याः 1, 9, 25, 49]

$= 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$

(iv) 3 और 5 के गुणज

$\Rightarrow$ 15 के गुणज = 15, 45

प्रायिकता $= \frac{2}{25}$

61. (i) $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

(ii) $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{5}{18}$

62. (i) P(लाल गेंद न हो) $= \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

(ii) P(सफेद गेंद) $= \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 45 मिनट | **प्रायिकता** | *अधिकतम अंक : 20*

खण्ड–अ

1. जब एक पासे को एक बार फेंका जाता है, तो 3 से कम एक विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता– **1**

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0 **[(a)]**

2. एक थैले में 5 लाल, 8 हरी और 7 सफेद गेंदें हैं। बैग में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है, न तो हरी गेंद और न ही लाल गेंद मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। $\left[\frac{7}{20}\right]$ **1**

3. ताश की अच्छी तरह से फेंटीं गई गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। एक चित्र पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। $\left[\frac{10}{13}\right]$ **1**

4. कार्डों पर 5, 6, 7, ... 50 की संख्या अंकित होती है और उन्हें बॉक्स में रखा जाता है और अच्छी तरह मिलाया जाता है। बॉक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। दो अंकों की संख्या वाले कार्ड को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। $\left[\frac{41}{46}\right]$ **1**

खण्ड–ब

5. 26 अक्षरों से यादृच्छिक रूप से एक अक्षर चुना जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया अक्षर 'ASSASSINATION' शब्द से हो। $\left[\frac{3}{13}\right]$ **2**

6. एक बॉक्स में 400 बल्बों में से 15 बल्ब खराब हैं। बॉक्स से यादृच्छिक रूप से एक बल्ब निकाला जाता है। निकले गए बल्ब के खराब न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। $\left[\frac{77}{80}\right]$ **2**

7. एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार या 53 शनिवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। $\left[\frac{3}{7}\right]$ **2**

खण्ड–स

8. दक्ष और मोक्ष मित्र हैं। क्या प्रायिकता है कि दोनों के (i) अलग–अलग जन्मदिन होंगे? (ii) एक दिन ही जन्मदिन होंगे? (एक लीप वर्ष की अनदेखी)। **3**

$\left[\text{(i) } \frac{364}{365} \quad \text{(ii) } \frac{1}{365}\right]$

9. दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दो संख्याओं का योग 4 का गुणज होगा। $\left[\frac{1}{4}\right]$ **3**

खण्ड—द

10. पाँच पत्ते—ईंट के दस, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का, अच्छी तरह से फेरबदल किए गए 52 ताश के पत्तों से हटा दिए जाते हैं। फिर एक पत्ता यादृच्छिक रूप से उठाया जाता है। प्राप्त करने की प्रायिकता पाएँ।

(a) न तो पान का पत्ता और न ही बादशाह हो। $\left[\frac{32}{47}\right]$

(b) या तो पान या ईंट का पत्ता हो। $\left[\frac{26}{47}\right]$

(c) न तो लाल पत्ता और न ही बेगम का पत्ता हो। $\left[\frac{19}{47}\right]$

(d) एक काला पत्ता या एक इक्का हो। $\left[\frac{27}{47}\right]$ **4**

अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न (1 अंक)

निम्नलिखित प्रश्न अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) और दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। नीचे दिए गए विकल्पों (a), (b), (c) और (d) में से इन प्रश्नों का सही उत्तर चुनिए।

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

(d) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

---

1. **अभिकथन** (A): सबसे छोटी अभाज्य संख्या तथा सबसे छोटी भाज्य संख्या के म. स. और ल. स. का गुणनफल 8 है।

तर्क (R): HCF (a, b) × LCM (a, b) = a × b

2. **अभिकथन** (A): यदि HCF (26, 169) = 13 हो, तो LCM (26, 169) = 338 है।

तर्क (R): HCF (a, b) × LCM (a, b) = a × b

3. **अभिकथन** (A): दो सहअभाज्य संख्याओं का HCF 1 होता है।

तर्क (R): दो संख्याएँ जिनका उभयनिष्ठ गुणनखंड केवल 1 हो, तो वे सहभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं।

4. **अभिकथन** (A): प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

तर्क (R): 11 × 4 × 3 × 2 + 4 एक भाज्य संख्या है।

5. **अभिकथन** (A): दो संख्याओं का LCM 1200 है, उनका HCF 500 नहीं हो सकता।

तर्क (R): दो या दो से अधिक संख्याओं का LCM हमेशा HCF से विभाज्य होता है।

6. **अभिकथन** (A): यदि द्विघात बहुपद $x^2 - 2kx + 8$ के शून्यकों का योग 2 है, तो k का मान 1 है।

तर्क (R): द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यकों का योग $-\frac{b}{a}$ है।

7. **अभिकथन** (A): यदि द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + 5k$ के शून्यकों का गुणनफल -10 है, तो k का मान -2 है।

तर्क (R): द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यकों का योग $-\frac{b}{a}$ है।

8. **अभिकथन** (A): 1 और -4 द्विघात बहुपद $x^2 - 3x - 4$ के शून्यक हैं।

तर्क (R): यदि $p(k) = 0$ है, तो एक वास्तविक संख्या k को बहुपद p(x) का शून्य कहा जाता है।

9. **अभिकथन** (A): द्विघात बहुपद p(x) का ग्राफ x- अक्ष को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

तर्क (R): द्विघात बहुपद की घात 2 है।

10. **अभिकथन** (A): समीकरण युग्म $x + 2y - 5 = 0$ और $-4x - 8y + 20 = 0$ के अपरिमित रूप से अनेक हल है।

तर्क (R): यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ हो, तो समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं।

11. **अभिकथन** (A): समीकरण युग्म $x + 2y + 5 = 0$ और $-3x - 6y + 1 = 0$ का अद्वितीय हल है।

तर्क (R): यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ है, तो दिए गए समीकरण का युग्म का कोई हल नहीं है।

12. **अभिकथन** (A): $(x - 1)^2 + 1 = 2x - 3$, एक द्विघात समीकरण है।

तर्क (R): यह $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ के रूप में नहीं है।

13. **अभिकथन** (A): द्विघात समीकण $2x^2 - 4x + 3 \neq 0$ के विविक्तकर 'D' का मान -8 है और इसलिए इसके मूल वास्तविक नहीं है।

तर्क (R): यदि $b^2 - 4ac < 0$ हो, तो मूल वास्तविक नहीं होते हैं।

14. **अभिकथन** (A): द्विघात समीकरण $7x^2 + x - 1 = 0$ के मूल वास्तविक और भिन्न हैं।

तर्क (R): यदि $b^2 - 4ac > 0$ हो, तो मूल वास्तविक और भिन्न होते हैं।

15. **अभिकथन** (A): $k = 9$ के लिए समीकरण $9x^2 + 3kx + 4 = 0$ के मूल समान हैं।

तर्क (R): यदि किसी द्विघात समीकरण का विवित्कर 'D' शून्य के बराबर है, तो समीकरण के मूल वास्तविक और समान होते हैं।

16. अभिकथन (A): a, b, c एक A.P में है, अगर और केवल अगर 2 b = a + c हो।

तर्क (R): प्रथम n विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग n^2 होता है।

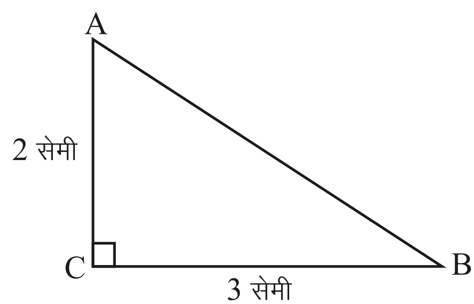
17. अभिकथन (A): यदि AP के प्रथम n पदों का योग $S_n = 5n^2 + 3n$ द्वारा दिया जाता है, तो AP का nवाँ पद $a_n = 10n - 2$ होगा।

तर्क (R): किसी AP का nवाँ $S_n - S_{(n-1)}$ के रूप में लिखा जा सकता है।

18. अभिकथन (A): यदि 12, a, b और – 3 AP में है, तो a + b = 9 है।

तर्क (R): यदि AP का पहला 'a' और AP का nवाँ पद 'b' है, तो AP का सार्व अंतर $\frac{b-a}{n-1}$ है।

19. अभिकथन (A): आकृति में दिए गए त्रिभुज का परिमाप एक परिमेय संख्या है।



तर्क (R): दो परिमेय संख्याओं के वर्गों का योगफल एक परिमेय संख्या होती है।

20. अभिकथन (A): एक ΔABC में एक रेखा $DE \parallel BC$, AB को D पर और AC को E पर प्रतिच्छेद करती है, तो $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ है।

तर्क (R): यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न–भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये दो अन्य भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

21. अभिकथन (A): त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड तीसरी भुजा के समांतर होता है।

तर्क (R): त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

22. अभिकथन (A): सभी सर्वांगसम त्रिभुज समरूप होते हैं लेकिन समरूप त्रिभुजों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

तर्क (R): यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती हों, तो वे समरूप होते हैं।

23. **अभिकथन** (A): यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाएँ समानुपाती हों तो उनके संगत कोण बराबर होते हैं, और इसलिए दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

तर्क (R): यदि त्रिभुज के एक कोण का समद्विभाजक विपरीत भुजा को समद्विभाजित करता है, तो त्रिभुज समद्विबाहु होता है।

24. **अभिकथन** (A): बिंदु P (0, 2), रेखा $3x + 2y = 4$ और y- अक्ष का प्रतिच्छेदन बिंदु है।

तर्क (R): x-अक्ष से बिंदु P (0, 2) की दूरी 2 इकाई है।

25. **अभिकथन** (A): यदि केंद्र O (2, 3) वाले एक वृत्त पर बिंदु A (4, 3) और B (x, 5) स्थित हैं, तो x का मान 2 है।

तर्क (R): वृत्त की प्रत्येक जीवा का मध्य–बिंदु वृत्त का केंद्र होता है।

26. **अभिकथन** (A): यदि बिंदुओं M (2, – 4) और N (10, p) के बीच की दूरी 11 इकाई है, तो p का मान 4 है।

तर्क (R): यदि तीन बिंदु A, B और C सरेखी हैं, तो AB + BC = AC होगा।

27. **अभिकथन** (A): $0 \leq \theta \leq 90°$ के लिए, $\text{cosec}\,\theta - \cot\theta$ और $\text{cosec}\,\theta + \cot\theta$ एक दूसरे के व्युत्क्रम हैं।

तर्क (R): $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

28. **अभिकथन** (A): $(\cos^4 A - \sin^4 A)$, $2\cos^2 A - 1$ के बराबर है।

तर्क (R): tan और A का गुणनफल tan A है।

29. **अभिकथन** (A): एक Δ PQR में, जो कि P पर समकोण है, अगर $\cos R = \frac{5}{13}$ है, तो $\cot Q = \frac{5}{12}$ होगा।

तर्क (R): θ के मान में वृद्धि के साथ cos θ का मान घटता है; $0 \leq \theta \leq 90°$।

30. **अभिकथन** (A): यदि $\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ है, तो $\sin^2\theta + \sin^4\theta = 1$ होगा।

तर्क (R): θ के सभी मानों के लिए $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ है।

31. **अभिकथन** (A): जमीन से 9 मीटर ऊपर स्थित एक खिड़की के सहारे 60° के कोण पर झुकी, सीढ़ी की लंबाई 18 मीटर होगी।

तर्क (R): पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार $h^2 = p^2 + b^2$; जहाँ h कर्ण, p लंब और b आधार है।

32. अभिकथन (A): यदि एक समय पर किसी भवन की ऊँचाई उसकी छाया की लंबाई के समान है, तो सूर्य का उन्नयन कोण 45° है।

तर्क (R): tan 45° का मान 1 होता है।

33. अभिकथन (A): वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

तर्क (R): बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श–रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती है।

34. अभिकथन (A): यदि केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA और PB खींची गई हैं, तो चतुर्भज AOBP चक्रीय होगा।

तर्क (R): किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श–रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलने वाले रेखाखण्ड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

35. अभिकथन (A): किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श–रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

तर्क (R): वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श–रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

36. अभिकथन (A): एक वृत्त के केंद्र से 10 सेमी दूर एक बिंदु P से, यदि 8 सेमी लम्बी एक स्पर्श रेखा PT खींची जाती है, तो वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है।

तर्क (R): एक त्रिज्या के सिरे पर और इसके लम्बवत खींची गई रेखा वृत्त की स्पर्श–रेखा होती है।

37. अभिकथन (A): यदि एक वृत्त की परिधि 176 सेमी है, तो उसकी त्रिज्या 28 सेमी है।

तर्क (R): एक वृत्त की परिधि $2\pi r$ है।

38. अभिकथन (A): 6 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त में, एक त्रिज्यखंड का कोण 60° है, तो त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $18\frac{6}{7}$ वर्ग सेमी है।

तर्क (R): त्रिज्या r वाले वृत्त का क्षेत्रफल πr^2 है।

39. अभिकथन (A): यदि 22 सेमी लम्बे एक तार को एक वृत्त के आकार में मोड़ा जाता है, तो इस प्रकार बने वृत्त का क्षेत्रफल 38.5 वर्ग सेमी है।

तर्क (R): वृत्त का क्षेत्रफल = तार की लम्बाई

40. **अभिकथन** (A): एक वृत्त की चाप की लंबाई 2π सेमी है, यदि एक वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी है और चाप द्वारा वृत्त के केंद्र पर बनाया गया कोण 90° है।

तर्क (R): चाप की लंबाई = $\frac{\pi r\theta}{360°}$

41. **अभिकथन** (A): 'a' सेमी के खोखले घन के अंतर्गत बने सबसे बड़े गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल πa^2 वर्ग सेमी है।

तर्क (R): त्रिज्या r के गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi r^2$ है।

42. **अभिकथन** (A): एक गोला, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल616 वर्ग सेमी है, का व्यास 7 सेमी है।

तर्क (R): त्रिज्या r के गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi r^2$ है।

43. **अभिकथन** (A): घन के विकर्ण की लंबाई $11\sqrt{3}$ सेमी है, तो इसका आयतन 1331 घन सेमी है।

तर्क (R): घन का आयतन a^3 के बराबर है, जहाँ a घन की भुजा है।

44. **अभिकथन** (A): 729 घन सेमी आयतन वाले घन में से काटकर निकाले जाने वाले सबसे बड़े लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 9 सेमी है।

तर्क (R): लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ है, जहाँ r त्रिज्या है और h शंकु की ऊँचाई है।

45. **अभिकथन** (A): यदि किसी बंटन का माध्य और माध्यक क्रमशः 169 और 170 है, तो इसका बहुलक 172 है।

तर्क (R): बहुलक = 3 माध्यक - 2 माध्य

46. **अभिकथन** (A): प्रथम 11 अभाज्य प्राकृतिक संख्याओं का माध्यक 13 है।

तर्क (R): माध्यक = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ वाँ प्रेक्षण, यदि प्रेक्षणों की संख्या (n) विषम है।

47. **अभिकथन** (A): बहुलक और माध्यक को अंतर 12 है, यदि माध्यक और माध्य का अंतर 6 है।

तर्क (R): 3 माध्यक = बहुलक + 2

48. **अभिकथन** (A): प्रथम 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य $16\frac{5}{12}$ है।

तर्क (R): माध्य $= \dfrac{\text{प्रेक्षणों का योगफल}}{\text{प्रेक्षणों की संख्या}}$

49. **अभिकथन** (A): एक पासे को एक बार फेंकने पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता $\dfrac{2}{3}$ है।

तर्क (R): एक पासे के फलकों पर अभाज्य संख्याएँ 2, 3 और 5 है।

50. **अभिकथन** (A): ताश की गड्डी में से लाल या काले बादशाह का पत्ता आने की प्रायिकता $\dfrac{7}{13}$ है।

तर्क (R): ताश के पत्तों खेलने की कुल संख्या 52 है।

51. **अभिकथन** (A): जब दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो पट न आने की प्रायिकता $\dfrac{1}{4}$ होती है।

तर्क (R): किसी घटना E की प्रायिकता $0 \leq P(E) \leq 1$ को संतुष्ट करती है।

52. **अभिकथन** (A): एक बॉक्स, जिसमें 1 से 100 तक अंकित संख्या वाले कार्ड हैं, में से एक सम संख्या वाले कार्ड को यादृच्छिक रूप से निकालने की प्रायिकता $\dfrac{1}{2}$ है।

तर्क (R): P (घटना) $= \dfrac{\text{घटना केअनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$

उत्तर तथा संकेत

1. (a)	**2.** (a)
3. (a)	**4.** (b)
5. (a)	**6.** (a)
7. (b)	**8.** (a)
9. (d)	**10.** (a)
11. (d)	**12.** (c)
13. (a)	**14.** (a)
15. (d)	**16.** (b)
17. (a)	**18.** (a)

19. (d)
20. (a)
21. (b)
22. (b)
23. (b)
24. (b)
25. (c)
26. (d)
27. (a)
28. (c)
29. (b)
30. (a)
31. (c)
32. (a)
33. (b)
34. (a)
35. (a)
36. (d)
37. (a)
38. (b)
39. (c)
40. (c)
41. (a)
42. (d)
43. (b)
44. (b)
45. (a)
46. (a)
47. (a)
48. (a)
49. (d)
50. (b)
51. (b)
52. (a)

प्रकरण आधारित प्रश्न

(4 अंक)

1. स्वास्थ्य जाँच शिविर के दौरान तीन तरह के मरीज़ों ने अपना पंजीकरण कराया। 60 जोड़ों की समस्या से पीड़ित थे, 84 किसी प्रकार के बुखार से पीड़ित थे और 108 मधुमेह के रोगी थे। आयोजक इस कैंप के लिए डॉक्टरो को बुलाना चाहते हैं।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) यदि प्रत्येक डॉक्टर द्वारा जाँचे गए प्रत्येक प्रकार की समस्या के रोगियों की संख्या समान उपचार करता है, तो अधिकतम कितने डॉक्टरों की आवश्यकता होगी?

(ii) प्रत्येक डॉक्टर कितने मरीजों का इलाज करेगा?

(iii) दिन के अंत में जब कुल गिनती की गई तो जोडों की समस्याओं वाले रोगियों की संख्या 48 थी, बुखार से पीड़ित 60 और मधुमेह के रोगियों की सख्या 72 थी। प्रत्येक डॉक्टर ने कितने रोगियों का इलाज किया?

अथवा

यदि महत्तम समापवर्तक (48, 60, 72) $= 7m - 2$ है, तो m का मान क्या हैं?

2. दीपिका अपनी जन्मदिन पार्टी का आयोजन करना चाहती हैं। वह अपने जन्मदिन पर खुश थी। वह स्वास्थ्य के प्रति बहुत जागरुक है। इसलिए उसने केवल फल बाँटने का फैसला किया। वह मेहमानों के बीच फल बाँटना चाहती है। उसके पास घर पर 36 सेब और 60 केले हैं और उसने उन्हें बाँटने का फैसला किया। वह मेहमानों के बीच भेदभाव नहीं करना चाहती इसलिए उसने सभी के बीच समान रूप से फल बाँटने का फैसला किया।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) दीपिका अधिकतम कितने मेहमानों को आमंत्रित कर सकती हैं?

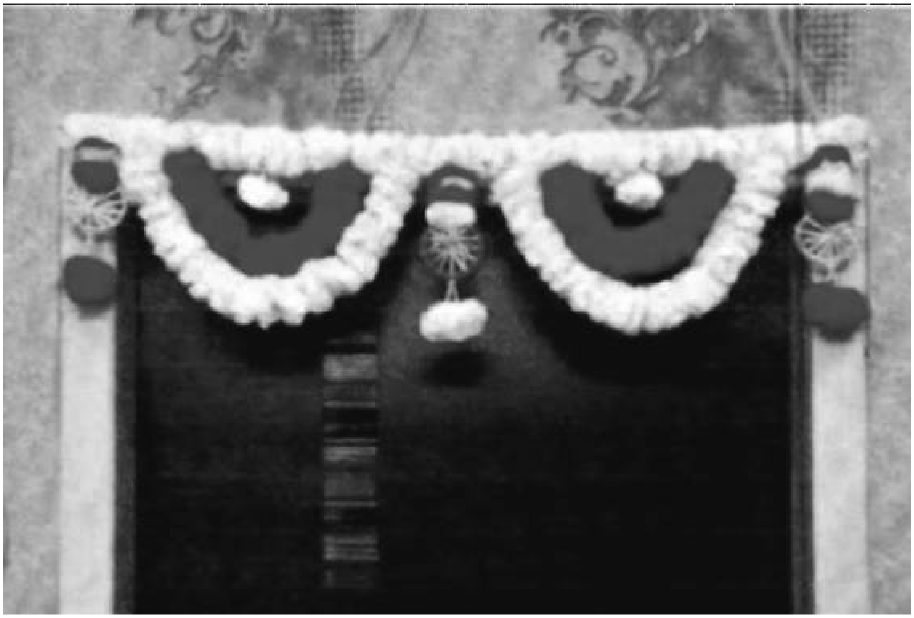
(ii) प्रत्येक मेहमानों को कितने सेब और केले मिलेंगे?

(iii) दीपिका ने 42 आम भी बाँटने का फैसला किया। ऐसे में दीपिका अधिकतम कितने मेहमानों को आमंत्रित कर सकती है?

अथवा

अब प्रत्येक मेहमानों को कुल कितने फल मिलेंगे?

3. राधा ने दिवाली के मौके पर अपने घर के दरवाजे को मालाओं से सजाया। प्रत्येक माला एक परवलय का आकार बनाती है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) मान लीजिए दिए गए वक्र के लिए द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ है, तो 'a' का का संख्यात्मक मान क्या होगा?

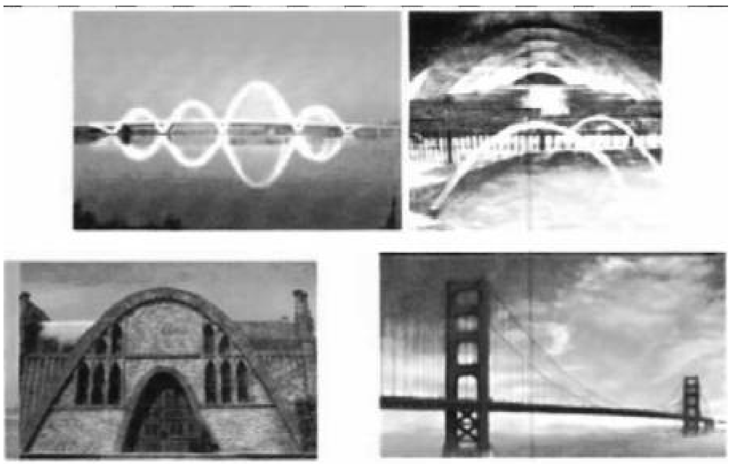
(ii) एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग और गुणफल क्रमशः –1 और –2 है।

(iii) 'k' के किस मान के लिए -1 द्विविघात बहुपद $(k-2)\,x^2 - 2x - 5$ के शून्यकों में से एक है।

अथवा

यदि α, β बहुपद $f(x) = x^2 - 7x + 12$ के शून्यक हैं, तो $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. नीचे दी गई तस्वीर परवलयिक आकार के कुछ प्राकृतिक उदाहरण हैं जिन्हें एक द्विघात बहुपद द्वारा दर्शाया गया है। एक परवलयिक मेहराब एक परवलय के आकार में एक मेहराब है। संरचनाओं में, उनका वक्र भार की एक कुशल विधि का प्रतिनिधित्व करता है, और इसलिए पुलों और वास्तुकला में विभिन्न रूपों में पाया जा सकता है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) द्विघात बहुपद के मानक रूप में $ax^2 + bx + c$ है, तो a, b और c के संख्यात्मक मान क्या होंगे?

(ii) एक द्विघात बहुपद जिसके शून्यक –4 और –5 हैं, वह

(iii) यदि α और $\frac{1}{\alpha}$ द्विघात बहुपद $2x^2 - 8x + k$ के शून्यक हैं, तो 'k' ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका शून्यकों का योग '$-p$' हो और शून्यकों का गुणनफल '$\frac{-1}{p}$' है।

5. दो स्कूलों 'P' और 'Q' ने अपने छात्रों को हॉकी में ₹ x प्रति छात्र और क्रिकेट ₹ y प्रति छात्र के लिए पुरस्कार देने का फैसला किया। स्कूल 'P' ने दो खेलों के लिए क्रमशः 5 और 4 छात्रों को कुल ₹ 9,500 का पुरस्कार देने का फैसला किया, जबकि स्कूल 'Q' ने दो खेलों के लिए क्रमशः 4 और 3 छात्रों को कुल ₹ 7,370 का पुरस्कार देने का फैसला किया।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) उपरोक्त सूचना को, चरों x और y का प्रयोग करके, बीजगणितीय रूप में व्यक्त कीजिए।

(ii) हॉकी के लिए पुरस्कार राशि क्या है?

(iii) पुरस्कार राशि किस खेल की अधिक है और कितनी अधिक है?

अथवा

यदि प्रत्येक खेल से 2 छात्र हों, तो कुल पुरस्कार राशि क्या होगी?

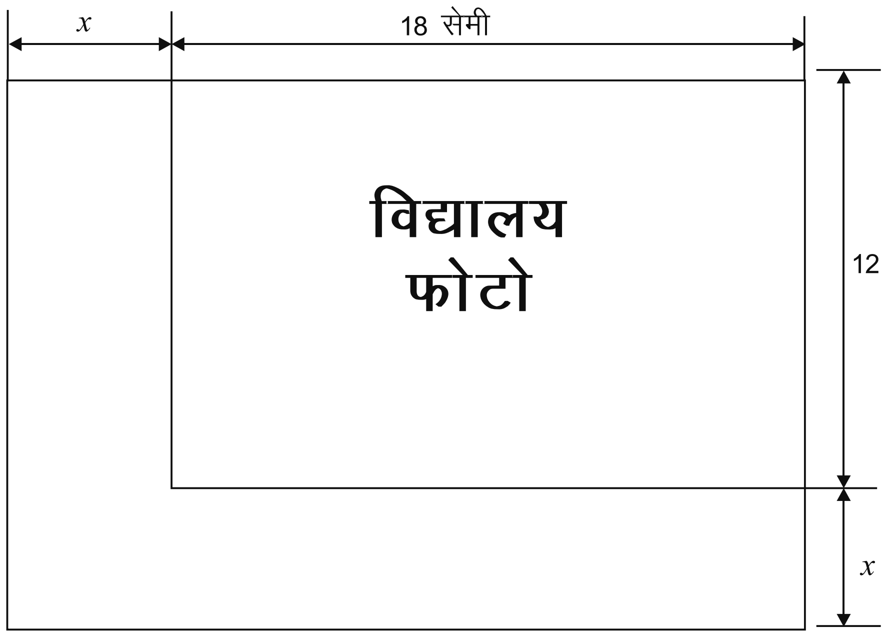
6. स्कूल वार्षिक पुस्तक को डिजाइन करते समय, एक शिक्षक ने विद्यार्थियों के छात्र से कहा कि फोटो के क्षेत्रफल को दुगुना करने के लिए किसी विशेष फोटो की लम्बाई और चौड़ाई को x इकाई बढ़ा दिया जाता है। मूल फोटो 18 सेमी लंबी और 12 सेमी चौड़ी है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) उपरोक्त जानकारी को दर्शाने वाला एक बीजीय समीकरण लिखिए।

(ii) संगत द्विघात समीकरण को मानक रूप में लिखिए।

(iii) बढ़े हुए फोटो के नए आयाम क्या होने चाहिए?



अथवा

क्या x का कोई परिमेय मान नए क्षेत्रफल को 220 वर्ग सेमी के बराबर बना सकता है?

7. निखिल और निहारिका बहुत करीबी दोस्त हैं। दोनों परिवार अपनी–अपनी कारों में पिकनिक मनाने के लिए पालमपुर जाने का फैसला करते हैं। निहारिका की कार, निखिल की कार से 5 किमी / घंटा अधिक गति से चलती है। निखिल की कार 400 किमी की दूरी तय करने में निहारिका की कार से 4 घंटे अधिक समय लेती है। मान लीजिए कि निखिल कार 'y' किमी / घंटा की गति से यात्रा कर रही थी।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) निहारिका की कार दो घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?

(ii) वह द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए जो निखिल की कार की गति का वर्णन करता है?

(iii) निखिल की कार की गति क्या है?

अथवा

निहारिका के परिवार को यात्रा पूरी करने में कितना समय लगा?

8. एक किसान अपने घर के बगीचे में अपनी भेड़ों के लिए एक आयताकार बाड़ा बनाना चाहता है। बाड़ा बनाने के लिए किसान तीन ओर लकड़ी की बाड़ लगाने की योजना बनाता है। उसके पास तीन तरफ से बाड़ लगाने के लिए 60 मीटर लकड़ी है और दूसरी तरफ ईंट की दीवार है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) यदि चौड़ाई x हो, तो बाड़े की लंबाई क्या होगी?

(ii) दी गई स्थिति में, (i) में परिकलित लम्बाई का प्रयोग कर बाड़े का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) यदि बाड़े का क्षेत्रफल 250 वर्ग मीटर है, तो द्विघात समीकरण बनाइए।

अथवा

यदि बाड़े का क्षेत्रफल 400 वर्ग मीटर है, तो संभावित चौड़ाई क्या हो सकती है?

9. दुनिया भर में बढ़ती मांग और आपूर्ती के दबाव के साथ भारत, जनशक्ति की लागत और मजबूत इंजीनियरिंग क्षमताओं के कारण एक प्रतिस्पर्धी विनिर्माण स्थान के रूप में उभरा है। एक कारखाने में उत्पादन हर साल एक निश्चित संख्या में समान रूप में बढता है। कारखाने में उत्पादन पाँचवे वर्ष में 4100 इकाई था जो कि 10 वें वर्ष में बढ़कर 7600 इकाई हो गया।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) पहले वर्ष के दौरान होने वाले उत्पादन को ज्ञात कीजिए।

(ii) 9 वें और 7वें वर्ष के दौरान उत्पादन में अंतर ज्ञात कीजिए।

(iii) किसी विशेष वर्ष के दौरान उत्पादित इकाइयों की संख्या का सामान्य पद ज्ञात कीजिए।

अथवा

चौथे वर्ष से दसवें वर्ष तक उत्पादित इकाइयों की कुल संख्या की गणना कीजिए।

10. जैसा कि हम जानते हैं कि पेड़ या पौधे को उगने के लिए सूरज की रोशनी के साथ मिट्टी और पानी दोनों की जरूरत होती है। इसकी पत्तियों को हरा बनने और फल लगने के लिए पानी और सूर्य दोनों से आवश्यक पोषण मिलता है। लोगों के एक समूह ने पानी की टंकी के साथ एक पंक्ति में 10 मीटर की समान दूरी पर 20 पेड़ लगाए। पानी की टंकी निकटतम पेड़ से एक ओर 15 मीटर की दूरी पर है। हर दिन समूह का एक सदस्य पानी की टंकी से शुरू करके सभी पेड़ों को पानी देता है। एक पेड़ को पानी देने के बाद अगले पेड़ के लिए पानी लेने के लिए सदस्य वापस टैंक तक लौटता है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) सदस्य द्वारा निकटतम पेड़ को पानी देने और टैंक तक वापस जाने में तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

(ii) उपरोक्त स्थिति में बनी स. श्रे. ज्ञात कीजिए।

(iii) सदस्य द्वारा आखिरी पेड़ को पानी देने के लिए तय की गई दूरी की गणना कीजिए।

अथवा

सभी पेड़ों को पानी देने के लिए सदस्य द्वारा एक दिन में तय की गई कुल दूरी की गणना कीजिए।

11. बुर्ज खलीफा दुनिया का सबसे ऊँचा टॉवर है, जो दुबई, सयुक्त अरब अमीरात में स्थित है। बुर्ज खलीफा की ऊँचाई करीब 828 मीटर है। इसमें दुनिया में जनता के लिए खुला उच्च अवलोकन डेक है। डेक पर चलते हुए एक व्यक्ति ने बुर्ज खलीफा और आसपास की इमारतों की छाया को देखा। एक समय पर उसने पाया कि बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई 207 मीटर थी और एक इमारत P की छाया की लंबाई 46 मीटर थी।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) उस विशेषता का नाम बताएँ जिसका उपयोग इमारत P की लंबाई का पता लगाने के लिए किया जा सकता है।

(ii) उसी समय जब बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई 207 मीटर थी तथा इमारत P की ऊँचाई 108 मीटर है, तो इमारत P की छाया की लंबाई क्या है?

(iii) भवन P की ऊँचाई की गणना कीजिए।

अथवा

बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई कितनी है जबकि भवन P की छाया की लंबाई 81 मीटर है?

12. हमें स्वस्थ और तनाव मुक्त रखने के लिए नियमित रूप से चलना एक अच्छी आदत है। रात के खाने के बाद, कुछ लोग सोसाइटी पार्क में टहल रहे थे। एक व्यक्ति ने लैंप पोस्ट से प्रकाश के कारण चलने वाले लोगों की गतिशील छाया को देखा और उनका अवलोकन करना शुरू कर दिया। उसने देखा कि जैसे–जैसे लोग लैंप पोस्ट से दूर जा रहे थे, छाया की लंबाई धीरे–धीरे बढती जा रही थी। उसी समूह में 180 सेमी ऊँचाई की नेहा थी, जो यामिनी से बात कर रही थी और 5.4 मीटर ऊँचे लैंप पोस्ट से 0.6 मीटर प्रति सेकेंड की गति से दूर जा रही थी।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) नेहा 4 सेकंड के बाद लैम्पपोस्ट से कितनी दूर थी?

(ii) 3 सेकंड के बाद नेहा की छाया की लंबाई क्या होगी?

(iii) कितने समय बाद नेहा की छाया की लंबाई 1.8 मीटर होगी?

अथवा

एक बार नेहा की परछाई उसकी ऊँचाई की 1.5 गुनी थी, तो ज्ञात कीजिए कि वह लैम्प पोस्ट से कितनी दूर थे?

निर्देशांक ज्यामिति

13. बिरला विज्ञान संग्रहालय देश का पहला विज्ञान और प्रौद्योगिकी संग्रहालय है, जिसकी स्थापना 1954 में हुई। इसमें विज्ञान और प्रौद्योगिकी पर प्रदर्शन होते हैं जहां आगंतुक बातचीत कर सकते हैं। विज्ञान और प्रौद्योगिकी की समझ को आसान मनोंरजक बनाने के लिए प्रदर्शनियों के साथ बिड़ला विज्ञान संग्रहालय ने बच्चों के कमरे को अलग रखा है जिसमें ग्रह और तारे छत पर चित्रित हैं। मान लीजिए कमरे में छत पर एक काल्पनिक समन्वय प्रणाली रखी गई हैं। छत के केन्द्र (0,0) के साथ तीन विशेष तारे S(-8, 3), (5, -10) और R(-5, -7) स्थित हैं, जहां निर्देशांक कमरे के केंद्र से मीटर में दूरी दर्शाते हैं।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) तारे 'S' तथा 'T' के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

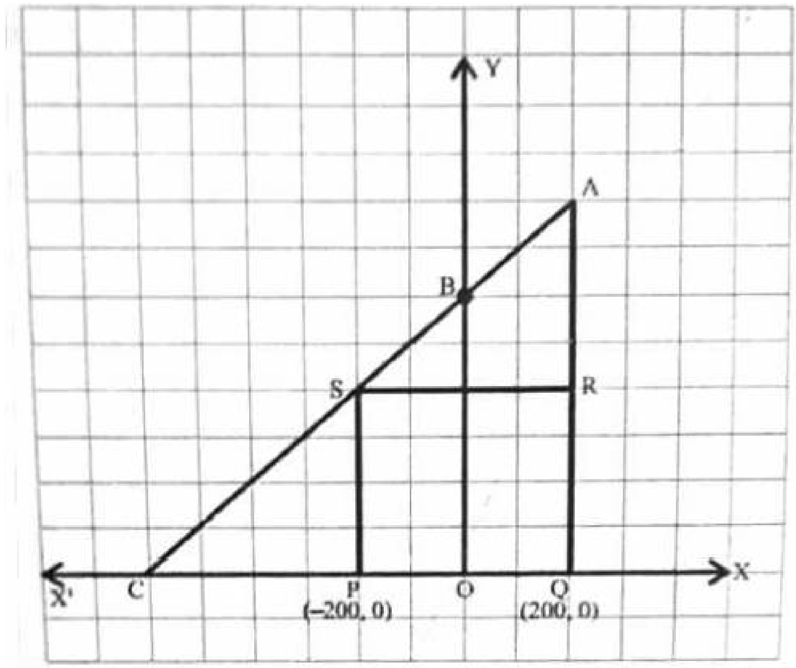
(ii) 'S' तथा 'R' के मध्य–बिंदु पर स्थित तारे 'M' के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(iii) कौन–सा तारा कमरे के केन्द्र से सबसे दूर हैं?

अथवा

(iv) R(–5, –7) और T(5, –10) तथा T(5, –10) और S(–8, 3) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

14. जगदीश के पास एक खेत है जो समकोण त्रिभुज AQC के आकार का है। वह खेत के अंदर एक वर्गाकार PQRS के रूप में गेहूँ उगाने के लिए और शेष सब्ज़ियाँ उगाने के लिए एक (आकृति में दर्शाये अनुसार) जगह छोड़ना चाहता है। खेत में, O के रूप में चिह्नित एक खंभा है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) O को मूल बिंदु मान कर, P और Q के निर्देशांक क्रमशः (–200, 0) और (200, 0) हैं। PQRS एक वर्ग होने के कारण, R और S के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

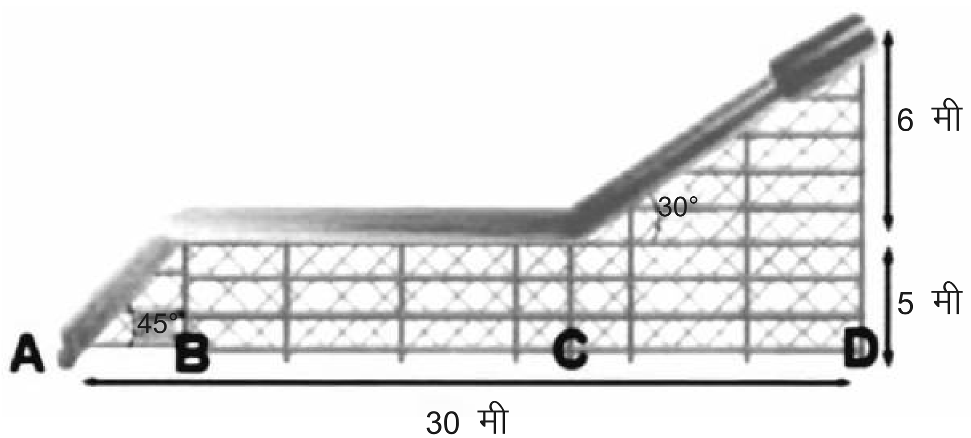
(ii) वर्ग PQRS का क्षेत्रफल क्या है?

(iii) वर्ग PQRS में विकर्ण PR की लम्बाई क्या है?

अथवा

यदि बिंदु S, रेखाखण्ड CA को K : 1 के अनुपात में विभाजित करे, तो K का मान क्या होगा, जबकि बिंदु A के निर्देशांक (200, 800) हों?

15. वाटर स्लाइड डिजाइनः चित्र में दिखाया गया स्लाइड वाटर स्लाइड के डिजाइन का हिस्सा है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) स्लाइड के समतल भाग की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(ii) स्लाइड की कुल लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(iii) स्लाइड की कुल तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

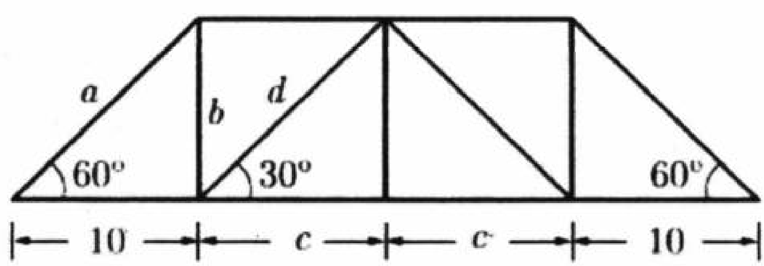
अथवा

C और D तथा A और B के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

16. ट्रस एक संरचना है, जिसमें सभी सदस्य त्रिभुज इस प्रकार व्यवस्थित रूप से जुड़े होते हैं जिससे सभी एक ही वस्तु के रूप में व्यवहार करती हैं। पुलों, छतों और टावरों में ट्रस का सबसे अधिक उपयोग किया जाता है।

नीचे एक ट्रस का रेखा आरेख दर्शाया गया है:

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:



(i) 'a' की लंबाई क्या है?

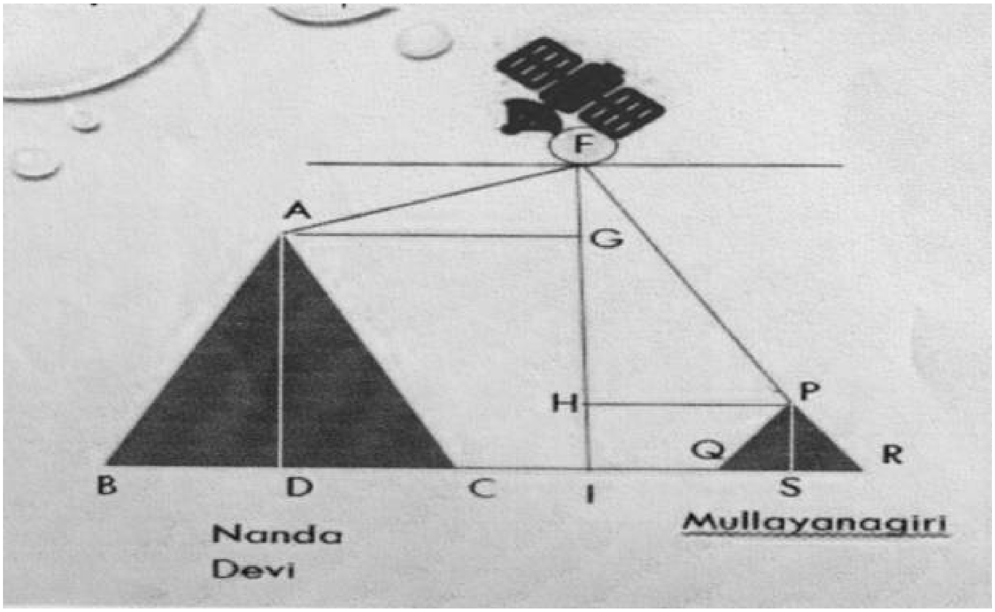
(ii) 'b' की लंबाई क्या है?

(iii) 'c' का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(b+d) का मान ज्ञात कीजिए।

17. 'h' ऊँचाई पर उड़ने वाला एक उपग्रह उत्तराखंड और कर्नाटक के दो सबसे ऊँचे पहाड़ों की चोटी को देख रहा है। वे नंदा देवी (ऊँचाई 7,816 मी) और मुल्लायनगिरी (ऊँचाई 1,930 मी) हैं। उपग्रह से नंदा देवी और मुल्लायनगिरी के शीर्ष के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं। यदि दो पहाडों के बीच की दूरी 1937 किमी है और उपग्रह दो पहाड़ों के बीच की दूरी के मध्य बिंदू से लंबवत ऊपर हैं।



उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) नंदा देवी के शिखर से उपग्रह की दूरी ज्ञात कीजिए।

(ii) मुल्लायनगिरी के शीर्ष से उपग्रह की दूरी ज्ञात कीजिए।

(iii) भूमि से उपग्रह की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि राहुल नंदा देवी के आधार से 7816 m की दूरी पर खड़ा है, तो नंदा देवी के शीर्ष का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

18. स्टैच्यू ऑफ यूनिटी: यह भारतीय राजनेता और एक स्वतंत्रा कार्यकर्ता सरदार वल्लभ भाई पटेल की एक विशाल प्रतिमा है, जो स्वतंत्र भारत के पहले उप प्रधान मंत्री और पहले गृह मंत्री थे। भारत की 562 रियासतों को भारत का एक संघ बनाने में उनके नेतृत्व को अत्यधिक सम्मानित किया गया था। यह गुजरात राज्य में स्थित है और यह विश्व की सबसे ऊँची प्रतिमा है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) एक व्यक्ति प्रतिमा के आधार के केंद्र से 120 मीटर की दूरी पर खड़ा है और प्रतिमा के शीर्ष का उन्नयन कोण 45° हैं। प्रतिमा की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(ii) एक व्यक्ति प्रतिमा के आधार के केंद्र से x मीटर दूर खड़ा है। मूर्ति के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° हैं। यदि प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है तो की x का मान ज्ञात कीजिए।

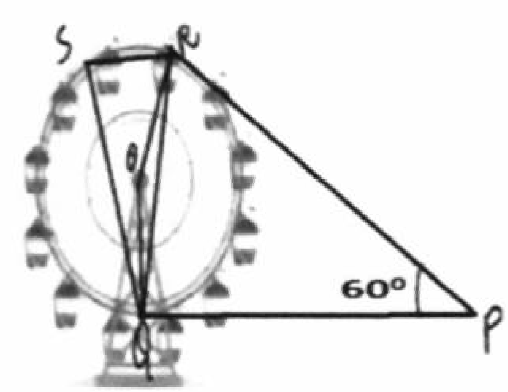
(iii) प्रतिमा के शीर्ष के पास हेलीकाप्टर में एक सिपाही (प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है) मूर्ति से कुछ दूरी पर एक कार को देखता है। सिपाही की दृष्टि से कार तक अवनमन कोण 60° है। प्रतिमा के आधार के केंद्र से कार कितनी दूरी पर स्थित है?

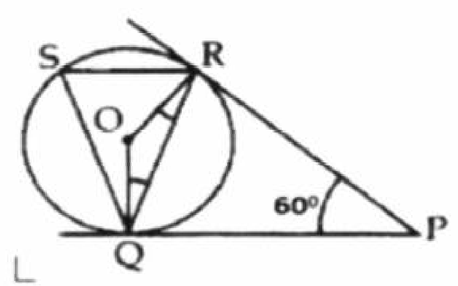
अथवा

प्रतिमा के शीर्ष के पास हेलीकाप्टर में एक सिपाही (प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है) मूर्ति से कुछ दूरी पर एक कार को देखता है। यदि सिपाही की दृष्टि से कार तक अवनमन कोण 60° है। कार और हेलीकॉप्टर के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

19. एक फेरिस व्हील (या यूनाइटेड किंगडम में एक बड़ा पहिया) एक मनोंरजन की सवारी है जिसमें कई यात्री–वाहक घटकों (आमतौर पर यात्राी कार, केबिन, टब, कैप्सूल, गोंडोल या पॉड्स के रूप में संदर्भित) के साथ एक घूर्णन पहिया होता है। रिम इस तरह से लगा होता है जैसे ही पहिया घूमता है, आमतौर पर गुरूत्वाकर्षण द्वारा उन्हे सीधा रखा जाता है।

फेरिस व्हील में सवारी करने के बाद, आरती भीड़ से बाहर निकल कर अपने दोस्तों को देख रही थी जो सवारी का आनंद ले रहे थे। वह उन विभिन्न कोणों और मापों के बारे में उत्सुक थी जिनसे पहिया बनेगा। वह आकृति बनती है जैसे की नीचे दी गयी है।





उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) दी गई आकृति में $\angle ROQ$ ज्ञात कीजिए।

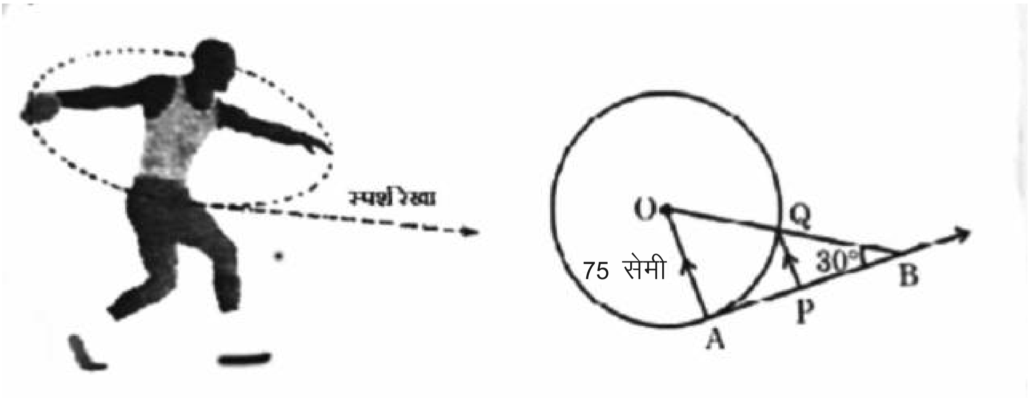
(ii) $\angle RQP$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) $\angle RSQ$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\angle QRP$ का मान ज्ञात कीजिए।

20. चक्का फेंक एक ऐसी घटना है जिसमें एक एथलीट चक्का फेंकने का प्रयास करती है। एथलीट एक सर्कल में लगभग डेढ़ बार वामावर्त घूमता है, फिर चक्का छोड़ता है। छोड़ने पर, चक्का स्पर्श–रेखा के साथ वृत्ताकार स्पिन कक्षा में चला जाता है। दी गई आकृति में, केंद्र O वाले और 75 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर AB ही एक ऐसी ही स्पर्श रेखा है। $\angle ABO = 30^\circ$ और PQ, OA के समांतर है।



उपरोक्त सूचना के आधार पर:

(i) AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

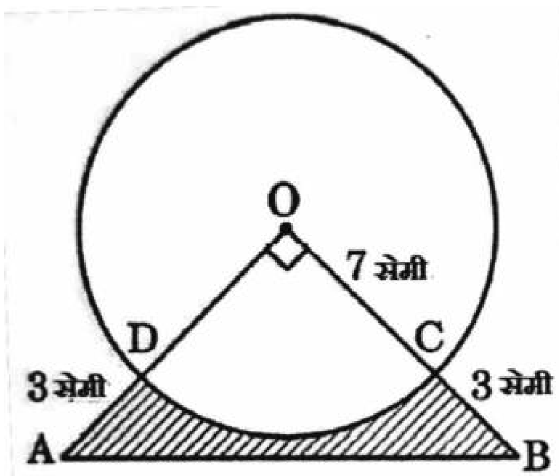
(ii) OB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(iii) AP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

21. एक विद्यालय के वार्षिक दिवस समारोह पर प्रभंधकों ने सबसे होनहार विद्यार्थियों को नकद पुरस्कार के साथ–साथ स्मृति चिन्ह भी देना चाहा। प्रत्येक स्मृति चिह्न दिखाई गई आकृति के जैसा बनवाया गया तथा इसका आधार ABCD सामने की ओर से दिखाया गया है। सिल्वर प्लेलिंग का खर्च ₹ 20 प्रति वर्ग सेमी है।



उपर्युक्त के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) चतुर्थांश ODCO का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

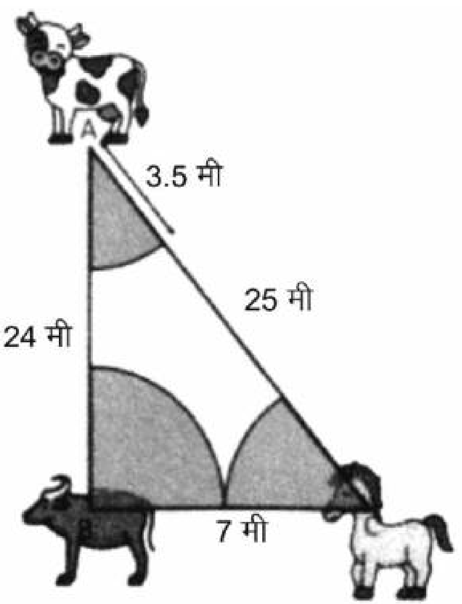
(ii) ΔAOB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) (क) छायांकित भाग का ABCD सिल्वर प्लेटिंग का कुल खर्च ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) चाप CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

22. एक भैंस, एक गाय और एक घोड़े को 24 मीटर, 7 मीटर तथा 25 मीटर भुजाओं वाले समत्रिकोणीय घास के मैदान के कोने पर 3.5 मीटर लंबी रस्सी के माध्यम से खुँटे से बाँधा गया है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए।)



उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) समकोण त्रिभुजाकार घास के मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) घोड़े और गाय द्वारा चरने वाले क्षेत्र का सयुंक्त कोण ज्ञात कीजिए।

(iii) खेत के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें भैंस चर सकती है।

अथवा

चराई क्षेत्र में आने वाली कमी की गणना कीजिए, यदि रस्सी 3.5 मीटर के बजाय 3 मीटर हो।

पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

23. एक समिति ने 35 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार पार्क में दुर्गा पूजा मनाने का निर्णय लिया है। कमेटी ने एक टेंट हाउस को टेंट लगाने का ठेका दिया है। आर्किटेक्ट ने एक खुले घनाभ आकार पर एक अर्ध बेलन के आकार में कैनवास तम्बू तैयार किया है। आयताकार आधार का आयाम 50 मीटर और 21 मीटर है और तम्बू की कुल ऊँचाई 19 मीटर है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) तम्बू के घनाभ भाग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

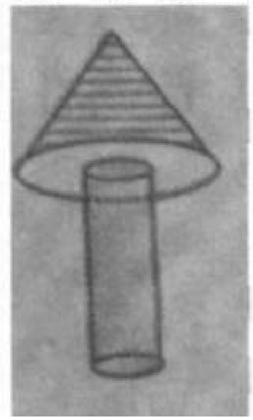
(ii) टेंट के बाहर पार्क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) कैनवास की कुल लागत ज्ञात कीजिए, यदि उसे 4 रूपये प्रति वर्ग मीटर की दर से खरीदा जाता है?

अथवा

तम्बू में उपस्थित वायु का आयतन ज्ञात कीजिए।

24. एक खिलौने की दुकान में लकडी के पुर्जे इकट्ठे किए जाते हैं और एक खिलौना पूर्ण तैयार करने के लिए पेंट किया जाता है। ऐसा ही एक विशिष्ट खिलौना बेलन पर लगे शंकु के आकार का है।



लकड़ी प्रसंस्करण गतिविधि केंद्र के लिए, लकड़ी को बचाने के लिए भंडारण से बाहर ले जाया जाता है, जिसके बाद यह खुरदरी पॉलिश से गुजरता है, फिर इसे काटा जाता है, ड्रिल किया जाता है और इसमें छेद किए जाते हैं। फिर इसे सैंडपेपर का उपयोग करके बारीक पॉलिश किया जाता है और फिर पेंट का उपयोग करके सजाया जाता है।

खिलौने की कुल ऊँचाई 26 सेमी और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 6 सेमी है। शंक्वाकार भाग के आधार का व्यास 5 सेमी और बेलनाकार भाग का व्यास 4 सेमी है।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) यदि बेलनाकार भाग को पीलें रंग से रंगना है तो पेंट किया जाने वाला क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) इस खिलौने को बनाने में प्रयुक्त लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।

(iii) 3 पैसे प्रति सेंटीमीटर वर्ग पर खिलौने को पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि पेंट कंपनी 5% की छुट देती है, तो 200 खिलौनों को पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए।

25. भारतीय मौसम विज्ञान विभाग हमारे देश के विभिन्न उप–मंडलों में हर वर्ष मौसमी और वार्षिक वर्षा देखता है। यह उन्हें परिणामों की तुलना और विश्लेषण करने में मदद करता है। नीचे दी गई तालिका उप–मंडलवार 2018 में मौसमी (मानसून) वर्षा (मिमी में) दिखाती है:

वर्षा (मिमी में)	उप–मंडलों की संख्या
200 – 400	2
400 – 600	4
600 – 800	7
800 – 1000	4
1000 – 1200	2
1200 – 1400	3
1400 – 1600	1
1600 – 1800	1

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) बहुलक वर्ग ज्ञात कीजिए।

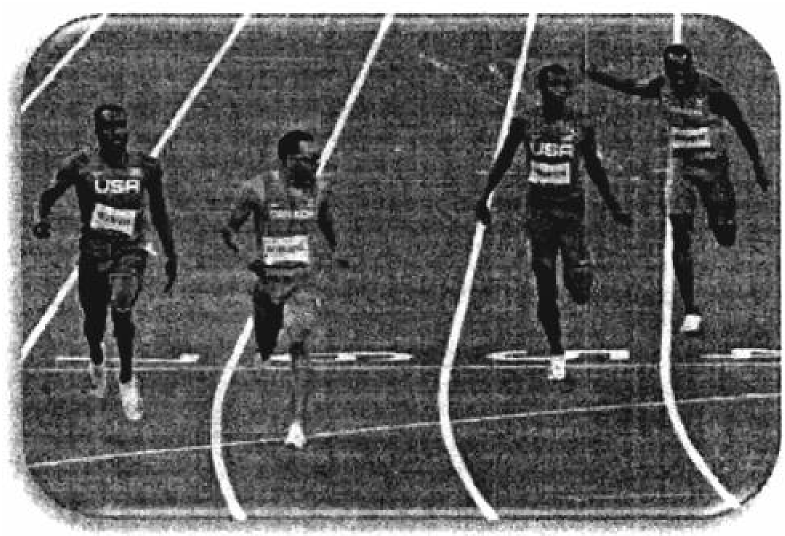
(ii) यदि मानसून के मौसम में कम से कम 1000 मिमी वर्षा वाले उप–मंडल को अच्छी वर्षा वाला उप–मंडल माना जाता है, तो कितने उप–मंडलों में अच्छी वर्षा हुई?

(iii) दिए गए आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।

अथवा

इस मौसम में हुई माध्य वर्षा ज्ञात कीजिए।

26. 2020 टोक्यो ओलंपिक में पुरूषों की 200 मीटर दौड़ प्रतियोगिता 3 और 4 अगस्त को हुई थी। एक स्टॉपवॉच का उपयोग उस समय का पता लगाने के लिए किया गया था, जिसमें धावकों के एक समूह को 200 मीटर दौड़ने में समय लगता था।



समय (सेकेंड में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
धावकों की संख्या	8	10	13	6	3

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) 1 मिनट के भीतर दौड़ पूरी करने वाले धावकों की सख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) माध्यक वर्ग और बहुलक वर्ग की निचली सीमाओं का औसत ज्ञात कीजिए।

(iii) एक धावक द्वारा दौड़ समाप्त करने में लिया गया माध्य समय ज्ञात कीजिए।

अथवा

उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

प्रायिकता

27. आयशा ने 52 ताश के पत्तों का एक पैकेट लिया। उसने सभी तस्वीर वाले पत्ते एक तरफ रख दिए और बाकी पत्तों को अच्छी तरह से फेंट कर मिला दिया।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) एक क्लब पत्ता या '4' के आयोजन के लिए अनुकूल परिणामों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) उसने बचे हुए ताश के पत्तों के अच्छी तरह से फेंट हुए पैक में से एक पत्ता निकाला। निकाले गए पत्ता के लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) एक काली बेगम के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

न तो काला पत्ता और न ही इक्का पता मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

28. आकृति और सुकृति को लूडो का खेल शुरू करना है। वे इस बात के लिए लड़ रहे हैं कि खेल कौन शुरू करेगा। उन्हे तीन सिक्के मिले और यह जानने के लिए कि कौन खेल शुरू करेगा, उन्हें एक साथ उछालने का फैसला किया।

उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिएः

(i) कुल परिणामों की संभावित संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर 3 पट आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) आकृति कहती है कि अगर मुझे कम से कम एक चित मिलता है, तो मैं जीत जाउँगी और खेल शुरू कर दूँगी। आकृति के खेल शुरू करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

अथवा

(iv) सुकृति कहती है कि अगर मुझे ज्यादा से ज्यादा एक पट मिल जाए तो मैं खेल शुरू कर दूँगी। सुकृति के खेल शुरू करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (i) 12

   (ii) 21

   (iii) 15 रोगी

   अथवा

   m = 2

2. (i) महत्तम समापवर्तक (36, 60) = 12. इस प्रकार फल 12 मेहमानों के बीच समान रूप से वितरित किए जाएंगे।

   (ii) प्रत्येक अतिथि को (36 ÷ 12) = 3 सेब और (60 ÷ 12) = 5 केले मिलेंगे।

   (iii) महत्तम समापवर्तक (36, 42, 60) = 6. इस प्रकार फल 6 मेहमानों के बीच समान रूप से वितरित किए जाएंगे।

   अथवा

   प्रत्येक अतिथि को (36 ÷ 6) = 6 सेब, (42 ÷ 6) = 7 आम, और (60 ÷ 6) = 10 केले मिलेंगे। इस प्रकार प्रत्येक अतिथि को 6 + 7 + 10 = 23 फल प्राप्त होंगे।

3. (i) > 0

   (ii) $x^2 + x - 2$

   (iii) 'k' = 5

   अथवा

   $\alpha + \beta = 7$ और $\alpha\beta = 12$

   $$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{7}{12}$$

4. (i) 'a' एक शून्येतर वास्तविक संख्या है और b और c कोई भी वास्तविक संख्या है।

   (ii) $x^2 + 9x + 20$

   (iii) 'k' = $\frac{1}{4}$

   अथवा

   (iv) $k\left(x^2 + px - \frac{1}{p}\right)$

5. (i) 5x + 4y = 9500; 4x + 3y = 7370

   (ii) हॉकी की पुरस्कार राशि (x) = ₹ 980

(iii) क्रिकेट, ₹ 170 अधिक

अथवा

$2x + 2y =$ ₹ 4260

6. (i) $(18 + x)(12 + x) = 2 \times 18 \times 12$

(ii) $x^2 + 30x - 216 = 0$

(iii) 24 सेमी, 18 सेमी

अथवा

नहीं

7. (i) $2(y + 5)$ किमी

(ii) $y^2 + 5y - 500 = 0$

(iii) गति = 20 किमी./घंटा

अथवा

समय = 16 घंटे

8. (i) $60 - 2x$

(ii) $60x - 2x^2$

(iii) $x^2 - 30x + 125 = 0$

अथवा

चौड़ाई 10 मीटर या 20 मी हो सकती है

9. (i) 1300 इकाई

(ii) 1400 इकाई

(iii) $a_n = 600 + 700\,n$

अथवा

38500 इकाई

10. (i) 30 मी

(ii) 30, 50, 70, 90, ...

(iii) 410 मी

अथवा

4400 मी

11. (i) त्रिभुजों की समरूपता

(ii) 27 मी

(iii) 184 मी

अथवा

621 मी

12. (i) 240 सेमी

(ii) 0.9 मी

(iii) 6 सेकेंड

अथवा

5.4 मी

13. (i) $13\sqrt{2}$ मी

(ii) $\left(-\frac{13}{2}, -2\right)$

(iii) T

अथवा

$\sqrt{109}$ मी तथा $13\sqrt{2}$ मी

14. (i) R(200, 400), S(–200, 400)

(ii) 1600 वर्ग इकाई

(iii) $400\sqrt{2}$ इकाई

अथवा

k = 1

15. (i) 14.62 मी

(ii) 43.69 मी

(iii) 19.07 मी

अथवा

10.38 मी तथा 3 मी

16. (i) 20 मी

(ii) 17.32 मी

(iii) लगभग 30 मी

अथवा

51.96 मी

17. (i) 1136.4 किमी

(ii) 1937 किमी

(iii) 8385.7 किमी

अथवा

45°

18. (i) 120 मी

(ii) $182\sqrt{3}$ मी

(iii) 107 मी (लगभग)

अथवा

214 मी (लगभग)

19. (i) 120°

(ii) 60°

(iii) 60°

अथवा

60°

20. (i) $75\sqrt{3}$ सेमी

(ii) 150 सेमी

(iii) $\frac{75}{2}\sqrt{3}$ सेमी

अथवा

37.5 सेमी

21. (i) 38.5 वर्ग सेमी

(ii) 50 वर्ग सेमी

(iii) (a) ₹ 230

अथवा

(a) 11 सेमी

22. (i) 84 वर्ग मी

(ii) 90°

(iii) 9.625 वर्ग मी

अथवा

5.11 वर्ग मी (लगभग)

23. (i) 8.5 मी

(ii) 2800 वर्ग मी

(iii) ₹ 11428

अथवा

17587.5 घन मी

24. (i) 84π वर्ग सेमी

(ii) 92.5π घन सेमी

(iii) ₹ 9.66 (लगभग)

अथवा

(iv) ₹ 1835.40

25. (i) 600 – 800

(ii) 7

(iii) $77\frac{3}{7}$ मिमी

अथवा

850 मिमी

26. (i) 31

(ii) 40

(iii) 43 सेकेंड

अथवा

46 सेकेंड

27. (i) 13

(ii) $\frac{1}{2}$

(iii) O

अथवा

$\frac{18}{40}$ या $\frac{9}{20}$

28. (i) 8

(ii) $\frac{1}{8}$

(iii) $\frac{7}{8}$

अथवा

$\frac{4}{8}$ या $\frac{1}{2}$

अभ्यास पत्र – I

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंकः 80**

सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत ध्यान से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए:

(i) इस प्रश्न पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) यह प्रश्न पत्र पाँच खंडों **क, ख, ग, घ** और **ङ** में विभाजित है।

(iii) खंड **क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) हैं तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन–तर्क आधारित प्रश्न एक–एक अंक के प्रश्न हैं।

(iv) खंड **ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो–दो अंकों के प्रश्न हैं।

(v) खंड **ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन–तीन अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) खंड **घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच–पाँच अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) खंड **ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधरित चार–चार अंकों के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रकरण अध्ययन में आंतरिक विकल्प केवल दो अंकों के प्रश्न में दिया गया हैं।

(viii) प्रश्न पत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खंड ख के 2 प्रश्नों में, खंड ग के 2 प्रश्नों में, खड घ के 2 प्रश्नों में और खंड ङ के तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

(ix) जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ आकृतियाँ बनाइए। जहाँ आवश्यक हो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए, यदि अन्यथा न दिया गया हो।

(x) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खंड क

इस खंड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि दो धनात्मक पूर्णांक a और b को $a = x^3 y^2, b = xy^3$ के रूप में लिखा जाए, जहाँ x, y अभाज्य संख्याएँ हैं, तो धनात्मक पूर्णांकों के गुणनफल को LCM (a, b) से विभाजित करने पर प्राप्त परिणाम है:

(a) xy (b) xy^2

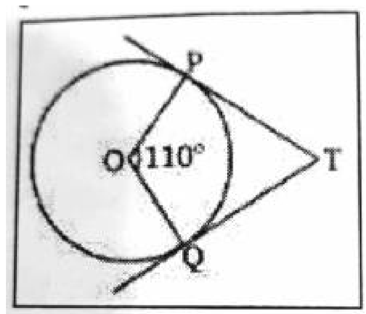
(c) x^3y^3 (d) x^2y^2

2. यदि $p - 1, p + 1$ और $2p + 3$ एक A.P. के तीन क्रमागत पद हैं, तो p का मान है:

(a) -2 (b) 4

(c) 0 (d) 2

3. आकृति में, यदि TP और TQ केंद्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle POQ = 110°$, तो $\angle PTQ$ बराबर है;



(a) 60° (b) 70°

(c) 80° (d) 90°

4. $\left[\frac{3}{4}\tan^2 30° - \sec^2 45° + \sin^2 60°\right]$ बराबर है:

(a) -1 (b) $\frac{5}{6}$

(c) $-\frac{3}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

5. निम्न में कौन से द्विघात बहुपद के शून्यक $-\frac{2}{3}$ और $\frac{2}{3}$ हैं?

(a) $4x^2 - 9$ (b) $\frac{4}{9}(9x^2 + 4)$

(c) $x^2 + \frac{9}{4}$ (d) $5(9x^2 - 4)$

6. बिंदुओं A (3, 6) और B (– 12, – 3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को x–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है?

(a) 1:2 (b) 1:4

(c) 4:1 (d) 2:1

7. k का वह मान, जिसके लिए समीकरणों $kx = y + 2$ तथा $6x = 2y + 3$ के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक होते हैं:

(a) $k = 3$ (b) मौजूद नहीं

(c) $k = -3$ (d) $k = 4$

8. यदि मीनार की ऊँचाई उसकी छाया की लंबाई के बराबर है, तो सूर्य का उन्नयन कोण .... है।

(a) $30°$ (b) $45°$

(c) $60°$ (d) $90°$

9. 'd' व्यास के अर्धवृत्त का क्षेत्रफल क्या है?

(a) $\frac{1}{16}\pi d^2$ (b) $\frac{1}{4}\pi d^2$

(c) $\frac{1}{8}\pi d^2$ (d) $\frac{1}{2}\pi d^2$

10. जब $\sec\theta$ को $\cot\theta$ के रूप में व्यक्त किया जाता है, तब यह बराबर है:

(a) $\frac{1+\cot^2\theta}{\cot\theta}$ (b) $\sqrt{1+\cot^2\theta}$

(c) $\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$ (d) $\frac{\sqrt{1-\cot^2\theta}}{\cot\theta}$

11. यदि तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो अधिक से अधिक एक पट आने की प्रायिकता क्या होगी?

(a) $\frac{3}{8}$ (b) $\frac{4}{8}$

(c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{7}{8}$

12. निम्नलिखित में से किस द्विघात समीकरण के मूलों का योगफल 4 है?

(a) $2x^2 - 4x + 8 = 0$ (b) $-x^2 + 4x + 4 = 0$

(c) $\sqrt{2x}^2 - \frac{4}{\sqrt{2}}x + 1 = 0$ (d) $4x^2 - 4x + 4 = 0$

13. एक इलाके में 16 मीटर और 12 मीटर के व्यास के दो वृत्ताकार पार्कों के क्षेत्रफल के योग के बराबर क्षेत्र में एक वृत्ताकार पार्क बनाने का प्रस्ताव है। नए पार्क की त्रिज्या है:

(a) 10 मीटर (b) 15 मीटर

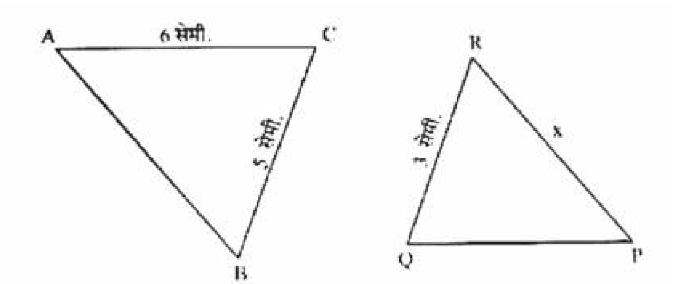
(c) 20 मीटर (d) 24 मीटर

14. एक थैले में 100 कार्ड हैं जिन पर 1 से 100 की संख्याएँ अंकित हैं। इस थैले में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। इस कार्ड पर एक पूर्ण घन संख्या अंकित होने की प्रायकिता क्या होगी?

(a) $\frac{1}{20}$ (b) $\frac{3}{50}$

(c) $\frac{1}{25}$ (d) $\frac{7}{100}$

15. दी गई आकृति में, $\Delta ABC \sim \Delta QPR$ है। यदि AC = 6 सेमी, BC = 5 सेमी, QR = 3 सेमी और PR = x हैं, तो x का मान हैं:



(a) 3.6 सेमी (b) 2.5 सेमी

(c) 10 सेमी (d) 3.2 सेमी

16. नीचे दिया हुआ बंटन 80 विद्यार्थियों द्वारा, एक परीक्षा में, प्राप्त अंकों को दर्शाता है:

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	3	12	27	57	75	80

इस बंटन का बहुलक वर्ग है:

(a) 10 – 20 (b) 20 – 30

(c) 30 – 40 (d) 50 – 60

17. बिंदुओं $(0, 2\sqrt{5})$ और $(-2\sqrt{5})$, के बीच की दूरी है:

(a) $2\sqrt{10}$ इकाई (b) $4\sqrt{10}$ इकाई

(c) $2\sqrt{20}$ इकाई (d) 0 इकाई

18. एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भज PQRS खींचा गया है। यदि PQ = 12 सेमी, QR = 15 सेमी और RS = 14 सेमी है तो, SP की लंबाई हैः

(a) 15 सेमी (b) 14 सेमी

(c) 12 सेमी (d) 11 सेमी

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) और दूसरे तर्क को (R) द्वारा अंकित किया गया है। नीचे दिए गए विकल्पों (a), (b), (c) और (d) में से इन प्रश्नों का सही उत्तर चुनिए।

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं परंतु तर्क (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

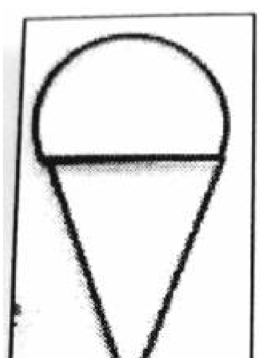
(c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

(d) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. **अभिकथन (A)** : a, b, c एक A.P. के पद होंगे अगर और केवल अगर 2b = a + c है।

तर्क (R) : पहली 'n' विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 है।

20. **अभिकथन (A)** : लटटू का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल, अर्धगोलाकार के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल और शंकु के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का योग है।



तर्क (R) : अर्धगोले और शंकु की समतल सतहों को एक साथ जोड़कर लट्टू प्राप्त किया जाता है।

खंड ख

इस खंड में अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

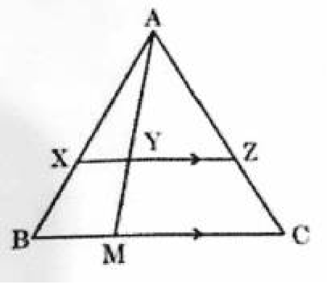
21. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 85 और 72 को भाग करने पर शेषफल क्रमशः 1 और 2 आते हैं।

22. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$ है, तो $\sin\theta.\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $4\cot^2 45° - \sec^2 60° + \sin^2 60° + p = \frac{3}{4}$ है, तो p का मान ज्ञात कीजिए।

23. दी गई आकृति में, XY, BC के समान्तर है। यदि AZ = 3 सेमी, BM = 3 सेमी और MC = 5 सेमी है तो XY की लंबाई ज्ञात कीजिए।

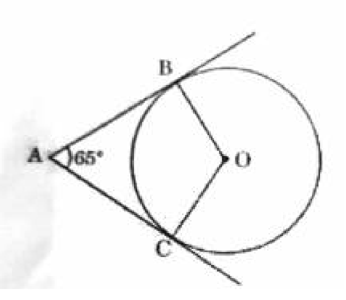


24. ΔABC के शीर्षों A, B और C को केंन्द्र मानकर 14 सेमी त्रिज्या वाले चाप खीचें जाते हैं। इस प्रकार प्राप्त तीन भागों को त्रिभुज से हटा दिया जाता है। त्रिभुज से हटाया गया कुल क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस वृत्त का व्यास क्या है जिसका क्षेत्रफल 40 सेमी और 9 सेमी वाले दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है?

25. दी गई आकृति में, वृत्त का केन्द्र O है। बिन्दु A से इस वृत्त पर AB और AC स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि $\angle BAC = 65°$ है, तो $\angle BOC$ की माप ज्ञात कीजिए।



खंड ग

इस खंड में लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. दो संख्याओं के अंतर का आधा 2 है। बड़ी संख्या और छोटी संख्या के दोगुने का योगफल 13 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

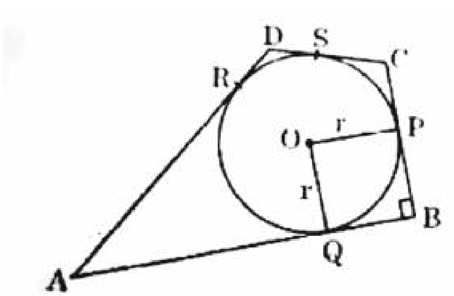
अथवा

यदि रैखिक समीकरण निकाय $2x + 3y = 7$ और $2ax + (a + b)y = 28$ के अपरिमित रूप से अनेक हल हों, तो 'a' और 'b' के मान ज्ञात कीजिए।

27. संख्याओं 18180 और 7575 का अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा LCM ज्ञात कीजिए। इन दो संख्याओं का HCF भी ज्ञात कीजिए।

28. सिद्ध कीजिए: $\left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right) = \left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right) = \frac{1}{\tan\theta + \cot\theta}$

29. दी गई आकृति में, एक चतुर्भुज ABCD में एक वृत्त बनाया गया है जिसमें $\angle B = 90°$ है। यदि AD = 17 सेमी, AB = 20 सेमी और DS = 3 सेमी, हो, तो वृत की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



अथवा

दो संकेंद्रित वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 सेमी और 3 सेमी हैं। बड़े वृत्त की वह जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, की लंबाई ज्ञात कीजिए।

29. द्विघात बहुपाद $4s^2 - 4s + 1$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों और गुणांको के बीच संबंध की पुष्टि कीजिए।

30. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्य 25 है। 'a' का मान ज्ञात कीजिए तथा आँकड़ों का बहुलक भी ज्ञात कीजिए।

वर्ग–अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारंबारता	5	18	15	a	6

खंड घ

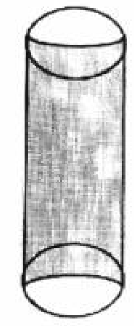
इस खंड में लघु उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

32. एक ट्रेन एक समान गति से 360 किमी की यात्रा करती है। यदि गति 5 किमी/घंटा अधिक होती, तो उसे यात्रा में 1 घंटा कम लगता। ट्रेन की गति ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक मोटर बोट जिसकी शांत जल में गति 18 किमी/घंटा है, धारा के प्रतिकूल 24 किमी जाने में धारा के अनुकूल उसी स्थान पर लौटने की तुलना में 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की गति ज्ञात कीजिए।

33. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए एक वस्तु बनाई गई है, जैसा आकृति में दिखाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 सेमी है और इसके आधार कि त्रिज्या 3.5 सेमी है, तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



34. निम्नखिलित आँकड़ों का माध्य 50 है। 'p' और 'q' के मान ज्ञात कीजिए, यदि सभी बारंबारताओं का योग 90 है। बहुलक भी ज्ञात कीजिए।

प्राप्त अंक	**छात्रों की संख्या**
20–30	p
30–40	15
40–50	25
50–60	20
60–70	q
70–80	8
80–90	10

अथवा

एक छात्रा ने नोट किया कि एक सड़क पर एक स्थान से गुजरने वाली कारों की संख्या प्रत्येक 3 मिनट की 100 अवधियों में कितनी हैं और इसे नीचे दी गई तालिका में सारांशित किया गया है। निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य और माध्यक ज्ञात कीजिए।

कारों की संख्या	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
बारंबारता (अवधियाँ)	7	14	13	12	20	11	15	8

35. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न–भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेदन करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो सिद्ध कीजिए कि अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित होती हैं।

खंड ङ

इस खंड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित इकाइयों के मूल्यांकन के चार–चार अंको के प्रश्न हैं।

36. मैनपावर की कम लागत और उच्च गुणवत्ता वाले उत्पादन में योगदान देने वाली मजबूत तकनीकी और इंजीनियरिंग क्षमताओं के कारण भारत प्रतिस्पर्धी विनिर्माण स्थान है। एक फैक्ट्री में टीवी सेट का उत्पादन हर साल एक निशिचित संख्या में समान रूप से बढ़ता है। इसने 6वे साल में 16000 सेट और 9वें साल में 22600 सेट बनाए।

(i) किस वर्ष में, उत्पादन 29,200 सेट है?

(ii) आठवें वर्ष में उत्पादन ज्ञात कीजिए।

अथवा

पहले 3 वर्षो के दौरान उत्पादन ज्ञात कीजिए।

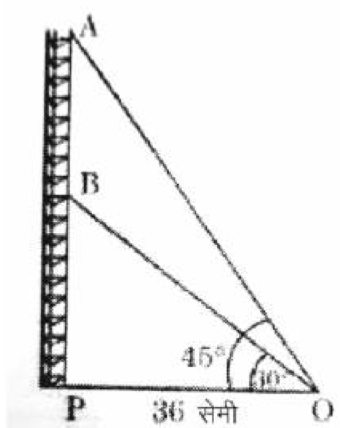
(iii) सातवें और चौथे वर्ष के दौरान उत्पादन का अंतर ज्ञात कीजिए।

प्रकरण अध्ययन–2

37. रेडियो टॉवरों का उपयोग रेडियो और टेलिविजन सहित संचार सेवाओं की एक श्रृंखला को प्रसारित करने के लिए किया जाता है। टॉवर या तो स्वयं एंटीना के रूप में कार्य करेगा या इसकी सरंचना पर एक या एक से अधिक एंटेना का समर्थन करेगा।

इसी तरह की अवधारणा पर, दो खंडों A और B में एक रेडियो स्टेशन टॉवर बनाया गया था। टॉवर एक बिन्दु O से तारों द्वारा समर्थित है। टॉवर के पाद और बिंदु O के बीच की

दूरी 36 सेमी है। बिंदु O से खंड B के शिखर का उन्नयन कोण 30° तथा खंड A के शिखर को उन्नयन कोण 45° है।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उतर दीजिएः

(i) बिंदु O से खंड B के शिखर तक लगी तार की लंबाई ज्ञात कीजिए

(ii) AB की दूरी ज्ञात कीजिए।

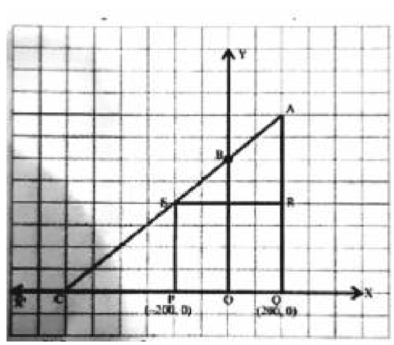
अथवा

ΔOPB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iii) टॉवर के पाद से खंड A की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

प्रकरण अध्ययन–3

38. जगदीश के पास एक खेत है जो एक समकोण त्रिभुज AQC के आकार का है। वह खेत के अंदर एक वर्गाकार PQRS के रूप में गेहूँ उगाने के लिए और शेष जगह सब्जियाँ उगाने के लिए (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है) छोड़ना चाहता है। खेत में, O के रूप में चिन्हित एक खंभा है।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उतर दीजिए।

(i) O को मूल बिंदु मान कर, बिंदुओं P और Q के निर्देशांक क्रमशः (–200, 0) और (200, 0) हैं। PQRS एक वर्ग होने के लिए, R और S के निर्देशांक क्या होंगे?

(ii) वर्ग PQRS का क्षेत्रफल क्या है?

अथवा

PR की लंबाई क्या है?

(iii) यदि बिंदु S, रेखाखण्ड CA को अनुपात K:1 में विभाजित करता है, तो K का मान क्या होगा, यदि बिंदु A के निर्देशांक (200, 800) हो?

हल सहित उत्तर

खंड–क

1. (b) xy^2

2. (c) 0

3. (b) 70°

4. (a) –1

5. (d) $5(9x^2 - 4)$

6. (d) 2:1

7. (b) मौजूद नही

8. (b) 45°

9. (c) $\frac{1}{8}\pi d^2$

10. (c) $\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$

11. (b) $\frac{4}{8}$

12. $2x^2 - 4x + 8 = 0$

13. (a) 10 मीटर

14. (c) $\frac{1}{25}$

15. (b) 2.5 सेमी

16. (c) 30–40

17. (a) $2\sqrt{10}$ इकाई

18. 11 सेमी

19. (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही है परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

20. (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही है और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खंड–ख

21. $85 - 1 = 84$

$72 - 2 = 70$

HCF $(84, 70) = 14$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या 14 है।

22. $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर हमे प्राप्त होता है

$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = 3$

$\Rightarrow \quad 1 + 2\sin\theta\cos\theta = 3$

$\Rightarrow \quad \sin\theta\cos\theta = 1$

अथवा

$$4(1)^2 - (2)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + p = \frac{3}{4}$$

$\Rightarrow \quad p = 0$

23. $\Delta AYZ \sim \Delta AMC$

$$\therefore \quad \frac{AZ}{ZC} = \frac{AY}{YM} \qquad ....(1)$$

$\Delta AXY \sim \Delta ABM$

$$\therefore \quad \frac{AY}{YM} = \frac{XY}{BM} \qquad ....(2)$$

(1) और (2) से हमे प्राप्त होता है

$$\frac{AZ}{ZC} = \frac{XY}{BM}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3}{2} = \frac{XY}{3}$$

$\Rightarrow \quad XY = 4.5$ सेमी

24. वांछित क्षेत्रफल $= \dfrac{22}{7} \times \dfrac{(14)^2 \times 180^\circ}{360^\circ} = 308$ वर्ग सेमी

अथवा

$$\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi(40)^2 + \pi(9)^2$$

$\Rightarrow$ d = 82 सेमी

25. $\angle BOC = 180° - 65° = 115°$

खंड–ग

26. माना दो संख्याएँ x और y इस प्रकार है कि x > y है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{1}{2}(x-y) = 2 \quad \Rightarrow \quad x - y = 4 \qquad ...(1)$$

$$x + 2y = 13 \qquad ...(2)$$

(1) और (2) को हल करने पर हमे x = 7 और y = 3 प्राप्त होता है।

अथवा

अपरिमित रूप से अनेक हल के लिए

$$\frac{2}{2a} = \frac{3}{a+b} = \frac{7}{28}$$

इसे हल करने पर हमें a = 4 और y = 3 प्राप्त होता है।

27. $18180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 101$

$7575 = 3 \times 5^2 \times 101$

$LCM = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 101 = 90900$

$HCF = 3 \times 5 \times 101 = 1515$

28. $$LHS = \left(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}\right) \times \left(\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}\right) = \frac{\sin^2 \times \cos^2\theta}{\cos\theta \times \sin\theta} = \sin\theta \times \cos\theta$$

$$RHS = \frac{1}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \frac{\sin\theta \times \cos\theta}{\sin^2 + \cos^2\theta} = \sin\theta \times \cos\theta$$

$\therefore$ LHS = RHS

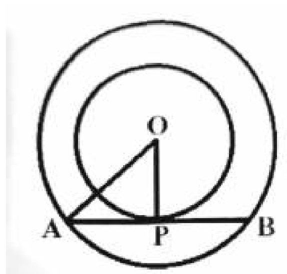
29. AQ = AR = AD – DR = AD – DS = 17 – 3 = 14 सेमी

QB = AB – AQ = 20 – 14 = 6 सेमी

OPBQ एक वर्ग है।

$\therefore$ r = QB = 6 सेमी

अथवा



AP = $\sqrt{(5)^2 - (3)^2}$ = 4 सेमी

AB = 2AP = 2 × 4 = 8 सेमी

30. $4s^2 - 4s + 1$

$= (2s - 1)(2s - 1)$

$\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{2}$ शून्यक हैं।

शून्यकों का योगफल $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = \frac{-(-4)}{4} = \frac{-s \text{ का गुणांक}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$

शून्यकों का गुणनफल $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{\text{अचर पद}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$

31.

C.I	f_i	x_i	$f_i x_i$
0–10	5	5	25
10–20	18	15	270
20–30	15	25	375
30–40	a	35	35a
40–50	6	45	270
योग	44 + a		940 + 35a

$$25 = \frac{940 + 35a}{44 + a}$$

$\Rightarrow$ a = 16

बहुलक वर्ग: 10 – 20

$$\text{बहुलक} = 10 + \left(\frac{18 - 5}{2 \times 18 - 5 - 15}\right) \times 10$$

$$= 18.125$$

खंड–घ

32. माना ट्रेन की गति x किमी/घंटा है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x + 5} = 1$$

$\Rightarrow$ $x^2 + 5x - 1800 = 0$

$\Rightarrow$ $(x + 45)(x - 40) = 0$

$\therefore$ $x = -45$ or $x = 40$

परन्तु गति हमेशा धनात्मक होती है।

अतः ट्रेन की गति 40 किमी/घंटा है।

अथवा

माना धारा की गति x किमी/घंटा है।

प्रश्नानुसार

$$\frac{24}{18 - x} - \frac{24}{18 + x} = 1$$

$\Rightarrow$ $x^2 + 48x - 324 = 0$

$\Rightarrow$ $(x + 54)(x - 6) = 0$

$\therefore$ $x = -54$ or $x = 6$

परन्तु गति हमेशा धनात्मक होती है।

अतः धारा की गति 6 किमी/घंटा है।

33. संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \left(\frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 10\right) + \left(2 \times 2 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2\right)$

$= 539$ वर्ग सेमी

34.

प्राप्त अंक	छात्रों की संख्या (f_i)	cf
20—30	p	p
30—40	15	p + 15
40—50	25	p + 40
50—60	20	p + 60
60—70	q	p + q + 60
70—80	8	p + q + 68
80—90	10	p + q + 78

माध्यक वर्ग: 50 – 60

$$50 = 50 + \left(\frac{\left(\frac{90}{2}\right) - (p + 40)}{20}\right) \times 10$$

$\Rightarrow \quad p = 5$

$p + q + 78 = 90$

$\Rightarrow \quad 5 + q + 78 = 90$

$\Rightarrow \quad q = 7$

बहुलक वर्ग: 40 – 50

$$\text{बहुलक} = 40 + \left(\frac{25 - 15}{2 \times 25 - 15 - 20}\right) \times 10$$

$$= 46\frac{2}{3}$$

अथवा

कारों की संख्या	f_i	x_i	u_i	f_iu_i	cf
0–10	7	5	–3	–21	7
10–20	14	15	–2	–28	21
20–30	13	25	–1	–13	34
30–40	12	35 = a	0	0	46
40–50	20	45	1	20	66
50–60	11	55	2	22	77
60–70	15	75	3	45	92
70–80	8	75	4	32	100
योग	100			57	

माध्य $= 35 + \frac{57}{100} \times 100 = 40.7$

माध्यक वर्ग: 40 – 50

माध्य $= 40 + \left(\frac{\left(\frac{100}{2}\right) - 46}{20}\right) \times 10$

35. सही आकृति, दिया है, सिद्ध करना है, रचना और प्रमाण।

खंड–ङ

36. $a_6 = a + 5d = 16000$ और $a_9 = a + 8d = 22600$

$\therefore \quad a = 5000$ और $d = 2200$

(i) $29200 = 50000 + (n - 1) \times 2200$

$\Rightarrow \quad n = 12$

(ii) $a_8 = 5000 + 7 \times 2200 = 20400$

अथवा

$S_3 = \frac{3}{2} \times [2 \times 5000 + 2 \times 2200] = 21600$

(iii) $a_7 - a_4 = (a + 6d) - (a + 3d) = 3d = 3 \times 2200 = 6600$

37. (i) $BO = 24\sqrt{3}$ सेमी

(ii) $BP = 12\sqrt{3}$ सेमी और $AP = 36$ सेमी

अथवा

$AB = AP - BP = (36 - 12\sqrt{3})$ सेमी

(iii) $AP = 36$ सेमी

38. (i) $R \rightarrow (200, 400)$ और $S \rightarrow (-200, 400)$

(ii) $PQ = 400$ इकाई

क्षे. (PQRS) = 160000 वर्ग इकाई

अथवा

$PQ = 400$ इकाई

$\therefore \quad PR = 400\sqrt{2}$ इकाई

(iii) $C \rightarrow (-600, 0)$ और $A \rightarrow (200, 8000)$

$$400 = \frac{0 \times 1 + 800 \times k}{k + 1} \Rightarrow \quad k = 1$$

अभ्यास पत्र – II

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंकः 80**

सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत ध्यान से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए:

(i) इस प्रश्न पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) यह प्रश्न पत्र पाँच खंडों **क, ख, ग, घ** और **ङ** में विभाजित हैं।

(iii) खंड **क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) हैं तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन–तर्क आधारित प्रश्न एक–एक अंक के प्रश्न हैं।

(iv) खंड **ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो–दो अंकों के प्रश्न हैं।

(v) खंड **ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन–तीन अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) खंड **घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच–पाँच अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) खंड **ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधरित चार–चार अंकों के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रकरण अध्ययन में आंतरिक विकल्प केवल दो अंकों के प्रश्न में दिया गया हैं।

(viii) प्रश्न पत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खंड ख के 2 प्रश्नों में, खंड ग के 2 प्रश्नों में, खड घ के 2 प्रश्नों में और खंड ङ के तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

(ix) जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ आकृतियाँ बनाइए। जहाँ आवश्यक हो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए, यदि अन्यथा न दिया गया हो।

(x) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खंड क

इस खंड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि समीकरण युग्म $3x - y + 8 = 0$ और $6x - ry + 16 = 0$ द्वारा निरूपति रेखाएँ संपाती हैं, तो 'r' का मान है:

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) -2 (d) 2

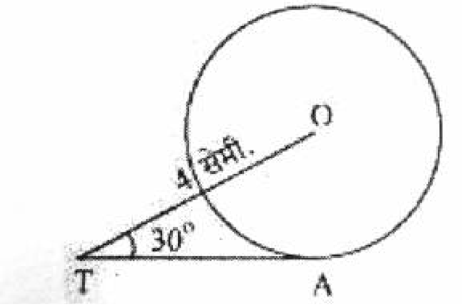
2. यदि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ जिसमें $\angle A = 32°$ और $\angle R = 65°$ है, तो $\angle B$ का माप है:

(a) 32° (b) 65° (c) 83° (d) 97°

3. यदि दो धनात्मक पूर्णांक a और b को $a = x^3y^2$ और $b = xy^3$ के रूप में लिखा जा सकता है, x, y अभाज्य संख्याएँ हैं, तो HCF (a, b) है:

(a) xy (b) xy^2 (c) x^3y^3 (d) x^2y^2

4. दी गई आकृति में, केंद्र O वाले एक वृत्त पर TA एक स्पर्श रेखा है जहाँ OT = 4 सेमी, $\angle OTA = 30°$ है, तो TA की लंबाई है:



(a) $2\sqrt{3}$ सेमी (b) 2 सेमी (c) $2\sqrt{2}$ सेमी (d) $\sqrt{3}$ सेमी

5. $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A) =$

(a) sec A (b) sin A (c) cosec A (d) cos A

6. k का न्यूनतम धनात्मक मान, जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 + kx - 4 = 0$ के परिमेय मूल हैं, है:

(a) $\pm 2\sqrt{2}$ (b) 2 (c) ±2 (d) $\sqrt{2}$

7. एक घड़ी की घंटे की सुई 6 सेमी लंबी है। इस सुई द्वारा 7:20 am और 7:55 am के बीच जो कोण रचित होगा, वह है:

(a) $\left(\frac{35}{4}\right)^\circ$ (b) $\left(\frac{35}{2}\right)^\circ$ (c) 35° (d) 70°

8. यदि 6 मीटर ऊँचे एक खंभे की छाया, भूमि पर $2\sqrt{3}$ मीटर लम्बी है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है:

(a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 90°

9. सबसे छोटी संयुक्त संख्या और सबसे छोटी अभाज्य संख्या के HCF का उनके LCM से अनुपात है:

(a) 1:2 (b) 2:1 (c) 1:1 (d) 1:3

10. एक आयत ABCD जिसके तीन शीर्ष B(0, 0), C(3, 0) और D(0, 4) हैं, उसके शीर्ष A के निर्देशक होंगे:

(a) (4, 0) (b) (0, 3) (c) (3, 4) (d) (4, 3)

11. एक वृत्त की त्रिज्या एक वर्ग की भुजा के समान है। उनके परिमाप का अनुपात हैं:

(a) 1 : 1 (b) $2 : \pi$ (c) $\pi : 2$ (d) $\sqrt{\pi} : 2$

12. किसी बंटन के बहुलक, माध्यक और माध्य के लिए अनुभाविक संबंध है:

(a) बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य (b) बहुलक = 3 माध्य – 2 माध्यक

(c) बहुलक = 2 माध्यक – 3 माध्य (d) बहुलक = 2 माध्य – 3 माध्यक

13. एक लड़की गणना करती है कि लॉटरी में उसके प्रथम पुरस्कार जीतने की प्रायकिता 0.08 है। यदि कुल 6000 टिकट बिकी हो, तो लड़की ने कितनी टिकटें खरीदी थी?

(a) 40 (b) 240 (c) 480 (d) 750

14. यदि 2 tan A = 3 है, तो $\frac{4\sin A + 3\cos A}{4\sin A - 3\cos A}$ का मान है:

(a) $\frac{7}{\sqrt{13}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (c) 3 (d) मौजूद नहीं है।

15. दिए गए बंटन से बहुलक वर्ग की ऊपरी सीमा ज्ञात कीजिए।

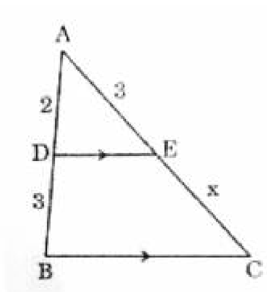
ऊंचाई (सेमी में)	140 से नीचे	145 से नीचे	150 से नीचे	155 से नीचे	160 से नीचे	165 से नीचे
लडकियों की संख्या	4	11	29	40	46	51

(a) 165 सेमी (b) 160 सेमी (c) 155 सेमी (d) 150 सेमी

16. 5 सेमी ऊँचाई के एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 वर्ग सेमी है। इस बेलन की त्रिज्या है: ($\pi = 3.14$ लीजिए)

(a) 2 सेमी (b) 3 सेमी (c) 2.9 सेमी (d) 6 सेमी

17. दी गई आकृति में, DE||BC है। यदि AD = 2 इकाई, DE = AE = 3 इकाई है और EC= x इकाई है तो x का मान होगा:



(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) $\frac{9}{2}$

18. मूल $(2 + \sqrt{3})$ और $(2 - \sqrt{3})$ वाला एक द्विघात समीकरण हैः

(a) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (b) $x^2 + 4x + 1 = 0$

(c) $4x^2 - 3 = 0$ (d) $x^2 - 1 = 0$

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमे एक को अभिकथन (A) और दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। नीचे दिए गए विकल्पी (a), (b), (c) और (d) में से इन प्रश्नों का सही उत्तर चुलिए

(a) अभिकथन और तर्क दोनों सही हैं और तर्क अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

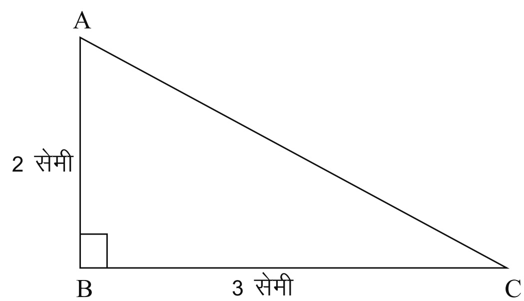
(b) अभिकथन और तर्क दोनों सही हैं परंतु तर्क अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

(d) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. **अभिकथन (A):** आकृति में दिए गए Δ ABC का परिमाप एक परिमेय संख्या है।

तर्क (R): दो परिमेय संख्याओं के वर्गों का योगफल हमेशा परिमेय संख्या होती है।



20. **अभिकथन (A):** बिंदु P(0, 2), रेखा $3x + 2y = 4$ और y-अक्ष का प्रतिच्छेदन बिंदु है।

तर्क (R): बिंदु P (0, 2) की x-अक्ष से दूरी 2 इकाई है।

खंड ख

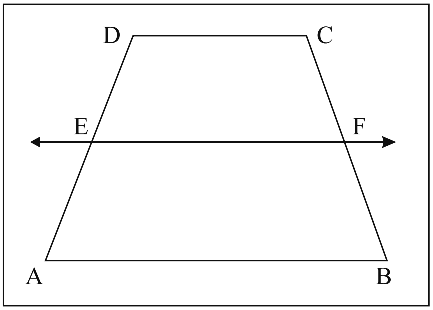
इस खंड में अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. ज्ञात कीजिए कि रैखिक समीकरणों का निम्नलिखित युग्म संगत है या असंगतः

$3x + 2y = 8$

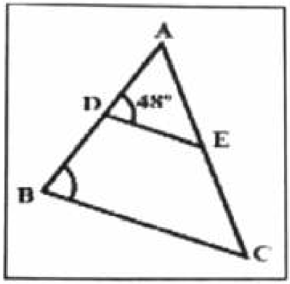
$6x - 4y = 9$

22. दी गई आकृति में, यदि ABCD एक समलंब है जिसमें AB||CD||EF है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ है।



OR

आकृति में, यदि AD = 6 सेमी, DB = 9 सेमी, AE = 8 सेमी, EC = 12 सेमी और $\angle$ ADE = 48° है। $\angle$ ABC ज्ञात कीजिए।

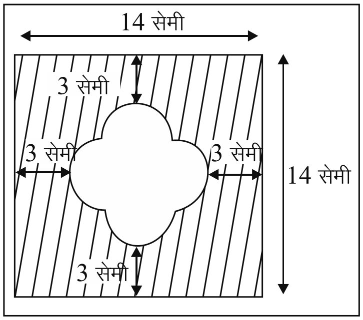


23. यदि $\cos A + \cos^2 A = 1$ है, तो $\sin^2 A + \sin^4 A$ का मान ज्ञात कीजिए।

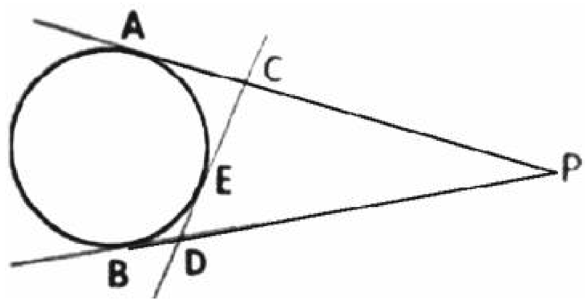
24. 10 सेमी त्रिज्या वले एक वृत्त की जीवा केंद्र पर समकोण अंतरित करती है। लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)

अथवा

दी गई आकृति में दर्शाए गए अछायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



25. एक बाहरी बिंदु P से, O केंद्र वाले एक वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ, PA और PB खींची जाती हैं। वृत्त के एक बिंदु E, पर जो एक स्पर्श रेखा खींची जाती है, PA और PB को क्रमशः C और D पर प्रतिच्छेद करती है। यदि PA = 10 सेमी है, तो ΔPCD का परिमाप ज्ञात कीजिए।



खंड ग

इस खंड में लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. यदि बहुपद $3x^2 + 5x + k$ के शून्यक α तथा β इस प्रकार हैं कि $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta = \frac{19}{9}$ है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

27. एक दो अंकों की संख्या और अंकों को उलट कर प्राप्त संख्या का योग 66 है। यदि संख्या के अंकों में 2 का अंतर है, तो संख्या ज्ञात कीजिए। ऐसी कितनी संख्याएँ हैं?

अथवा

हल कीजिए:

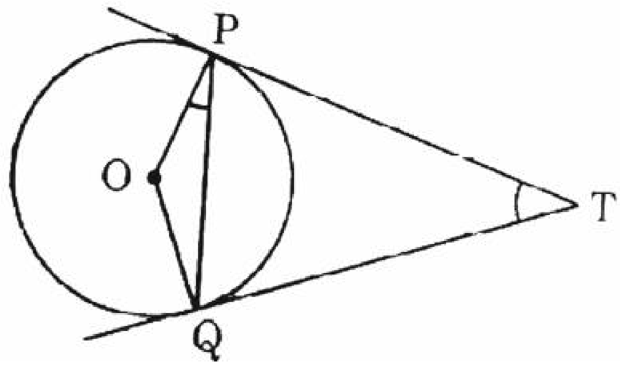
$$\frac{ax}{b} - \frac{by}{a} = a + b \; ; \; ax - by = 2ab$$

28. एक थैले में 6 लाल, 4 काली और कुछ सफेद गेंदें हैं।

(i) यदि सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है, तो बैग में सफेद गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ होने के लिए थैले में से कितनी लाल गेंदें निकाली जानी चाहिए?

29. केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिंदु T से दो स्पर्श रेखाएँ TP और TQ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ है।



30. सिद्ध कीजिए: $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A) = 1$

अथवा

सिद्ध कीजिए: $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

31. तीन घंटियाँ 6, 12 और 18 मिनट के अंतराल पर बजती हैं। यदि ये तीनों घंटियाँ एक साथ 6 am पर बजीं हों, तो उसके पश्चात् वे तीनों एक साथ कब बजेंगी?

खंड घ

इस खंड में दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

32. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB, BC तथा माध्यिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की क्रमशः भुजाओं PQ, QR तथा माध्यिका PM के समानुपाती हैं। दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है।

33. पानी के दो नल मिलकर किसी टंकी को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाले नल को टंकी को अलग से भरने में छोटे व्यास वाले नल से 10 घंटे कम लगते हैं। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें प्रत्येक नल अलग–अलग टैंक को भर सकता है।

अथवा

तीन क्रमागत प्राकृत संख्याएँ इस प्रकार हैं कि बीच वाली संख्या का वर्ग, अन्य दो संख्याओं के वर्गों के अंतर से 60 अधिक है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

34. निम्न तालिका 400 नियॉन लैंपों के जीवन काल का वितरण देती है:

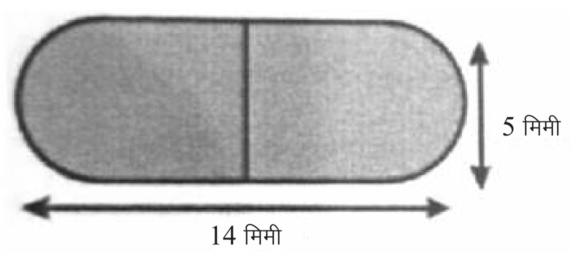
जीवन काल (घंटों में)	लैंपों की संख्या
1500-2000	14
2000-2500	56
2500-3000	60
3000-3500	86
3500-4000	74
4000-4500	62
4500-5000	48

एक लैंप का औसत जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

35. एक तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर शंक्वाकार शीर्ष लगा है। यदि बेलनकार भाग की ऊँचाई और त्रिज्या क्रमशः 3 मीटर और 14 मीटर है, तम्बू की कुल ऊँचाई 13.5 मीटर है, तो सिलाई और अपव्यय के लिए 26 वर्ग मीटर कैनवास का प्रावधान रखते हुए, तम्बू बनाने के लिए आवश्यक कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। रू 500 प्रति वर्ग मीटर की दर से खरीदे जाने वाले कैनवास का मूल्य भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक दवा का कैप्सूल एक बेलन के आकार का है जिसके प्रत्येक सिरे पर दो अर्धगोले लगे हुए हैं। पूरे कैप्सूल की लंबाई 14 मिमी और कैप्सूल का व्यास 5 मिमी है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

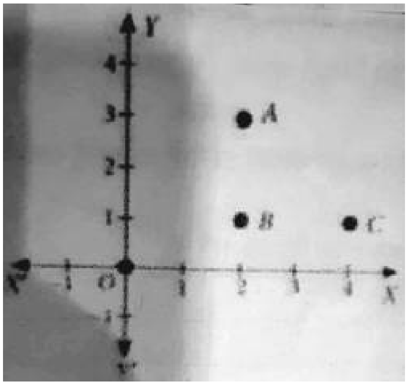


खंड ङ

इस खंड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित इकाइयों के मूल्यांकन के चार–चार अंकों के प्रश्न हैं।

प्रकरण अध्ययन–1

36. आलिया और शगुन दोस्त हैं और पटेल नगर की एक ही गली में रहती हैं। शगुन का घर एक गली से दूसरी गली के चौराहे पर है जिस पर एक पुस्तकालय है। वे दोनों एक ही स्कूल में पढ़ते हैं और वह शगुन के घर से ज्यादा दूर नहीं है। मान लीजिए कि स्कूल बिंदु O पर स्थित है, अर्थात, मूल स्थान, आलिया का घर A (2, 3) पर है, शगुन का घर B (2, 1) पर है और पुस्तकालय C (4, 1) पर है। उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(i) आलिया का घर शगुन के घर से कितनी दूर है?

(ii) शगुन के घर से पुस्तकालय कितनी दूर है?

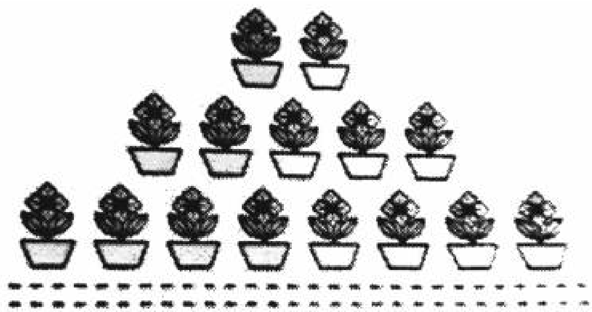
(iii) कौन सी दूरी अधिक है– शगुन के घर और स्कूल के बीच की दूरी अथवा आलिया के घर और पुस्तकालय के बीच की दूरी है?

अथवा

दर्शाइए कि आलिया का घर, शगुन का घर और पुस्तकालय एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज बनाते हैं।

प्रकरण अध्ययन–2

37. अहाना एक पौधा प्रेमी होने के कारण अपनी बालकनी को पौधों से भरे एक खूबसूरत बगीचे में बदलने का फैसला करती है। उसने अपनी बालकनी के लिए कुछ पौधे और गमले खरीदे। उसने गमलों को इस प्रकार रखा कि पहली पंक्ति में गमलों की संख्या 2, दूसरी पंक्ति में गमलों की संख्या 5, तीसरी पंक्ति में 8 और इसी प्रकार अन्य पंक्तियों में।



उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) दसवीं पंक्ति में रखे गमलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) पाँचवी और दूसरी पंक्तियों में रखे गमलों की संख्याओं का अंतर ज्ञात कीजिए।

(iii) यदि अहाना 100 गमलें रखना चाहती हो, तो इन सभी गमलों को व्यवस्थित करने में कुल पंक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि अहाना के पास 12 पंक्तियों का स्थान उपलब्ध हो, तो वह कुल कितने गमलें इन पंक्तियों में व्यवस्थित कर सकेगी?

प्रकरण अध्ययन–3

38. 5 मीटर ऊँची एक मीनार के शिखर पर एक ध्वजदंड लगा हुआ है। भूमि पर एक बिंदु से, ध्वजदंड के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 45° है।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) उपर्युक्त स्थिति को दर्शाने के लिए एक स्वच्छ नामांकित आकृति बनाइए।

(ii) ध्वजदंड की ऊँचाई क्या है?

(iii) यदि एक अन्य बिंदु पर मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है, तो इस नए बिंदु की मीनार के पाद से दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

मीनार के शिखर और नए बिंदु जिस पर मीनार के शिखर का उन्नयण कोण 30° है, के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल सहित उत्तर

खंड–क

1. (d) 2
2. (c) 83°
3. (b) xy^2
4. (a) $2\sqrt{3}$ सेमी
5. (d) cos A
6. (c) ± 2
7. (b) $\left(\frac{35}{2}\right)^{\circ}$
8. (a) 60°
9. (a) 1:2
10. (c) (– 3, 4)
11. (c) π : 2
12. (a) बहुलक = 3 माध्यक – 2 माध्य
13. (c) 480
14. (c) 3
15. (d) 150 सेमी
16. (b) 3 सेमी
17. (d) $\frac{9}{2}$
18. (a) $x^2 - 4x + 1 = 0$
19. (d) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।
20. (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही है परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

खंड–क

21. संगत
22. सही प्रमाण।

अथवा

48°

23. 1
24. 28.1 वर्ग सेमी

अथवा

$41\frac{1}{7}$ वर्ग सेमी

25. 20 सेमी

खंड–ग

26. $k = 2$

27. 42 या 24 (दो)

अथवा

$x = b$ और $y = -a$

28. (i) 5 (ii) 5

29. सही प्रमाण।

30. सही प्रमाण।

अथवा

सही प्रमाण।

31. 6:36 a.m.

खंड–घ

32. सही प्रमाण।

33. 25 घंटे, 15 घंटे

अथवा

9, 10, 11

34. 3410 घंटे

35. 1060 वर्ग मीटर, ₹ 530000

अथवा

220 वर्ग मिमी

खंड–ङ

36. (i) 2 इकाई (ii) 2 इकाई

(iii) आलिया के घर पुस्तकालय के बीच की दूरी **अथवा** सही प्रमाण।

37. (i) 29 (ii) 9

(iii) 8वाँ **अथवा** 222

38. (i) सही आकृति (ii) $(5\sqrt{3} - 1)$ मीटर

(iii) $5\sqrt{3}$ मीटर अथवा 10 मीटर

अभ्यास पत्र – III

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंकः 80**

सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत ध्यान से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिएः

(i) इस प्रश्न पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) यह प्रश्न पत्र पाँच खंडों **क, ख, ग, घ** और **ङ** में विभाजित हैं।

(iii) खंड **क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) हैं तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन–तर्क आधारित प्रश्न एक–एक अंक के प्रश्न हैं।

(iv) खंड **ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो–दो अंकों के प्रश्न हैं।

(v) खंड **ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन–तीन अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) खंड **घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच–पाँच अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) खंड **ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधरित चार–चार अंकों के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रकरण अध्ययन में आंतरिक विकल्प केवल दो अंकों के प्रश्न में दिया गया हैं।

(viii) प्रश्न पत्र में कोई समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खंड ख के 2 प्रश्नों में, खंड ग के 2 प्रश्नों में, खड घ के 2 प्रश्नों में और खंड ङ के तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रावधान दिया गया है।

(ix) जहाँ आवश्यक हो स्वच्छ आकृतियाँ बनाइए। जहाँ आवश्यक हो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए, यदि अन्यथा न दिया गया हो।

(x) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

खंड क

इस खंड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

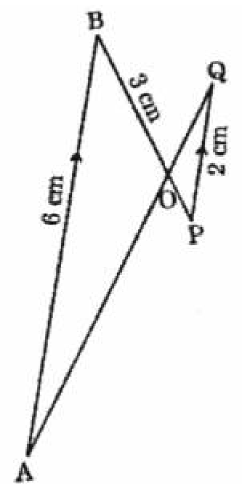
1. समीकरण $x^2 + 3x - 10 = 0$ के मूल हैंः

(a) $2, -5$ (b) $-2, 5$ (c) $2, 5$ (d) $-2, -5$

2. यदि 'p' और 'q' प्राकृत संख्याएँ हैं और 'p', संख्या 'q' का गुणज है तो 'p' और 'q' का HCF क्या है?

(a) pq (b) p (c) q (d) p + q

3. दी गई आकृति में, $AB \| PQ$ है। यदि $AB = 6$ सेमी, $PQ = 2$ सेमी और $OB = 3$ सेमी है तो OP की लंबाई है:



(a) 9 सेमी (b) 3 सेमी (c) 4 सेमी (d) 1 सेमी

4. यदि $\cos A = \frac{4}{5}$ तो $\tan A$ का मान है:

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{1}{8}$

5. त्रिज्या 14 सेमी वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड, जिसका कोण 90° है, की संगत चाप की लंबाई क्या है?

(a) 22 सेमी (b) 44 सेमी (c) 88 सेमी (d) 11 सेमी

6. यदि एक मीनार के शिखर का, इनके पाद से 75 मीटर की दूरी पर स्थित एक बिंदु से उन्नयण कोण 60° है, तो मीनार की ऊँचाई है:

(a) $75\sqrt{2}$ मीटर (b) $50\sqrt{3}$ मीटर (c) $25\sqrt{3}$ मीटर (d) $75\sqrt{3}$ मीटर

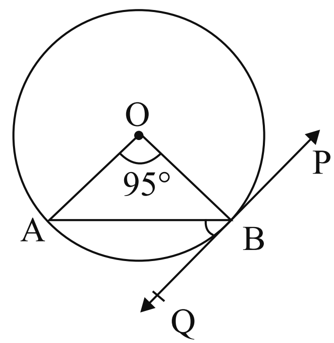
7. यदि बहुपद $p(x) = x^2 + x - 1$ के शून्यक α और β हैं, तो $\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$ बराबर है:

(a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) $-\frac{1}{2}$

8. 20 व्यक्तियों के समूह में, 5 व्यक्ति तैर नहीं सकते हैं। यदि एक व्यक्ति को यादृच्छया चुना जाता है, तो उसके तैर सकने की प्रायिकता होगी:

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) 1 (d) $\frac{1}{4}$

9. दी गई आकृति में, केंद्र O वाले एक वृत्त पर PQ एक स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOB = 95°$ है, तो $\angle ABQ$ का माप होगा:



(a) 47.5° (b) 42.5° (c) 85° (d) 95°

10. t का वह मान जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $(t + 3)\,x - 3y = t;\ tx + ty + 12 = 0$ के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं, है:

(a) 6 (b) 0 (c) – 6 (d) 12

11. 24 सेमी ऊँचाई और 7 सेमी त्रिज्या वाले एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल है:

(a) 528 वर्ग सेमी (b) 1056 वर्ग सेमी (c) 550 वर्ग सेमी (d) 500 वर्ग सेमी

12. बिंदुओं A(6, 5) और B(4, 1) को मिलाने वाले रेखाखंड को x-अक्ष जिस अनुपात में बाँटता है, वह है:

(a) 1 : 5 (b) 1 : 7 (c) 5 : 1 (d) 7 : 1

13. A.P. $\sqrt{6}, \sqrt{24}, \sqrt{54}, ...$ का अगला पद है:

(a) $\sqrt{60}$ (b) $\sqrt{96}$ (c) $\sqrt{72}$ (d) $\sqrt{216}$

14. किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता 'p' और उसके न घटने की प्रायिकता 'q' है तो 'p' और 'q' का संबंध है:

(a) $p + q = 1$ (b) $p = 1, q = 1$ (c) $p = q - 1$ (d) $p + q + 1 = 0$

15. यदि एक सांख्यिकी आँकड़ों के प्रत्येक प्रेक्षण के मान में 3 की वृद्धि कर दी जाए, तो आँकड़ों का माध्य:

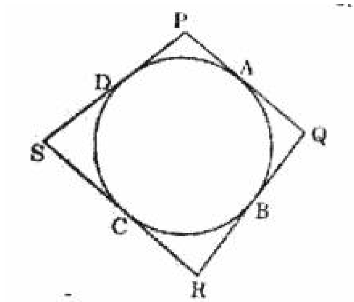
(a) बदलता नहीं है। (b) में 3 की वृद्धि हो जाती है।

(c) में 6 की वृद्धि हो जाती है। (d) में 3n की वृद्धि हो जाती है।

16. वृत्त का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है। वृत्त की त्रिज्या है:

(a) 7 सेमी (b) 14 सेमी (c) 3.5 सेमी (d) 17.5 सेमी

17. दी गई आकृति में, एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भज PQRS बना है। यहाँ PA + CS बराबर है:



(a) QR (b) PR (c) PS (d) PQ

18. $1 - \cos^2 A$ बराबर है:

(a) $\sin^2 A$ (b) $\tan^2 A$ (c) $1 - \sin^2 A$ (d) $\sec^2 A$

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमे एक को अभिकथन (A) और दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। नीचे दिए गए विकल्पों (a), (b), (c) और (d) में से इन प्रश्नों का सही उत्तर चुलिए–

(a) अभिकथन और तर्क दोनों सही हैं और तर्क अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(b) अभिकथन और तर्क दोनों सही हैं परंतु तर्क अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

(d) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A): 'a' सेमी भुजा के एक खोखले घन के अन्दर जो बड़े से बड़ा गोला रखा जा सकता है, उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल πa^2 वर्ग सेमी है।

तर्क (R): त्रिज्या 'r' के एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $\frac{4}{3}\pi r^3$ होता है।

20. अभिकथन (A): $-5, -\frac{5}{2}, 0, \frac{5}{2}, \ldots$ समांतर श्रेढ़ी में है।

तर्क (R): किसी A.P. के पद धनात्मक और ऋणात्मक संख्याएँ नहीं हो सकती है।

खंड ख

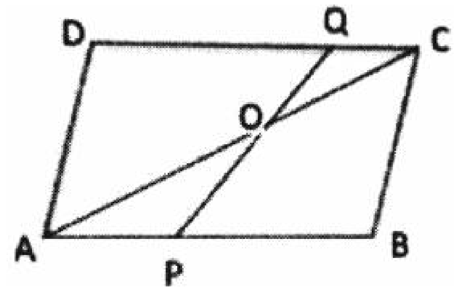
इस खंड में अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. सिद्ध कीजिए कि $2 + \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है, दिया गया है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अथवा

दो संख्याएं 2 : 3 के अनुपात में हैं और उनका LCM 180 है। इन संख्याओं का HCF क्या होगा?

22. ABCD एक समांतर चतुर्भज है। बिंदु P, AB को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है और बिंदु Q, DC को 4:1 के अनुपात में विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए $OC = \frac{1}{2}$ OA है।



23. यदि $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ तथा $\cot\beta = \sqrt{3}$ हो, तो $\operatorname{cosec}\alpha + \operatorname{cosec}\beta$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$2\sec^2\theta + 3\operatorname{cosec}^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\theta = 45°$ है।

24. किसी कार के दो वाइपर हैं, परस्पर कभी आच्छादिक नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर के पत्ती की लंबाई 21 सेमी है जो 120° के कोण तक घूम कर सफाई कर सकता है। दोनो पत्तियों की प्रत्येक बुहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

25. वृत्त के केंद्र से 5 सेमी की दूरी पर बिंदु A से स्पर्श रेखा की लंबाई 4 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

खंड ग

इस खंड में लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. यदि $217x + 131y = 913$ और $131x + 217y = 827$ हो, तो x और y के मान ज्ञात करने के लिए समीकरण को हल कीजिए।

27. सिद्ध कीजिए: $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$

अथवा

सिद्ध कीजिए: $\frac{\sin A - \sin^3 A}{\cos^3 A - \cos A} = \tan A$

28. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

29. एक पौधे की 40 पत्तियों की लम्बाई निकटतम मिलीमीटर तक मापी जाती है और प्राप्त आँकड़ों को निम्न तालिका में दर्शाया गया है।

लंबाई (मिमी में)	पत्तों की संख्या
118-126	3
127-135	5
136-144	9
145-153	12
154-162	5
163-171	4
172-180	2

पत्तियों की माध्यक लंबाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्न आँकडों का माध्य ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0 – 15	15 – 30	30 – 45	45 – 60	60 – 75	75 – 90
बारंबारता	12	15	11	20	16	6

30. एक बाह्य बिंदु से, किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए कि बाह्य बिंदु और वृत्त के केंद्र को मिलाने वाली रेखा स्पर्श रेखाओं के बीच के कोण को समद्विभाजित करती है।

31. यदि α, β द्विघात बहुपद $5x^2 + 5x + 1$ के शून्यक हो, तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\alpha^2 + \beta^2$

(i) $\alpha^{-1} + \beta^{-1}$

खंड घ

इस खंड में दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

32. एक A.P. के 11वाँ पद का 17वें पद से अनुपात 3:4 है। इस A.P. के 5वें पद का 21वें पद से अनुपात ज्ञात कीजिए। पहले 5 पदों के योग से पहले 21 पदों के योग का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

समांतर श्रेढ़ी 45, 39, 33, ... के कितने पदों का योगफल 180 होगा? दोहरे उत्तर की व्याख्या कीजिए।

33. एक हाउसिंग सोसाइटी के 200 परिवारों में दूध पर होने वाला मासिक खर्च नीचे दिया गया है:

मासिक खर्च (रू में)	1000 – 1500	1500 – 2000	2000 – 2500	2500 – 3000	3000 – 3500	3500 – 4000	4000 – 4500	4500 – 5000
परिवारों की संख्या	24	40	33	X	30	22	16	7

x का मान ज्ञात कीजिए तथा दूध पर होने वाले खर्च का माध्यक तथा माध्य भी ज्ञात कीजिए।

34. समांतर चतुर्भज ABCD की भुजा CD के मध्य बिंदु M से एक रेखा BM खींची गई है जो विकर्ण AC को बिंदु L पर और बढ़ाई गई भुजा AD को बिंदु E पर काटती है। सिद्ध कीजिए कि EL = 2BL है।

अथवा

ΔPQR में, S और T क्रमशः PQ और PR पर बिंदु हैं। $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ और $\angle PST = \angle PRQ$ हैं। सिद्ध कीजिए कि ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

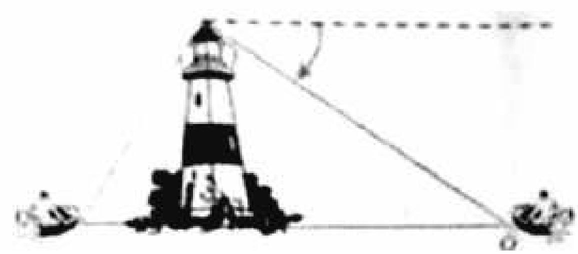
35. त्रिभुज ABC की भुजाओं के मध्य–बिंदु D, E, F क्रमशः (3, 4), (8, 9) और (6, 7) हैं। इस त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

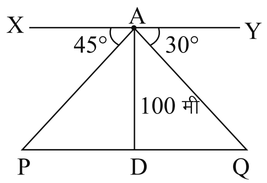
खंड ङ

इस खंड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित इकाइयों के मूल्यांकन के चार–चार अंकों के प्रश्न हैं।

प्रकरण अध्ययन–1

36. लाइट हाउस के ऊपर एक लड़का खड़ा है। उसने देखा कि नाव P और नाव Q विपरीत दिशाओं से लाइट हाउस की ओर आ रही हैं। वह पाता है कि नाव P का अवनमन कोण 45° है और नाव Q का अवनमन कोण 30° है। वह यह भी जानता है कि लाइट हाउस की ऊँचाई 100 मीटर है।





उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) ∠APD का माप क्या होगा?

(ii) यदि ∠YAQ = 30°, तो ∠AQD भी 30° है, क्यों?

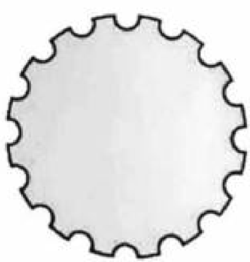
(iii) नाव P लाइट हाउस से कितनी दूर है?

अथवा

लाइट हाउस से नाव Q कितनी दूर है?

प्रकरण अध्ययन – 2

37. एक गोलाकार गोल्फ की गेंद में कुछ अर्ध गोलाकार डिम्पल है, जो खेलने के दौरान उसके वेग को बढ़ाने में मदद करते हैं। गोल्फ की गेंद पारंपरिक रूप से सफेद होती है, लेकिन रंगों में भी उपलब्ध होती है। दी गई आकृति में, एक गोल्फ की गेंद का व्यास 4.2 सेमी है और इसकी सतह पर त्रिज्या 2 मिमी के 315 डिम्पल (अर्द्ध–गोलाकार) हैं।



उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) एक ऐसे डिम्पल का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) एक डिम्पल बनाने के लिए खोदी गई सामग्री का आयतन ज्ञात कीजिए।

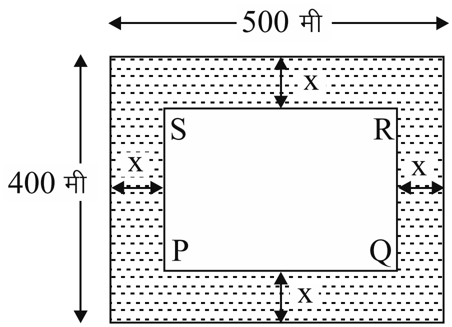
(iii) परिवेश के संपर्क में आने वाला कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

गोल्फ की गेंद का आयतन ज्ञात कीजिए।

38. सामाजिक कार्य का उद्देश्य मानवीय आवश्यकताओं की पूर्ति करना है। सामाजिक कार्यकताओं का उद्देश्य उन लोगों के लिए पहुंच और अवसर के द्वार खोलना है जिन्हें सबसे अधिक आवश्यकता है। मुफ्त शिक्षा एक महान सामाजिक कार्य है। ऐसा करके हम अपने समाज से निरक्षरता को दूर कर सकते है।

रोहन, एक सामाजिक कार्यकर्ता होने के नाते, एक स्कूल खोलने के लिए अपनी जमीन ग्राम पंचायत को दान करना चाहता है।



रोहन की भूमि, 500 मीटर $\times$ 400 मीटर विमाओं वाले एक आयत के रूप में है। ग्राम पंचायत घास और फूलों के लिए जमीन के चारों तरफ के कुछ क्षेत्र को छोड़ने का फैसला करती है। यदि x मीटर जमीन की चौड़ाई चारों ओर घास और फूलों के लिए रखी जाए (जैसा कि आकृति में दिखाया गया है), तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i) एक द्विघात समीकरण लिखिए यदि PQRS के चारों ओर घास और फूलों के क्षेत्रफल 120000 वर्ग मीटर है।

(ii) x का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

लंबाई PQ और QR ज्ञात कीजिए।

(iii) आयत PQRS का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल सहित उत्तर

खंड–क

1. (a) 2, – 5
2. (c) q
3. (d) 1 सेमी
4. (b) $\frac{3}{4}$
5. (a) 22 सेमी
6. (d) $75\sqrt{3}$ मीटर
7. (a) 1
8. (a) $\frac{3}{4}$
9. (a) 47.5°
10. (c) (–6)
11. (c) 550 वर्ग सेमी
12. (c) 5 : 1
13. (b) $\sqrt{96}$
14. (a) p + q = 1
15. (b) में 3 की वृद्धि हो जाती है।
16. (a) 7 सेमी
17. (c) PS
18. (a) $\sin^2 A$
19. (c) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) गलत है।
20. (b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही है परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

खंड–क

21. सही प्रमाण।

अथवा

30

22. सही प्रमाण।
23. $2+\sqrt{2}$

अथवा

9

24. 924 वर्ग सेमी
25. 3 सेमी

खंड–ग

26. x = 3 और y = 2

27. सही प्रमाण।

अथवा

सही प्रमाण।

28. सही प्रमाण।

29. 146.75 मिमी

अथवा

43.3125

30. सही प्रमाण।

31. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $-\frac{5}{2}$

खंड–घ

32. 3 : 7, 25 : 189

अथवा

10 या 6 (क्योंकि 'd' ऋणात्मक है)

33. x = 28, माध्यक = लगभग ₹ 2553.57 और माध्य = ₹ 2662.50

34. सही प्रमाण।

अथवा

सही प्रमाण।

35. $\left(\frac{1}{2},1\right),\left(\frac{5}{2},3\right),\left(\frac{11}{2},6\right)$

खंड–ङ

36. (i) 45° (ii) एकांतर अंतः कोण (iii) 100 मीटर अथवा $100\sqrt{3}$ मीटर

37. (i) 8 π वर्ग मिमी (ii) $\frac{16}{3}\pi$ घन मिमी

(iii) 3024 π वर्ग मिमी अथवा 10668 π घन मिमी

38. (i) $x^2 - 450x + 20000 = 0$

(iii) x = 50 मीटर अथवा PQ = 400 मीटर और QR = 300 मीटर

(iii) 1400 मीटर

Note